李　治

李治字仁卿，號敬齋。眞定府欒城 (今河北欒城) 人。金明昌三年 (1192 年) 生於大興 (今北京大興)；元至元十六年 (1279 年) 卒於河北元氏。數學。

李　冶

孫　國　平

(中國科學院科學出版社)

李冶字仁卿，號敬齋。眞定府欒城(今河北欒城)人。金明昌三年(1192年)生於大興(今北京大興)；元至元十六年(1279年)卒於河北元氏。數學。

李冶的父親李遹是位博學多才的學者，曾在大興府尹胡沙虎手下任推官，母親姓王。李冶有兩個同父異母的弟兄，兄名澈，劉氏所生；弟名滋，崔氏所生；還有兩個同胞姐妹。李冶原名治，後來發現與唐高宗相同，於是減去一點，改爲冶。

李冶出生的時候，金朝正由盛而衰。章宗即位(1190)後，官僚政治日趨腐敗。由於管理不善，釀成了連年水災。再加上對外戰爭及任意揮霍，金朝出現了財政危機，於是濫發紙幣，致使物價飛漲，國虛民窮。泰和八年(1208)，金章宗病死，衛紹王允濟即皇帝位。這時蒙古軍隊加緊向金朝進攻，腐朽的金朝內已潛伏著亡國的危機。李遹的上司胡沙虎是一個深得朝廷寵信的奸臣，“聲勢炎炎，人莫敢仰視”，動輒打罵同僚，欺壓百姓，甚至“虐殺不辜”。李遹見他無惡不作，常常據理力爭，置個人生死禍福於度外。只因爲官謹愼，才免遭毒手。李遹爲了防備不測，便把老小送回故鄉欒城。這時李冶正是童年，他沒有隨家人回鄉而獨自到欒城的鄰縣元氏求學去了。至寧元年(1213)，由於胡沙虎篡權亂政，李遹被迫辭職，隱居陽翟(今河南禹縣)，從此不再過問政事。他吟詩作畫，在當地頗有名聲。

父親的正直爲人及好學精神對李冶深具影響。在李冶看來，學問比財富更爲可貴。他說：“積財千萬，不如薄技在身”，又

說：“金壁雖重寶，費用難貯蓄。學問藏之身，身在即有餘。”他在青少年時期，對文學、史學、數學、經學都感興趣，曾與好友元好問外出求學，拜文學家趙秉文、楊雲翼爲師，不久便名聲大振。正大七年 (1230)，李冶赴洛陽應試，被錄取爲詞賦科進士，時人稱讚他 “經爲通儒，文爲名家”。同年得高陵 (今陝西高陵) 主簿官職，但蒙古窩闊台軍已攻入陝西，所以沒有上任。接著又被調往陽翟附近的鈞州 (今河南禹縣) 任知事。開興元年 (1232) 正月，蒙古軍隊攻破鈞州。李冶不願投降，只好換上平民服裝，北渡黃河，走上了漫長而艱苦的流亡之路。這是他一生的重要轉折點，將近五十年的學術生涯便由此開始了。

李冶北渡後流落於山西的忻縣、崞縣之間，過著“飢寒不能自存”的生活。一年以後 (1233)。汴京 (今河南開封) 陷落，元好問也棄官出京，到山西避難。1234 年初，金朝終於爲蒙古所滅，李冶與元好問都感到政事已無可爲，於是潛心學問。李冶經過一段時間的顛沛流離之後，定居於崞縣的桐川。這時，他已年過四十了。金朝的滅亡使他不再爲官，他雖然生活艱苦，但有充分的時間進行學術研究。他的研究工作涉及數學、文學、歷史、天文、哲學、醫學。與李冶同時代的硯堅說他 “世間書凡所經見，靡不洞究，至於薄物細故，亦不遺焉”。但他認爲 “數術雖居六藝之末，而施之人事，則最爲切務”，於是把主要精力用於數學。他於 1248 年寫成代數名著 —《測圓海鏡》十二卷。後來到太原住了一個時期，藩府官員曾請他出仕，但他謝絕了。後來，他又流落到平定，平定侯聶珪很尊重他，把他接到自己的帥府來住。他卻“私心眷眷於舊遊之地”，懷念著他少年求學時的元氏。1251 年，李冶的經濟情況已經好轉，他終於結束了在山西的避難生活，回元氏定居。他在封龍山下買了一點田產，以維持生活，並開始收徒講學，從事數學教育活動。

李冶的學生越來越多，家裡逐漸容納不下，於是師生共同

努力，在北宋李昉讀書堂故基上建起封龍書院。李冶在書院不僅講數學，也講文學和其它知識。他嘔心瀝血，培養出大批人才，並常在工作之餘與元好問、張德輝一起遊封龍山，被稱爲“龍山三老”。1257 年，忽必烈召見金朝遺老竇默、姚樞、李俊民等多人，又派董文用專程去請李冶，說：“素聞仁卿學優才贍，潛德不耀，久欲一見，其勿他辭。”是年五月，李冶在開平 (今內蒙古正藍旗) 見忽必烈，陳述了自己的政治見解：“爲治之道，不過立法度、正紀綱而已。紀綱者，上下相維持；法度者，賞罰示懲勸。”在談到人才問題時，他說：“天下未嘗乏材，求則得之，捨則失之，理勢然耳。”最後，他向忽必烈提出“辨奸邪、去女謁、屏饞慝、減刑罰、止征伐”五條政治建議，得到忽必烈的讚賞。

李冶會見忽必烈之後，回封龍山繼續講學著書，於 1259 年寫成另一部數學著作 —《益古演段》。1260 年，忽必烈即皇帝位，是爲元世祖。第二年七月建翰林國史院於開平，聘請李冶擔任清高而顯要的工作 — 翰林學士知制誥同修國史。但李冶卻以老病爲辭，婉言謝絕了。從時代背景及李冶思想分析，他拒絕應聘的原因有二。第一，蒙古統治者沒有接受李冶“止征伐”的建議，而是大舉攻宋，從而引起李冶不滿；第二，忽必烈初登帝位，其弟阿里不哥不服，起兵反抗，蒙古統治區陷入連年內戰。李冶是不願在這種動盪的局勢下作官的。他說：“世道相違，則君子隱而不仕。”

忽必烈降服阿里不哥、平定蒙古內亂後，再召李冶爲翰林學士知制誥同修國史。李冶於至元二年 (1265) 來到燕京 (今北京)，勉強就職，參加修史工作。但他不久便感到翰林院裡思想不自由，處處都要秉承統治者的旨意而不能暢所欲言。因此，他在這裡工作一年之後便以老病辭職了。李冶是個追求思想自由的人，尤其不願在學術上唯命是從。他說：“翰林視草，唯天子命

之；史館秉筆，以宰相監之。特書佐之流，有司之事，非作者所敢自專而非非是是也。今者猶以翰林、史館爲高選，是工諛譽而善緣飾者爲高選也。吾恐識者羞之。”

李冶辭職後一直在封龍山下講學著書。他在晚年完成的《敬齋古今黈 (音ㄊㄡˇ) 》與《泛說》是兩部內容豐富的著作。《泛說》一書今已不存，據《元朝名臣事略》中的幾段引文及書名來看，這是一本隨感錄，記錄李冶對各種事物的見解。《敬齋古今黈》則是一本讀書筆記，“上下千古，博極群書”，在文史方面頗有獨到見解。另外，李冶作過不少詩，其中有五首保存在《元詩選癸集》中。從這些詩來看。李冶的文學造詣相當深。李冶還著有《文集》四十卷與《壁書叢削》十二卷，均已失傳。

李冶一生著作雖多，但他最得意的還是《測圓海鏡》。他在彌留之際對兒子克修說：“吾平生著述，死後可盡燔去。獨《測圓海鏡》一書，雖九九小數，吾常精思致力焉，後世必有知者。庶可佈廣垂永乎?”

李冶的數學研究是以天元術爲主攻方向的。這時天元術雖已產生，但還不成熟，就像一棵小樹一樣，需要人精心培植。李冶用自己的辛勤勞動，使它成長爲一棵枝葉繁茂的大樹。

天元術是一種用數學符號列方程的方法，“立天元一爲某某”與今“設 x 爲某某”是一致的。在中國，列方程的思想可追溯到《九章算術》，書中用文字敘述的方法建立了二次方程，但沒有明確的未知數概念。到唐代，王孝通已能列出三次方程，但他不懂天元術，完全用幾何方法推導方程，所以需要高度技巧，不易被一般人掌握。實際上，宋代以前的方程理論一直受幾何思維束縛，如常數項只能爲正，因爲常數通常是表示面積、體積等幾何量的；方程次數不高於三次，因爲高於三次的方程就難於找到幾何解釋了。經過北宋賈憲、劉益等人的工作，求高次方程正根的問題被基本解決。隨著數學問題的日益複雜，迫切需要一種

一般的、能建立任意次方程的方法，天元術便應運而生了。但在李冶之前，天元術還比較幼稚，記號混亂，演算繁瑣。從稍早於《測圓海鏡》的《鈐經》(石信道撰) 來看，天元術的作用十分有限，因爲數學家們的思維方式基本上是幾何的，只是在用幾何方法無法計算時，才偶然用一下天元術。李冶致力於創造一種簡便的、適用於各種問題的列方程方法。他認識到，只有擺脫幾何思維束縛，建立一套不依賴於具體問題的固定程序，才能實現上述目的。在洞淵、石信道等天元術先驅的工作基礎上，他終於總結出一套簡單明確的列方程程序：首先立天元一，這相當於設未知數 x；然後尋找兩個等值的而且至少有一個含天元的多項式；最後把兩個等值多項式聯爲方程，通過“相消”，化成標準形式

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0 = 0。$$

李冶的《測圓海鏡》便是天元術的代表作。該書把勾股容圓 (切圓) 問題作爲一個系統來研究，討論了在各種條件下用天元術求圓徑的問題。卷一的圓城圖式是全書出發點，書中 170 題都與此圖式有關。爲了敍述方便，我們在各勾股形直角頂點處標上數字 (圖 1，此圖以東在左、西在右、南在上、北在下方式呈現)。卷一的另一部分“識別雜記”闡明各勾股形邊長之間的關係及其與圓徑的關係。識別雜記共 600 餘條，每條可看作一個定理 (或公式)，其中最重要的是下面十個圓徑公式：(D 表直徑，r 表半徑，a、b、c 表勾、股、弦)

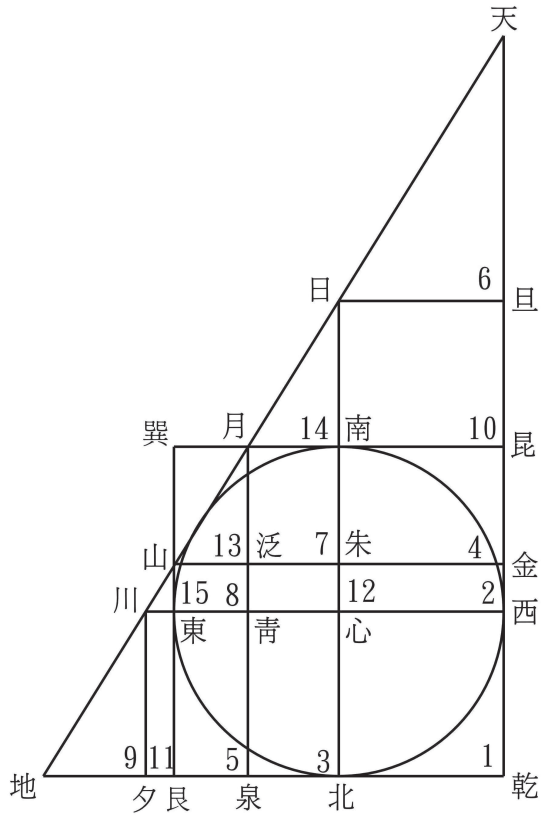


圖 1 圓城圖式

(1) $\frac{1}{2}D^2 = a_{11} \times b_{10}$，　(2) $\frac{1}{2}D^2 = a_{10} \times b_{11}$，

$$
\begin{array}{llll}
(3) & \frac{1}{2}D^2 = a_{13} \times b_1\text{，} & (4) & \frac{1}{2}D^2 = b_{13} \times a_1\text{，} \\
(5) & r^2 = b_2 \times b_{15}\text{，} & (6) & r^2 = a_{14} \times a_3\text{，} \\
(7) & D^2 = b_4 \times a_5\text{，} & (8) & r^2 = b_7 \times a_8\text{，} \\
(9) & r^2 = (c_{14} + b_{14})(c_{15} + a_{15})\text{，} & & \\
(10) & r^2 = (c_{14} + a_{14})(c_{15} + b_{15})\text{，} & &
\end{array}
$$

卷二及以後各卷都是算題。下面以卷四第六問爲例，說明李冶怎樣用天元術解題。左邊是原文，右邊譯文。(原草爲一整段，這裡爲敍述方便，分成若干段。)

或問乙出東門，南行不知步數而立。甲出北門，東行二百步望見乙，復就乙斜行一百七十步與乙相會。問答同前。

已知 $a_3 = 200$，

$c_{11} = 170$。

求 D。

草曰：(1) 識別得二行相減，餘三十步，即乙出東門南行步也。

由識別雜記，

$$
\begin{aligned}
b_{15} &= a_3 - c_{11} \\
&= 30\text{。}
\end{aligned}
$$

(2) 立天元一爲半城徑。

設半城徑爲 x。

(3) 加乙南行，得

	丨	元
≡	○	

爲小股。

$$
\begin{aligned}
b_{11} &= x + b_{15} \\
&= x + 30
\end{aligned}
$$

(4) 副置甲東行步，上位減天元，得下式

		〤	元
≡	○	○	

爲小勾。

$$
\begin{aligned}
a_{11} &= a_3 - x \\
&= 200 - x
\end{aligned}
$$

(5) 下位加天元，得

		𝍠	元
≡	〇	〇	

爲大勾也。

$$a_1 = a_3 + x$$
$$= 200 + x$$

(6) 乃置大勾，以小股乘之，得下式

			𝍠	
	𝍡	≡	〇	元
⊥	〇	〇	〇	

合以小勾除，不受除，便以此爲大股 (內帶小勾分母)。

因爲 $\triangle_1 \sim \triangle_{11}$，所以

$$b_1 = \frac{a_1 \times b_{11}}{a_{11}}$$
$$= \frac{x^2 + 230x + 6000}{200 - x}$$

(7) 又倍天元，以小勾乘之，得

			𝍡̸	
𝍡	𝍡	〇	〇	元

以減於大股，得

			𝍢	
	𝍠	≢	〇	元
⊥	〇	〇	〇	

又倍之，得

			⊥	
	𝍢	𝍬̸	〇	元
𝍠	=	〇	〇	〇

爲兩個股圓差。

故得

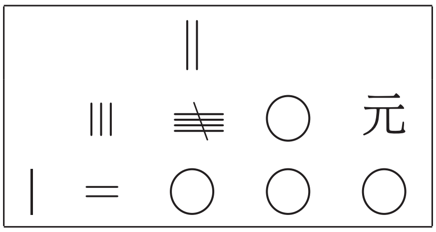
$$2b_{10} = 2(b_1 - 2x)$$
$$= \frac{2[x^2 + 230x + 6000 - 2x(200 - x)]}{200 - x}$$
$$= \frac{6x^2 - 340x + 12000}{200 - x}$$

(8) 合以勾圓差乘之，緣爲其中已帶小勾分母，更不須乘，便以此爲黃方 (即圓徑) 冪，寄左。

因爲 $\frac{1}{2}D^2 = b_{10} \times a_{11}$，所以

$$D^2 = 2b_{10} \times a_{11} = 6x^2 - 340x + 12000$$

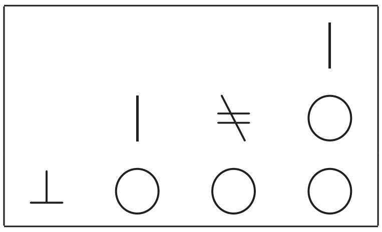
(9) 然後倍天元，以自之，爲同數，與左相消，得



又因爲 $D^2 = (2x)^2 = 4x^2$，所以 $4x^2 = 6x^2 - 340x + 12000$。移項，合併同類項，得

$$2x^2 - 340x + 12000 = 0$$

(10) 上下俱半之，得



化簡，得

$$x^2 - 170x + 6000 = 0$$

(11) 以平方開之，得一百二十步，倍之即圓徑，合問。

解方程，得 $x = 120$。所以 $D = 2 \times 120 = 240$。

由於擺脫了幾何思維束縛，李冶在方程理論上取得許多進展：

第一、改變了傳統的把實 (常數項) 看作正數的觀念，常數項可正可負，而不再拘泥於它的幾何意義。例如，卷六第四問所得方程爲

$$-x^2 - 72x + 23040 = 0，$$

第七問所得方程爲

$$-x^2 + 640x - 96000 = 0，$$

兩題常數項的符號恰好相反。實際上，《測圓海鏡》中方程各項符號均無限制，這是代數學的一個進步。

第二、李冶已能利用天元術熟練地列出高次方程。書中 170 題，有 19 題列出三次方程，13 題列出四次方程，還有一題列出六次方程。在李冶這裡，未知數已具有純代數意義，二次方並非代表面積，三次方也並非代表體積。

第三、李冶完整解決了分式方程問題，他已懂得用方程兩邊同乘一個整式的方法化分式方程爲整式方程。

第四、李冶已懂得用純代數方法降低方程次數。當方程各項含有公因子 x^n (n 爲正整數) 時，李冶便令次數最低的項爲實，其它各項均降低這一次數。這一作法相當於用 x^n 去除方程各項。

在《測圓海鏡》中，李冶採用了從 〇 到九的完整數碼。除 〇 以外的九個數碼古已有之，是籌式的反映。但籌式中遇 〇 空位，沒有符號 〇。從現存古算書來看，李冶《測圓海鏡》與秦九韶《數書九章》是最早使用 〇 的兩本算書，它們成書的時間相差不過一年。另外，李冶還發明了負號和一套相當簡明的小數記法。李冶的負號與現在不同，是畫在數字上的一條斜線，通常畫在最後一位有效數字上，如 -175 記作 |⊥≣，-360 記作 ||| ⊥〇。在李冶之前，小數記法多用數名，如 7.59875 尺記作七尺五寸九分八釐七毫五絲。李冶則取消數名，完全用數碼表示小數，純小數於個位處寫 〇，帶小數於個位數下寫單位，如 0.25 記作 〇 = |||||，5.76 記作 $\underset{\text{步}}{|||||}$⊥⊤。這種記法在當時算是最先進的。西方直到十六世紀，小數記法還很笨重。例如比利時數學家 S. 斯蒂文 (Stevin) 在 1585 年發表的著作中，把每位小數都寫上位數，加上圓圈，如 27.847 寫作 27⊚8①4②7③，這種記法顯然不如李冶的記法簡便。直到十七世紀，J. 納皮爾 (Napier) 發明小數點後，小數才有了更好的記法。至於負號，在國外是德國人於十五世紀首先引入的。

由於李冶掌握了一套完整的數字符號及性質符號，他的方程已

能用符號表示，從而改變了用文字描述方程的舊面貌。但這時仍缺少運算符號，尤其是缺少等號。這樣的代數，可稱爲“半符號代數”，它是近代符號代數的前身。大約二百年後，類似的半符號代數也在歐洲產生了。

《測圓海鏡》不僅是我國現存最早的一部天元術著作，而且在體例上也有創新。全書基本上是一個演繹體系，卷一包含了解題所需的定義、定理、公式，後面各卷問題的解法均可在此基礎上以天元術爲工具推導出來。李冶之前的算書，一般採取問題集的形式，各章 (卷) 內容大體上平列。李冶以演繹法著書，這是中國數學史上的一個進步。

《測圓海鏡》的成書標誌著天元術成熟，對後世有深遠影響。元代王恂、郭守敬在編《授時曆》的過程中，曾用天元術求周天弧度。不久，沙克什用天元術解決水利工程中的問題，收到良好效果。元代大數學家朱世傑說：“以天元演之，明源活法，省功數倍。”清代阮元說：“立天元者，自古算家之秘術；而海鏡者，中土數學之寶書也。”

《測圓海鏡》無疑是當時世界上第一流的數學著作，但內容較深，粗知數學的人看不懂。而且由於理學思想的影響，數學不受重視，所以天元術的傳播速度較慢。李冶深刻認識到天元術的重要性，於是便在封龍山教學的同時，著手寫一部普及天元術的著作。李冶曾讀過北宋數學家蔣周的《益古集》，內容多爲二次方程，列方程的方法則是幾何的。李冶用天元術對此書進行研究，寫成《益古演段》卷。如果說《測圓海鏡》是爲數學家寫的，那麼《益古演段》就可能是爲他的學生寫的。

《益古演段》全書 64 題，處理的主要是平面圖形的面積問題，所求多爲圓徑、方邊、周長之類。除四道題是一次方程，全是二次方程問題，內容安排基本上是從易到難。李冶在完成《測圓海鏡》之後寫《益古演段》，他對天元術的運用自然會更加

熟練。但他卻沒有像前者那樣，完全用天元術解題。書中新舊二術並列，新術是李冶的代數方法 — 天元術；舊術是蔣周的幾何方法 — 條段法，這是一種圖解法，因爲方程各項常用一段一段的條形面積表示，所以得名。該書揭示子兩者的聯繫與區別，對我們了解條段法向天元術的過渡、探討數學發展規律有重要意義。書中常用人們易懂的幾何方法對天元術進行驗證，這對於人們接受天元術有好處的。該書圖文並茂，深入淺出，不僅利於教學，也便於自學。正如硯堅序中的評價："說之詳，非若溟涬黯淡之不可曉；析之明，非若淺近粗俗之無足觀。"這些特點，使它成爲一本受人們歡迎的數學教材，對天元術的傳播發揮了不小的作用。

在數學理論上，《益古演段》也有創新。該書的問題同《測圓海鏡》不同，所求量不是一個而是兩個、三個甚至四個。按古代方程理論："二物者再程，三物者三程，皆如物數程之。"應該用方程組來解，所含方程個數與所求量個數一致。但解二次方程組要比解一元方程困難得多。李冶既已完善了天元術程序，便力圖提高它的一般化程度，用以解決各種多元問題。他的主要方法是利用出入相補原理 (即"一個平面圖形從一處移置它處，面積不變。又若把圖形分割成若干塊，那麼各部分面積的和等於原來圖形的面積，因而圖形移置前後諸面積間的和、差有簡單的相等關係。" 吳文俊語) 及等量關係來減少未知數，化多元爲一元，找到關鍵的天元一。一旦這個天元一求出來，其它要求的量就可根據與天元一的關係，很容易求出了。

例如第三十五問："今有圓田一段，中心有直池水佔之，外計地五千七百六十步。只云從外田東南楞至內池西北角，通斜一百一十三步，其內池闊不及長三十四步。問三事 (指池長、池闊及圓徑) 各多少？" (圖 2)

此題欲求三數，若以方程組解之，須列出三個方程，一個可

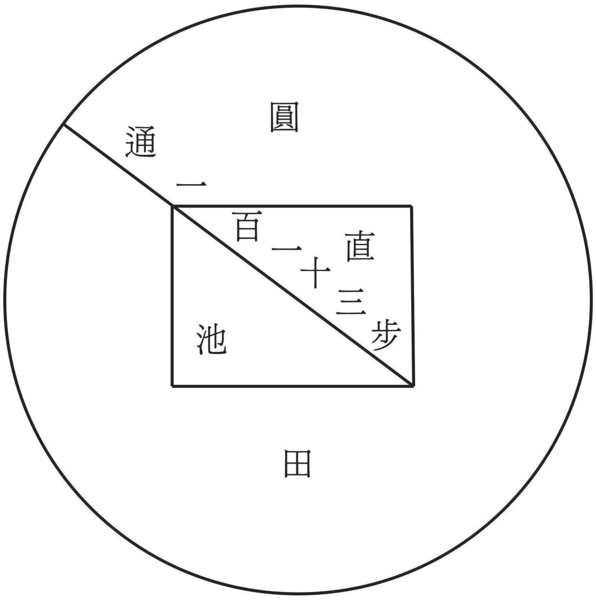


圖 2

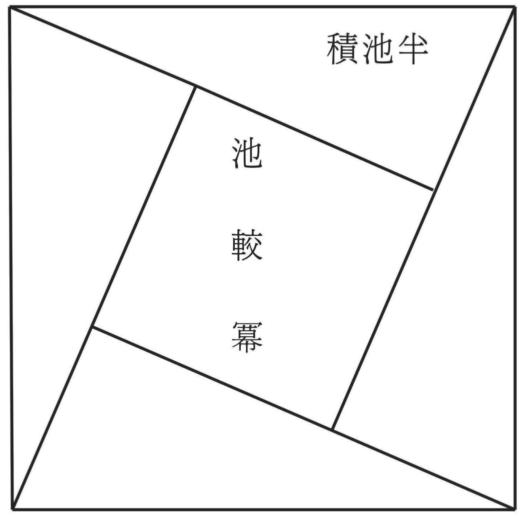


圖 3

能的列法是：

設圓徑爲 x， 直池長爲 y， 闊爲 z， 則

$$\begin{cases} \dfrac{3}{4}x^2 - yz = 5760\text{，} \qquad \text{圓面積} = \dfrac{3}{4}[\text{直徑}]^2 \\[2ex] \dfrac{x}{2} + \dfrac{\sqrt{y^2+z^2}}{2} = 113 \\[2ex] z + 34 = y \end{cases}$$

但李冶卻設法避免了聯立方程 。

依本題法 ， 設角斜爲 x， 則圓徑 $= x + 113$，

四圓積 $= 3(x+113)^2 = 3x^2 + 678x + 38307$，

所以四池積 $=$ 四圓積 -4×5760

$$= 3x^2 + 678x + 15267 \qquad (1)$$

因爲池斜 $= 113 - x$，

所以二池積 $= (113-x)^2 - 34^2$

$$= x^2 - 226x + 11613, \qquad (2)$$

所以四池積 $= 2x^2 - 452x + 23226 \qquad (3)$

由 (1)、 (3) 消得 $x^2 + 1130x - 7959 = 0$ 。

題中 (2) 式所用二積一較冪公式 $2ab+(a-b)^2=a^2+b^2$ 便體現了出入相補原理。 這從李冶的條段圖中可以看得很淸楚， 如圖 3， 四勾股形全等， 每個勾股形勾 b 股 a 弦 c。

求出角斜後， 易求圓徑。 從圓積減去外計地， 得池積， 由長方形面積公式便可求出池長、 池闊了。 這種方法顯然比解三元方程組簡便。

另外， 李冶還在列方程時首創設輔助未知數的方法。 第四十問中得到方程

$$-22.5x^2-648x+23002=0$$

後， 李冶爲了使最高項係數的絕對值變爲 1， 便作如下變形 (譯文)：

設 $y=22.5x$， 則上式變爲

$$-y^2-648y+517545=0。$$

開方， 得 $y=465$， 所以

$$x=20\frac{2}{3}$$

李冶稱這種設輔助未知數的方法爲連枝同體術。 顧名思義， 他是把輔助未知數看作與原方程連爲一體的一個分枝。 這種方法在代數學史上是有意義的， 因爲它提供了方程變形的一個有力工具。

此題的另一種解法是首先 “立天元一爲三個內池徑”， 這相當於設 $y=3x$。 李冶稱此法爲之分術， 實際也是一種設輔助未知數的方法， 也能起到簡化方程的作用。 依法演算， 得

$$-2.5y^2-216y+23002=0。$$

兩種方法的區別在於： 之分術把設輔助未知數的步驟放於題首， 而連枝同體術把這一步驟用於方程變形。

《益古演段》的成書， 爲天元術的應用開闢了更爲廣闊的道路， 硯堅稱讚此書說：“頗曉十百， 披而覽之， 如登坦途， 前無滯礙。 旁溪曲徑， 自可縱橫而通……眞學者之指南也。”《測

圓海鏡》是天元術的代表作，而《益古演段》是普及天元術的傑作。兩書相輔相成，互爲表裡，反映了作者既努力提高數學的一般化程度，又注意發揮其社會效益的精神。

李冶死後不久，天元術理論便經過二元術、三元術，迅速發展爲朱世傑的四元術。如果說在李冶手中，天元術已成爲參天大樹，那麼在李冶之後，這棵大樹便在第二代數學家的培育下，結出了四元術的累累碩果。

縱觀李冶一生，不管是在爲人上還是在學術上，都不愧爲一代楷模。他在任鈞州知事期間，爲官清廉、正直，親自掌管出納，一絲不苟。據載，鈞州城的出納“無規撮之誤”。在當時動亂的環境中，像李冶這樣的淸官確實是難能可貴的。李冶在《敬齋古今黈》中說：“好人難做須著力”，又說：“著力處政是聖賢階級”，這正是他爲人做官的寫照。他同情人民，面對蒙古軍隊的屠殺和搶掠，不僅在詩文中表現了極大的憤慨，而且在見忽必烈時，力勸蒙古統治者“止征伐”。他一生熱愛科學，追求自由，決不負辱求名。在學術上不迷信名家，敢於突破傳統觀念的束縛。他雖是通儒出身，但當他認識到數學的重要性時，便專攻數學，這種行動本身就是對傳統儒學的批判，因爲在儒家看來，數學“可以兼明，不可以專業”。當時盛行的新儒學 — 程朱理學，甚至把研究科技看作“玩物喪志”，把數學說成“九九賤技”。李冶毫不客氣地批評了這些錯誤觀點，指出在朱熹的著述中“窒礙之處不可以毛舉也”。

値得注意的是，李冶的思想深受道家影響。道家崇尙自然，這無疑是有利於把人們的眼光引向自然科學的。老莊的自然觀甚至成爲李冶抵制唯心主義理學的思想武器。他說：“由技兼於事者言之，夷之禮，夔之樂，亦不免爲一技；由技進乎道者言之，石之斤，扁之輪，非聖人之所與乎？” (夷，黃帝臣名；夔，舜臣名。石，扁，均爲古工匠名) 這就是說，從技藝用於實際來

說，聖人所作的禮和樂也可看作一種技藝；從技藝用於實際來說，聖人所作的禮和樂也可看作一種技藝；從技藝中包含自然規律 (即 “道”) 來說，工匠使用的工具也是聖人所讚賞的。如果我們把李冶的話同莊子所說的 “道者，萬物之所由也。…… 道之所在，聖人尊之” 聯繫起來，李冶受莊子思想的影響是一目了然的。很明顯，他認爲數學這種技藝也是 “道之所在”，也應受到尊重。

李冶還認爲，數雖奧妙無窮，卻是可以認識的，他說：“謂數爲難窮，斯可；謂數爲不可窮，斯不可。何則？彼其冥冥之中，固有昭昭者存。夫昭昭者，其自然之數也。非自然之數，其自然之理也。”李冶的這一思想，也可以從老莊學說找到淵源。莊子說：“夫昭昭生於冥冥，有倫生於無形。” 老子說：“人法地，地法天，天法道，道法自然”，“道之尊，德之貴，夫莫之命而常自然。” 正是由於對自然的深刻理解，李冶進一步指出：“數一出於自然，吾欲力強窮之，使隸首復生，亦未如之何也已。苟能推自然之理，以明自然之數，則雖遠而乾端坤倪，幽而神情鬼狀，未有不合者矣。”

李冶不僅有比較先進的哲學思想，而且能在極爲艱苦的條件下進行頑強的科學研究。他在桐川著書時，居室十分狹小，甚至常常不得溫飽，要爲衣食而奔波。但他卻以著書爲樂，從不間斷自己的工作。他的學生焦養直說他 “雖飢寒不能自存，亦不恤也”，在 “流離頓挫” 中 “亦未嘗一日廢其”，“手不停披，口不絕誦，如是者幾五十年”。另外，他還善於去粗取精，批判地接受前人知識，正如他自己所說：“學有三，積之之多不若取之之精，取之之精不若得之之深。” 這些優良品質，都是李冶在學術上取得傑出成就的重要原因。

李冶時代，數學不受重視。但李冶卻執著地追求眞理，他在《測圓海鏡序》中說：“覽吾之編，察吾苦心，其憫我者當百

數， 其笑我者當千數。 乃若吾之所得則自得焉耳， 寧復爲人憫笑計哉？” 李冶不僅學術精深， 而且致力於傳徒授業， 對學生循循善誘。 後人盛讚李冶 “導掖其秀民， 仁之至也。 其徒卒昌於時， 熟不曰文正公所作成也” (文正爲李冶謚號)。 李冶以自己的畢生心血， 在中國科學史上寫下了光榮的一頁， 被人們深深懷念著。

文　　獻

原始文獻

[1] (元) 李冶， 測圓海鏡細草， 《知不足齋叢書》本， 1798。

[2] (元) 李冶， 益古演段， 《叢書集成》本， 商務印書館， 1936

[3] (元) 李冶， 敬齋古今黈， 《叢書集成》本， 商務印書館， 1935

[4] (元) 李冶等， 敬齋古今黈附錄， 《藕香零拾叢書》本， 1895

[5] (周) 老聃， 老子・第二十五章、 五十一章， 見中國社會科學院哲學研究所中國哲學史研究室編《中國史資料選輯・先秦之部》， 中華書局， 1964。

[6] (周) 莊周， 莊子・秋水、 漁父， 見陳鼓應《莊子今註今譯》， 中華書局， 1988。

[7] (魏) 劉徽註， 九章算術・卷八、 卷九， 見錢寶琮校點《算經十書》中華書局， 1963。

[8] (元) 朱世傑， 算學啓蒙・卷下， 據 (朝) 金始振藏本重刊， 1839

[9] (金) 元好問， 元遺山先生全集・卷首、 卷十七， 讀書山房刻本， 1881。

[10] (明) 宋濂， 元史， 中華書局， 1976。

[11] (元) 脫脫等， 金史， 中華書局， 1975。

[12] (元) 蘇天爵， 元朝名臣事略・卷十、 卷十三， 中華書局影印元刊本， 1962。

研究文獻

[13] (清) 胡岳， 元氏縣誌・卷十一， 1875。

[14] (清) 陳詠， 欒城縣誌・卷二、 卷六、 卷十一， 1873。

[15] (明) 唐雷禮， 眞定府誌・卷二十七， 明刻本。

[16] 孔國平， 李冶傳， 河北教育出版社， 1988。