

希 帕 霍 斯

希帕霍斯 (Hipparchus) 約公元前 190 年生於小亞細亞的比提尼亞 (Bithynia) 的尼西亞 (Nicaea)，即今土耳其西北角的伊茲尼克 (Iznik)，前 120 年卒於羅德島 (Rhodes)。天文學、數學、地理學。

希帕霍斯之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Hipparchus.html>

希 帕 霍 斯

梁 宗 巨

(遼寧師範大學)

希帕霍斯 (Hipparchus)¹約公元前 190 年生於小亞細亞的比提尼亞 (Bithynia) 的尼西亞 (Nicaea)，即今土耳其西北角的伊茲尼克 (Iznik)，前 120 年卒於羅德島 (Rhodes)。天文學、數學、地理學。

希帕霍斯生活的年代，是以他的天文觀測為依據的。這些觀測後來記載在托勒密的《天文學大成》(Almagest) 中。最早的觀測是公元前 147 年 9 月 26 - 27 日的秋分，這是毋庸置疑的，最晚的是公元前 127 年 7 月 7 日月亮的位置。托勒密還從希帕霍斯的書中引用從公元前 162 年到公元前 128 年之間的一系列春分與秋分的觀測，不過不能肯定都是希帕霍斯自己的工作。

他一生的大部分時間是在羅德島²度過的，移居到那裡不遲於公元前 141 年。他的著作很多，但只有一種《歐多克索斯和阿拉托斯〈觀測天文學〉的註釋》(*Commentary on the Phaenomena of Eudoxus and Aratus*) 流傳下來。這是他的早年論著，不能算是代表作，但已包含很多創新的思想。公元前四世紀中，歐多克索斯寫過一本天文學，給出若干星座的名稱，加以描述 (此書現已失傳)。阿拉托斯 (Aratus，約公元前 315 - 約前 239 年) 是歷史上最先用詩歌描寫科學內容的人，他寫了一篇長詩，記述天文、氣象，名為《觀測天文學》(*Phaenomena*)。後來阿塔羅斯 (Attalus of Rhodes) 對此書作了註釋。這些工作所論列的恆星只有相對的位

¹舊譯伊巴谷。

²位於小亞細亞西南角，也是數學史家歐德莫斯的故鄉。

置，沒有數學的定量分析，而且還有很多不確切的地方。希帕霍斯的《註釋》是對這三人工作的評論和補充。

他認為要確定恆星的位置，首先要建立坐標系。實際上他已開始使用了黃道與赤道兩種坐標系。不過還不完整，也沒有創用專門的術語。稱“赤緯”(declination)為“沿著過極點的大圓與赤道的距離”。“赤經”(right ascension)的表達也很奇特，如說成“沿著平行的小圓佔據某某星座若干度”。他將平行於赤道的小圓劃分為十二等分，每一分 30° ，以一個星座為標誌，用與這個星座的距離表明恆星的赤經。在討論星座升降時同時使用了黃道坐標系。

在著這本書時希帕霍斯已經積累了許多天文觀測的經驗，力圖用球面三角的方法去解決天體的位置問題。促使天文學從定性的描繪走向定量的預測，這是一大進步。

製作一個精密的星表，是希帕霍斯一大功勞。根據普利尼(Pliny，公元23－79年)³的記載，希帕霍斯看到一顆星突然大放光明而且在眾星間移動。經後世學者考證，認為是一顆新星(nova)。又和中國古書記錄對照，確定是發生公元前134年天蝎座(Scorpius)的新星。《前漢書》卷26《天文志》載：“元光⁴元年(公元前134年)六月，客星⁵見於房⁶”就是指這顆星⁷。

希帕霍斯看到這顆新星，在驚訝之餘，決心製作一個星表留給後人，以便鑑別哪些星發生變化(光度、位置)。在他之前，已經有阿里斯蒂洛斯(Aristyllus)、蒂莫哈里斯(Timocharis，公元前三世紀初)等繪製過星表，然而星數很少，位置也不準確。希帕霍斯的星表遠遠超過前人，可惜已失傳，幸而後來被吸收到托勒密的著名星表中去。希帕霍斯星表一般認為包含850顆星，此

³載於他的《自然史》(*Historia naturalis*)卷II中。

⁴漢武帝年號。

⁵中國古代所謂客星，大半是指新星，屬於恆星裡的變星的一種，它的光度在幾天內增加幾千幾萬倍。但有時又指彗星。

⁶相當於西方的天蝎座。

⁷陳遵媯《中國古代天文學簡史》，上海人民出版社，1955，p.71。

說出自 F. 博爾 (Boll)⁸。後來托勒密的星表增加到 1022 顆。希帕霍斯還按星的亮度將星分等，最亮的 20 顆是一等星，依次是 2、3、4、5、6 等，六等星僅能為肉眼看見。這種分類為後世所沿用，儘管後來有更精確的定義。

爲了觀測天體，他還改進了儀器，由於希帕霍斯的著作大部分失傳，他的工作只能從別人的書中去了解。特別是托勒密，創古代影響最大的天文學家，對希帕霍斯推崇備至並引用其大量的研究成果。托勒密描繪希帕霍斯發明一種“瞄準器”(dioptra)，一根約 2 米長的方木杆，上面有溝槽可容一擋板在其中滑動，木杆一端豎立一塊有小孔的板，從小孔看出去，調整擋板的位置使它正好遮住目標。由擋板與小孔距離及擋板寬度就可以算出被測物體的視直徑，或兩點間的視距。還有一種星盤 (astrolabe)，是有刻度的圓盤，可測天體的方位和高度。J.B.J. 德朗布爾 (Delambre) 認爲希帕霍斯還使用過渾儀 (armillary sphere)([3])，是由幾個圓環套起來的儀器，這些圓環表示地平圈、赤道圈、黃道圈等。他還製作一個天球儀，將恆星刻在上面，星數比他的星表還多。

希帕霍斯在晚年作出了一項重大的貢獻，就是發現了“歲差”(precession)。歲差是春分點在黃道上退行的現象。天體在天球上的位置，是以春分點爲標準的，即春分點是坐標的原點。希帕霍斯積累了多年的觀測數據，和古代的記錄比較，發現許多恆星的黃經有系統的變動，而黃緯的變動不大。例如一等星角宿一 (spica)⁹，他測得距秋分點 6° ，而大約 160 年前蒂莫哈里斯的記錄卻是 8° 。他斷定這是秋分點 (也是春分點) 移動的結果。蒂莫哈里斯是在公元前 283 年或 295 年觀測的，而他是在公元前 129 年 (或前 128 年)，即在 154 年或 166 年間移動了 2° ，平均每年移動 $46.8''$ 或 $43.4''$ ([7]，II，p.254)。這就是歲差現象。現代精確的

⁸F. Boll, *Die Sternkataloge des Hipparch und des Ptolemaios*, Bibliotheca mathematica, 3rd ser., 2 (1901), p.185 - 195。

⁹二十八宿第一宿的最亮星，即室女座 α (α Vir)。

值是春分點每年在黃道上西移 50.29" 。

他的另一項工作是重新測定迴歸年及朔望月的長度，曾著《關於一年的長度》(*On the length of the year*)一書，惜已失傳。他用自己對夏至點的測定(公元前 136 或 135 年)和 145 年前阿利斯塔克(Aristarchus of Samos，約公元前 310 - 前 230)的數值比較，認為原先假定每一個迴歸年等於 $365\frac{1}{4}$ 天太長。他測得夏至比預期的

提早半天到來，因此一個迴歸年應該是 $365\frac{1}{4} - \frac{1}{300}$ 天¹⁰。

接著又寫了《關於閏月與閏日》(*On intercalary months and days*)，提出新的置閏方法。以 304 年為一個週期，其中 112 年有 13 個朔望月，192 年有 12 個朔望月，一共含 3760 個朔望月，又一個週期有 111,035 天，也就是一個朔望月有 29.53058 天，和現今公認的值接近。

他另外又給出幾種“月”之間的關係：126,007 天零 1 小時，包含 4267 個朔望月，4573 個近點月，4612 個恆星月；5458 個逆望月等於 5923 個交點月。這相當於給出：

1 朔望月 (synodic month) = 29.530593 天，

1 近點月 (anomalistic month) = 27.554568 天，

1 恆星月 (sidereal month) = 27.321562 天，

1 交點月 (nodical month) = 27.21222 天。

這和現代精密測定的值驚人地接近(只有幾秒甚至 1 秒以下的出入)。

托勒密認為他得出這些值，是根據巴比倫人的記錄加上自己的觀測。F.X. 庫格勒 (Kugler) 分析了巴比倫泥板之後，證實了這一點¹¹。

他還有一項工作是重新計算太陽、月亮的大小和距離。大約一

¹⁰這數值仍比實際的 365.2422 日長 6 分多鐘。

¹¹F.X. Kugler, *Die Babylonische Mondrechnung*, Freiburg im Breisgau, 1900。

個世紀之前，阿里斯塔克就做過同樣的事，他利用月亮在上弦或下弦時日、月、地球三者構成一個直角三角形的關係，估計日地距離與月地距離之比。原理是正確的，只是缺乏精密的觀測，所得結果較粗糙。他又注意到在兩個不同的地方觀測月蝕，蝕相不同，由此推出日、月的直徑 ([7]，II，p.12)。所得的數值是月球直徑：地球直徑在 43：108(= 0.398) 與 19：60(= 0.317) 之間，這和實際的 0.2725 (約等於 3：11) 相差不大。但對太陽直徑的估計則相差很遠。

希帕霍斯改進了方法，且取得相當好的結果。他觀測了一次日蝕，這一次日蝕可以確定發生於公元前 190 年 3 月 14 日¹²。他在赫勒斯滂 (Hellespontos，即達達尼爾海峽，今屬土耳其) 看到日全蝕，而在亞歷山大只看到日偏蝕，最大蝕分是 4/5。這兩個地方的地理經度接近而緯度不同。他由此推算出月球的視差 (parallax)¹³，在計算中假定太陽的視差為 0，因太陽距離甚遠，暫忽略其視差不計。他得到的結果是：月球直徑是地球的 1/3，月地距離是地球半徑的 $60\frac{1}{2}$ 倍。第一個數值仍然偏大，第二個數值很接近真實情況。現在知道月地平均距離為 384400 公里，地球平均半徑為 6371 公里，前者為後者的 60.34 倍。希帕霍斯給出太陽直徑是地球的 $12\frac{1}{3}$ 倍 (實際是 109 倍)，日地距離是地球半徑的 2500 倍 (實際是 23500 倍)。以當時的測量水準，測不出這麼遠的距離是不足為奇的。

早期的希臘天文學家，認為圓是最完美的圖形，如果天體 A 繞 B 旋轉，軌跡必定是圓形，運行是勻速的，而且 B 必在圓心上。地心說主張一切天體都圍繞地球轉，地球應該在圓的中心。但這無法解釋行星運行時快時慢，有時還有逆行。於是有偏

¹²詳細分析見 G.J. Toomer，*Hipparchus on the distances of the sun and moon*，Archive for history of exact sciences，14 (1975)，p.126 - 142。

¹³兩地觀測同一物體時其視線間所成的角。

心 (eccentric) 及本輪 (epicycle) 的假設，即地球並不在圓心上而是在圓心附近，又行星沿著一個叫本輪的小圓旋轉，而本輪的中心又沿著均輪 (deferent) 旋轉。這兩種假設已為前人所提倡，希帕霍斯加以發揮及補充，最後由托勒密完成。以後隨著地心說被推翻，這些假設已成為歷史陳跡。

希帕霍斯在天球上使用坐標，在地球上也倡議用經緯度來表示位置。大約在 150 年前，亞里士多德的門徒狄賽阿霍斯 (Dicaearchus，約公元前 355 – 約前 285 年) 在地圖上的個別地方已畫出緯度線，表明在同緯度的地方正午時太陽的高度相同。希帕霍斯加上經度，擴大使用這種方法。到了托勒密，經緯度才完整地出現在地圖上。

在數學上，希帕霍斯是三角學的最早創建者，有時被稱為“三角學之父” (the father of trigonometry)¹⁴。他的主要貢獻有二：一是製作了一張弦表 (table of chords)，二是將球面三角方法用於天文計算。弦表就是在固定的圓內不同圓心角所對弦長的表，相當於現在圓心角一半的正弦線的 2 倍。這是世界上最早的三角函數表 ([5]，p.451；[9])。此表在托勒密的書中得到全面的反映，載在《天文集》卷 I 第 11 章 ([8])。托勒密沿用巴比倫人的 60 進記數法，將整個圓周分為 360° ，每度分為 $60'$ ，每分分為 $60''$ 等等。又將直徑分為 120 等分，以 1 等分作為長度的單位。120 是怎樣來的？可能從兩個角度來考慮：首先是量弧長和量弦長應該採用相同的長度單位，弧長的單位是圓周的 $1/360$ ，直徑應該是 $360/\pi$ ，但這數不是整數，不便於計算，若取近似值 $\pi = 3$ ，那麼直徑就是 120 個單位；其次，120 正好是 60 的 2 倍，與 60 進制的基數一致。

弦表記載了從 0° 到 180° 每隔半度圓心角所對的弦長，其功能相當於從 0° 到 90° 每隔 $(1/4)^\circ$ 的正弦函數表。其數值實際是以半

¹⁴Carl B. Boyer, *A history of mathematics*, Princeton University Press, 1985, p.179。

徑的 $1/60$ 為單位的正弦函數線的長。例如，對 6° 的弦長應該是 $2 \sin 3^\circ = 0.104671912$ ，但表中所載是 $6^p 16' 49''$ ，此處 p 表示一個單位長，以下用 60 進分數表示。

除了弦表之外，有幾件事表明希帕霍斯已通曉球面三角學的一些原理和方法，例如某種類型的球面直角三角形的解法等。

帕波斯提到希帕霍斯寫過一本《黃道十二宮的升起》(*On the rising of the twelve signs of the zodiac*)，證明十二宮升起的時間是不同的。他不僅僅用前人的圖解法，而且使用了弦表，通過解球面三角形，用數字表示出來。

此外，在他唯一流傳下來的書中，描述一顆星，位於赤道之北 $(27\frac{1}{3})^\circ$ ，他算出此星在地平圈上所劃過的弧長是全圓周的

$\frac{15}{24} - \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{24} = 0.62291667$ ([1]，p.301 – 302)。更精確的值是 0.62253999 (假設觀測點在羅德島，地理緯度 36°N)，誤差只有萬分之六。這裡需要求解一個球面直角三角形，可見希帕霍斯已掌握一定的球面三角知識。

早期的三角學是隸屬於天文學的，它由天文計算的需要而興起。希帕霍斯對天文學作出巨大的貢獻，促使天文學從經驗的、描述的階段發展成為理論的、可以進行預測的科學。同時也開闢了三角學這一領域。

文 獻

- [1] O. Neugebauer, *A history of ancient mathematical astronomy*, 3 vols., New York, 1975。
- [2] J. L. Heiberg, *Claudii Ptolemaei opera quae extant omnia*, I, *Syntaxis mathematica*, 2 vols., Leipzig, 1898 – 1903。

- [3] J. B. J. Delambre, *Histoire de l'astronomie ancienne*, Paris, 1817 – 1819 ◦
- [4] Paul Tannery, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne*, Paris, 1893 ◦
- [5] A. Rome, ed., *Commentaires de Pappus et de Théon d'Alexandrie sur l'Almageste*, I, Rome, 1931 ◦
- [6] T. L. Heath, *A manual of Greek mathematics*, Oxford at the Clarendon Press, 1931 ◦
- [7] T. L. Heath, *A history of Greek mathematics*, Oxford at the Clarendon Press, 1921 ◦
- [8] A. Aaboe, *Episodes from the early history of mathematics*, L. W. Singer Company, 1964, 103 ◦
- [9] G. J. Toomer, *The chord table of Hipparchus and the early history of Greek trigonometry*, *Centaurus*, **18**(1973), 6 – 28 ◦