

雷 格 蒙 塔 努 斯

雷格蒙塔努斯，J. (Regiomontanus，Johannes) 1436年6月6日生於德國哥尼斯堡（今俄羅斯加里寧格勒）；1476年7月6日卒於義大利羅馬。天文學、數學。

雷格蒙塔努斯之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Regiomontanus.html>

雷 格 蒙 塔 努 斯

邵 明 湖

(遼寧師範大學)

雷格蒙塔努斯，J. (Regiomontanus, Johannes) 1436年6月6日生於德國哥尼斯堡（今俄羅斯加里寧格勒）；1476年7月6日卒於義大利羅馬。天文學、數學。

雷格蒙塔努斯又名 J. 繆勒 (Johann Müller)，關於他的早期生活人們知道的不多，他 12 歲以前在家中受教育，然後去萊比錫學習。1450 年 4 月 14 日在維也納大學註冊，開始跟隨 G. 波伊巴赫 (Peurbach) 學習天文學。雷格蒙塔努斯於 1452 年 1 月 16 日獲得學士學位，這時他才十五歲。但由於該大學的規章制度，他直到 21 歲才得到碩士學位。1457 年 11 月 11 日，他受聘為維也納大學教員，從而成為波伊巴赫的學生和同事。在雷格蒙塔努斯的一中，波伊巴赫對他的影響最大。波伊巴赫曾在義大利講授數學，之後定居維也納並使該大學成為當時歐洲數學的中心之一。他寫過一算術書和許多天文學著作，其中大部分直到他去世後才出版。是波伊巴赫最先認識到年輕的雷格蒙塔努斯的天才，他非常欣賞雷格蒙塔努斯對天文學的熱愛，並極其認真地教育他。雷格蒙塔努斯從行星理論學起，逐漸掌握了托勒密 (Ptolemy) 的天文學說。他還試圖掌握一切對天文學有用的知識，努力鑽研幾何學、算術與三角學，為他以後的發展打下了基礎。與波伊巴赫的友誼使雷格蒙塔努斯終生受益。

1460 年 5 月 5 日，神聖羅馬教皇的使節，C. 貝薩里翁 (Bessarion) 到達維也納，經過波伊巴赫的介紹，他成為第二個對雷格蒙塔努斯的一生產生重要影響的人物。貝薩里翁不僅是教皇的一位

成功的外交家，而且也是一位有造詣的學者，尤其在天文學方面。他的母語是希臘語，又精通拉丁文，他熱衷於向使用拉丁文的西方知識界介紹古希臘經典作家的著作，力勸波伊巴赫將托勒密的《天文學大成》(*Almagest*) 縮寫成拉丁文出版，使之“更簡明易懂”，因為托勒密原著的語言晦澀，思想深奧。當時維也納大學並不教授希臘語，波伊巴赫也未掌握這門語言，他利用十二世紀克雷莫納的杰拉德 (Gerard of Cremona) 的拉丁文本勉力譯到第 6 卷便於 1461 年 4 月 8 日去世了，臨終前他請求雷格蒙塔努斯繼續完成這項工作。爲了實現波伊巴赫的遺願，雷格蒙塔努斯開始努力學習希臘語，由於有貝薩里翁的指導，他在較短的時間裡便熟悉了這門語言。1461 年 11 月 20 日他跟隨貝薩里翁到達羅馬。在這期間他閱讀了貝薩里翁提供給他的一些希臘文科學著作。根據記載，1463 年 4 月 28 日之前雷格蒙塔努斯便完成了《天文學大成》的縮寫，名爲《概論》(*Epitome*)。他把波伊巴赫和自己合作完成的這本著作題獻給了貝薩里翁，但直到 1496 年 8 月 31 日該著作才得以出版，這已是雷格蒙塔努斯去世後 20 年了。

在羅馬期間，雷格蒙塔努斯廣交學者，尤其是那些熟悉希臘文的人，同時又忙於天文觀測，收集珍本圖書(包括希臘文和拉丁文的)，有很大收獲。1463 年 7 月 5 日貝薩里翁作爲教皇特使赴威尼斯共和國，雷格蒙塔努斯同行。1464 年春天，雷格蒙塔努斯在帕多瓦(當時在威尼斯共和國統治之下)大學演講，內容是關於 9 世紀穆斯林科學家法漢尼 (al-Farghàni) 的工作。他在這次演講中聲稱自己讀過所有拉丁文和希臘文的經典學術著作。1464 年 4 月 2 日的月蝕之後，他離開帕多瓦赴威尼斯等候貝薩里翁，正是在這裡的 5-6 月間他完成了《論各種三角形》(*De triangulis omnimodis*) 一書。他將該書題獻給貝薩里翁，這是雷格蒙塔努斯最重要的著作，但直到 1533 年才首次出版。此外，他還在威尼斯撰寫了一篇對話，其內容是行星理論。

1467 年，雷格蒙塔努斯接受匈牙利國王的邀請來到布達佩斯，在當時的皇家天文學家 M. 貝利卡 (Martin Bylica of Olkusz) 的協助下編制了他的《方位表》(*Tables of directions*)，1468 年，他在布達佩斯計算了一張正弦表 (取 $\sin 90^\circ = 10^7$)，1471 年，他離開匈牙利來到紐倫堡，在那裡建立了一個印刷所以便出版科學著作，從而成爲最早出版天文學與數學著作的人之一。可能是 1476 年 1 月第伯河決口之後橫掃羅馬城的一場瘟疫奪去了雷格蒙塔努斯的生命。對他死因的另一種說法是，因他宣稱要糾正喬治 (Geroge of Trebizond) 天文學著作中的錯誤，對方懷恨在心，導致喬治之子將他毒死。1476 年 7 月 6 日，雷格蒙塔努斯卒於羅馬。

雷格蒙塔努斯對數學的主要貢獻是在三角學方面。他的代表作《論各種三角形》，是第一本使三角學脫離天文學而成爲數學的一個獨立分支的系統著作。在雷格蒙塔努斯之前，三角學的發展已經歷了很長的歷程，首先從天文學的研究中產生出球面三角的若干知識，逐漸地發展到平面三角學。公元前 1600 年的巴比倫人便已具有弦的某些知識，“普林頓 322 號”(Plimpton 322) 泥板的內容便顯示了他們對三角形深刻認識。古埃及人也可能早已發現三角形的不同元素之間具有某種關聯。希臘人對天文學和幾何學的研究促進了三角學的發展，他們首先認識到有必要建立三角形邊與角之間的精確關係。希帕霍斯 (Hipparchus) 曾爲了天文觀測的需要作出一個弦表，門納勞斯 (Menelaus) 則給出了三角形的一個基本定理。之後，托勒密在其巨著《天文學大成》中發展了弦表，這些弦表在歐洲一直被廣泛採用，直到雷格蒙塔努斯的著作發表之前沒有多大改變。三角學的下一步發展是在東方，印度人和阿拉伯人都爲之做出了貢獻。印度人考慮半弦和圓的半徑，這樣他們就發現了現代三角學賴以存在的基礎。阿拉伯人艾布瓦發 (Abu'l Wafa) 首次引入正割和餘割；巴塔尼 (al-Battānī) 爲測定太陽的仰角而提出的概念“直陰影”和“反陰影”後來發展成了“餘切”和“正切”；納西

爾丁 (Nasir ad-Din) 則指出了平面三角學與球面三角學的差異，開始使三角學脫離天文學。雷格蒙塔努斯在寫作《論各種三角形》時，知曉托勒密以及一些印度、阿拉伯數學家的工作。由於他不懂阿拉伯語，他只能閱讀已譯成拉丁文的一部分著作。他從前人的工作知道了弦表，正弦律以及餘弦律等，從而建立起三角學的統一基礎，使之成爲一個系統的整體。

《論各種三角形》產生於天文學研究的需要，早在波伊巴赫和雷格蒙塔努斯寫作《概論》的時候，處理平面和球面三角形中邊與角的比就是極爲迫切的了。在該書獻辭的末尾雷格蒙塔努斯表明他將寫一本三角學的著作，這便是後來的《論各種三角形》。該書基於歐氏幾何，共含五篇。第一篇共 57 個定理，頭一部分 (定理 1 - 19) 討論了量和比，如定理 19：“如果四個成比例的量中有三個是已知的，則餘下的第四個量也可知道。”這是《原本》中已經證明了的。其餘部分則給出了直角、等腰及不等邊三角形的幾何解，其中定理 20、27、28 中提到或明確使用了正弦函數，如定理 27：“當一直角三角形的兩條邊已知時，(三角形中)所有的角都可求出來。”證明中便明確使用了正弦函數。斜三角形的四種情形的解在定理 49、50、52、53 中分別得到處理。定理 49 如下：“若一三角形兩條邊及其夾角已知，則三角形的其它的邊與角皆可求得。”證明中採用從未知角向對邊作垂線的方法，將三角形化作兩個直角三角形進行求解。在以上四個定理中沒有提到正弦函數。三角學知識的系統處理開始於第二篇的定理 1，該定理即是一般三角形中的正弦定理，雷格蒙塔努斯利用該定理對定理四和定理五中的斜三角形進行了處理：在一三角形中當兩角及一邊或兩邊及一角已知時，則餘下的元素都可求得。接下來的許多定理都可看作是今天意義上的練習題。在定理 12 和 13 中，雷格蒙塔努斯提出了求三角形邊長的代數解法，其中用到二次方程。數學史家認爲雷格蒙塔努斯熟悉切斯特的羅伯特 (Robert of Chester) 譯的

阿拉伯數學家花拉子米 (al-Khwārizmī) 的代數著作。定理 26 則隱含著三角形面積的三角公式。總之，第二篇的 33 個定理的內容基本上屬於今天解三角形的範疇。第 3 篇共 56 個定理，是第四篇的基礎，其內容已由平面轉移到球面。其中介紹了球被平面所截而產生的許多結果，如定理 15：“大圓是由球面上的兩點決定的。”定理 47：“在球面三角形中，延長其一邊時，則外角有時等於其對應的內角，有時大於它，有時甚至小於它。”第四篇的定理 16、17 分別給出了球面直角三角形和斜三角形中的正弦定理。在雷格蒙塔努斯的心目中，三角學是為天文學服務的，所以球面三角學的研究更為重要。該篇定理 25、26、27 處理了球面直角三角形，如定理 25：“一球面三角形中，已知直角和兩條邊，則可求得其它的邊和角。”定理 28 - 34 則給出了解斜球面三角形的 6 種情形。第五篇繼續解球面三角形，只有 15 個定理，其中定理 2 即含有球面三角形的餘弦定理，雖然用詞與今天不同。用現代符號，它可化為如下形式：

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}。$$

雷格蒙塔努斯早在維也納學習阿拉伯數學家巴塔尼的《天文學》時就發現了餘弦律，他認識到其重要性，最先使之形成實用的定理。

雷格蒙塔努斯為三角學在平面和球面幾何中的應用建立了牢固的基礎。他去世後，他的著作手稿在學者中廣為傳閱，對十六世紀的數學家產生了相當大的影響。從 J. 沃納 (Werner) 到 G.J. 雷蒂庫斯 (Rheticus) 以至 N. 哥白尼 (Copernicus)，他們都受到雷格蒙塔努斯直接或間接的影響。

雷格蒙塔努斯還曾試圖將丟番圖 (Diophantus) 的手稿譯成拉丁文。在 1464 年 2 月寫給義大利數學家 G. 比安基尼 (Bianchini) 的一封信中，雷格蒙塔努斯聲稱自己發現了丟番圖的一部不完整的手

稿，並說如果自己得到全部手稿，將把它譯成拉丁文，“因為我在我最尊敬的大師那裡學到的希臘文足以完成這項任務”。他終未得到全部手稿，也沒有譯出這一部分手稿。然而現代對丟番圖的發現就始於雷格蒙塔努斯那部不完整的手稿的發現。

雷格蒙塔努斯的三角學研究是為天文學服務的。十五世紀末，托勒密的成就仍然是天文學思想發展的頂峰。波伊巴赫和雷格蒙塔努斯合作完成的《概論》使人們更易於掌握托勒密的巨著《天文學大成》，然而其作用不僅在於促使人們對過去的知識有更好的理解，更重要的是它對當時的科學發展做出了貢獻，《概論》並不局限於對《天文學大成》的翻譯，它還添加了後來的觀測數據，修正了一些計算並加入一些評論性的文字，其中之一表明托勒密的月球理論所需要的月球的視直徑與實際相差甚遠，這一段（《概論》第五篇命題 22）引起了哥白尼（當時是波倫尼亞大學的學生）的注意。驚異於托勒密天文體系（已經流行了 1300 多年）的這一錯誤，哥白尼開始嘗試為現代天文學奠定基礎，從而摒棄了舊的托勒密體系。

雷格蒙塔努斯編制了許多天文表。他的《方位表》中包括天體黃經的計算，該表於 1490 年初版，以後多次再版。在問題 10 中，他指出應該通過使 $\sin 90^\circ$ 等於 10^5 而不是 6×10^5 （在《論各種三角形》第 5 卷定理 25 中使用了這一底數）來摒棄正弦表的 60 進制特性。在《論各種三角形》中他沒有使用正切函數，但在《方位表》中使用了間隔 1° 直到 90° 的正切表。他取 $\tan 90^\circ = 10^5$ ，是我們現今這類表的典範。1468 年，雷格蒙塔努斯在布達佩斯編制了一個正弦表，取 $\sin 90^\circ = 10^7$ 。在他認識到十進制的長處之前，他已經準備了一個 60 進制的正弦表，取 $\sin 90^\circ = 6 \times 10^6$ 。這兩個表都於 1541 年初版於紐倫堡，同時出版的還有他的論文《正弦表的制作》（*Construction of sine*）。此外，他還在匈牙利完成一張關於天空每日視旋轉的表，並且闡述

了它的幾何基礎。

雷格蒙塔努斯自己出版了一些科學著作，包括他的《星曆表》(*Ephemerides*) 和波伊巴赫的《行星新論》(*New theory of the planets*)。《星曆表》給出了 1475 – 1506 年間每天的天體位置，有趣的是，C. 哥倫布 (Colombo) 在第四次航海探險時隨身攜帶了一份《星曆表》，並利用它預示的 1504 年 2 月 29 日的月蝕嚇唬牙買加的土著印第安人，終於使他們屈服。

文 獻

原始文獻

- [1] F. Schmeidler (ed.), *Joannes Regiomontanus opera collectanea*, Osnabrück, 1972。
- [2] B. Hughes (ed.), *Regiomontanus on triangles*, Madison, Wis., 1967。

研究文獻

- [3] E. Zinner, *Leben und Wirken des Johannes Müller von Königsberg genannt Regiomontanus*, 2nd ed., Osnabrück, 1968。
- [4] E. Rosen, *Regiomontanus's Breviarium*, *Medievalia et Humanistica*, 15 (1963), 95 – 96。