

帕 喬 利

帕喬利，L. (Pacioli，Luca，或 Paciuolo，Luca di) 約 1445 年生於義大利西部托斯卡納 (Toscana) 區的聖塞波爾克羅 (Sansepolcro)；1517 年卒於聖塞波爾克羅。數學。

帕喬利之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Pacioli.html>

帕 喬 利

王 青 建

(遼寧師範大學)

帕喬利，L. (Pacioli，Luca，或Paciuolo，Luca di) 約1445年生於義大利西部托斯卡納 (Toscana) 區的聖塞波爾克羅 (Sansepolcro)；1517年卒於聖塞波爾克羅。數學。

帕喬利的父親叫巴爾托洛梅奧 (Bartolomeo Pacioli)，家鄉位於義大利古代名城佩魯賈 (Perugia) 以北台伯 (Tiber) 山谷中。有關他的早年生平史料極少，且不準確。一種說法是他受教於聖塞波爾克羅的貝福爾奇 (Befolci) 家族；另一種說法是他在其同胞、著名畫家、數學家 P. della 弗蘭切斯卡 (Francesca) 的畫室中接受早期教育，因此被認為是弗蘭切斯卡的學生。帕喬利約二十歲時服務於一位住在上流社區的威尼斯富商 A. 龍皮安西 (Rompiansi)，為他的三個兒子當家庭教師，同時在 D. 布拉加迪諾 (Bragadino) 指導下研習數學。龍皮安西的商務經驗與布拉加迪諾的文化知識成為他寫作算術論著的基礎。1470年他完成第一部算術手稿，題辭為“謹以本書獻給龍皮安西兄弟們”。是年，老龍皮安西去世，帕喬利結束了這段教學生活，來到羅馬，在建築師 L. 巴蒂斯塔 (Battista) 門下工作。

不久帕喬利成為天主教方濟各會修道士。完成神學學習後，他開始在義大利各地旅行和講授數學。1477年為佩魯賈大學開設算術課，1481年到札拉 [Zara，現為拉達爾 (Zadar) 屬克羅埃西亞] 教書，後輾轉於那不勒斯、羅馬等地。不僅教學取得很大成功，還寫了一批有關的算術論著。約1487年回鄉後潛心寫作，於1494年出版名著《算術、幾何、比與比例集成》(*Summa*

de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita)，這是印刷最早的數學書之一。

1497年帕喬利應邀到米蘭公爵 L. 斯福爾扎 (Sforza) 府上講授數學，在那裡遇到義大利文藝復興時期的著名畫家、科學家 L. 達文西 (da Vinci)。從達文西留下的筆記中得知，達文西曾就在科學研究中遇到的數學問題請教過帕喬利，而帕喬利此時完成的《神聖比例》第一卷是請達文西畫的插圖。1499年法軍入侵米蘭，斯福爾扎被俘，帕喬利與達文西結伴離開米蘭，途經曼圖亞 (Mantua) 和威尼斯，抵達佛羅倫薩。

1500年帕喬利被派到比薩大學授歐幾里得《原本》。第二年兼任波倫亞大學數學講座。1504年他當選為羅馬涅 (Romagna) 地區行政署官員，次年又成為佛羅倫薩修道院成員。作為聖職人員，他曾在許多地方佈道施教：1508年在威尼斯向教徒講數學，1510年在佩魯賈，1514年去羅馬，後來又被任命為阿西西 (Assisi) 省教長，不久去世。

《算術、幾何、比與比例集成》(以下簡稱《集成》)是帕喬利的成名之作，1494年出版於威尼斯。全書600多頁，用義大利文寫成，開篇題辭：獻給年輕的烏爾比諾 (Urbino) 公爵，G. da 蒙泰費爾特羅 (Montefeltro, 1472 - 1508)。蒙泰費爾特羅被認為是帕喬利的學生，這一題辭體現出帕喬利與烏爾比諾宮庭間的密切關係。弗蘭切斯卡曾為烏爾比諾聖貝爾納迪諾 (San Bernardino) 教堂(現在米蘭)祭壇作了一幅畫，其中將帕喬利描繪成殉道者聖彼得的化身。另外一幅由 J. de 巴爾巴里 (Barbari) 所作之畫展示了帕喬利向蒙泰費爾特羅講解幾何證明問題的情形，該畫現藏於那不勒斯博物館，是帕喬利形象的主要依據。

《集成》是一部綜合性的數學百科全書，分上、下兩篇，內容包括理論算術和實用算術、代數基礎、義大利各地使用的幣值、重量和度量表、複式簿記法以及歐幾里得幾何學的概述，幾

乎包括了當時算術、代數和三角學中的所有知識，被認為是繼 13 世紀初 L. 斐波那契 (Fibonacci) 之後第一部內容全面的數學書。據研究，書中材料主要取自古希臘數學家歐幾里得、羅馬數學家 A.M.S.、博伊西斯 (Boethius)、英國數學家 J. de 薩克羅博斯科 (Sacrobosco)、義大利數學家斐波那契和 P. de 德貝爾達曼迪 (Beldamandi) 等人的著作，內容雖缺乏帕喬利本人的創見，但因其印刷後廣泛流傳，成為後繼數學家學習和研究數學的經典。其中的主要成就如下：

(1) 採用了較規範的印度－阿拉伯數碼記數和計算，其中的數碼形式與現代記法非常相像，對印度－阿拉伯數碼在歐洲的流傳普及起了一定作用。

(2) 第一次以印刷形式給出手指記數的圖示。手指記數古已有之，古埃及、羅馬等地都有手指記數的文物殘存。八世紀初的英國學者 V. 比德 (Beda) 曾專門闡述過手指記數計算的方法，帕喬利在書中不僅對比德的記數方法有所改進，而且繪製的手指記數圖清晰簡明，廣泛流傳，後來許多算術書和數學史專著都採用或借鑒了他的這幅插圖。

(3) 使用了大量數學符號 (多為詞語的縮寫形式或詞首字母)，如歸併符號、等號、冪符號、根號、未知量符號等，從而推進了代數學的發展。

(4) 提出了高次方程求解問題。例如 $x^3 + px = q$ 、 $x^3 + q = px$ 、 $x^4 + px^3 = q$ (p 、 q 為正數) 等。帕喬利將這些問題列在書末，說它們像化圓為方問題一樣難以解決。由於該書的權威性，這些問題引起數學家們的極大興趣。時隔不久， $x^3 + px = q$ (p 、 q 為正數) 一類的三次方程就由波倫亞大學的數學家 S. 費羅 (Ferro) 解出，由此開了高次方程公式求解的先河。

(5) 詳盡論述了複式簿記。複式簿記 1340 年已在熱那亞興起，是會計登錄的重要方法。帕喬利將它的論著“關於計算與記

錄”(De computis et scripturis) 收入《集成》中，對當時流行的簿記知識進行了系統整理，並列舉出簿記 4 大特點，被認為是關於複式簿記的最早文獻。

此外，《集成》中關於二次代數方程，算術四則運算和應用題負解的探討亦有一定影響。

《集成》於 1523 年在托斯科拉諾 (Toscolano) 出了第二版，只對原著作了個別文字修訂。1543 年被譯為英文，影響開始超出歐洲大陸。16 世紀，《集成》對歐洲數學的發展起了重要的推動作用。G. 卡爾達諾 (Cardano) 在《實用算術》(1539) 中專闢一章糾正《集成》中的錯誤，並承認他受惠於帕喬利。N. 塔爾塔利亞 (Tartaglia) 在他的名著《論數字與度量》(1556 – 1560) 中遵循了帕喬利《集成》的風格。另一數學家 R. 邦貝利 (Bombelli) 在其《代數學》的引言中稱，帕喬利是斐波那契之後第一位闡明代數科學的數學家。

《集成》是帕喬利進行數學研究的成果彙總。在此之前他已分別在威尼斯 (1470)、佩魯賈 (1478) 和扎拉 (1481) 寫過三種用於教學的數學論著，均未出版。現在只有第二種保存下來。《集成》之後他又寫了幾部論著，其中較有影響的是《神聖比例》。

《神聖比例》(*Divina proportione*) 約 1497 年寫於米蘭，1509 年出版於威尼斯。這部用義大利文寫成的著作包括三卷：第一卷是“神聖比例概要”(Compendio de divina proportione)，1497 年完成於米蘭。文中論述“黃金分割”的性質，帕喬利稱之為“神聖比例”，即分已知線段為兩部分。使其中一部分是全線段與另一部分的比例中項，亦稱中末比。該卷包含歐幾里得幾何中與黃金分割有關的部分概述，以及正多面體和半正多面體性質的討論。第二卷是“論建築學”(Tractato de l'architettura)，基於古羅馬建築學家 P.M. 維特魯維厄斯 (Vitruvius，約公元前 25 年) 的《建築學》而成，為此增加了羅馬數字表示正比例的論述。第三卷是“比例

論”，是弗蘭切斯卡比例論著的義大利譯本。從幾何學觀點看，《神聖比例》比《集成》更有價值。“神聖比例”一詞的創用使人們對黃金分割產生頂禮膜拜的心境。

1509年帕喬利在威尼斯出版了他的第三部書——歐幾里得《原本》的拉丁文翻譯本。《原本》的拉丁文譯本早在13世紀已由坎帕努斯 (Campanus of Novara) 從阿拉伯文譯出，1482年又有了最早的印刷本。1505年B. 贊貝蒂 (Zamberti) 直接從希臘文本將《原本》譯為拉丁文，並對坎帕努斯的譯本進行了嚴厲批評。帕喬利對此頗感不平。他的譯本基於坎帕努斯的譯本，其中加了若干自己的校訂和註釋。後來他又將《原本》譯為義大利文，可惜一直未能出版，手稿也不知去向。

帕喬利還有一份數學遺著傳世，現存於波倫亞大學圖書館，共有309頁。手稿分為三部分：第一部分是81道數學遊戲題的彙編，比後來被稱為數學遊戲先驅的法國數學家C.G. 巴歇 (Bachet de Méziriac) 等人的同類彙編還要大，時間上也早一個多世紀；第二部分是幾何問題和幾何遊戲彙編；第三部分是諺語和詩句的彙編。內容上無獨創性，問題也多取自達文西等人的著作，影響不大，但帕喬利的論著已成為歷史學家研究達文西的重要原始材料。

帕喬利雖然對數學本身缺乏創建，但其著作具有簡明、通俗和綜合的特點，因而廣泛流傳。特別是用義大利文印刷發行，對他本國人民學習這些知識提供了很大方便。十六世紀義大利的代數學有長足發展，其間帕喬利著作的教育和啓示作用是不能忽視的。

文 獻

原始文獻

- [1] L. Pacioli, *Summa de arithmetica, geometria, prportioni et proportionalita*, Venice, 1494 ; 2nd ed., Toscolano, 1523 。

- [2] L. Pacioli, *Divina proportione*, Venice, 1509 ◦
[3] L. Pacioli, *Euclid megarensis opera . . .*, Venice, 1509 ◦

研究文獻

- [4] G.M. Biggiogero, *Luca Pacioli e la sua 'Divina proportione'*, *Rendiconti dell'Istituto Lombardo di Scienze e Lettere*, ser. A, 94(1960), 3 – 30 ◦
[5] D.I. Ricci, *Luca Pacioli, l'uomo e lo scienziato*, Sansepolcro, 1940 ◦
[6] R.E. Taylor, *No royal road : Luca Pacioli and his time*, Chapel Hill, N. C., 1942 ◦
[7] L. Olschki, *Geschichte der neusprachlichen wissenschaftlichen Literatur*, I, Leipzig, 1919, 151 – 239 ◦
[8] S.A. Jayawardene, *Pacioli, Luca*, 見 *Dictionary of scientific biography*, Vol. 10, 1974, 269 – 272 ◦
[9] S. Morison, *Fra Luca Pacioli of Borgo San Sepolcro*, New York, 1933 ◦
[10] R. Brown, *A history of accounting and accountants*, London, 1905, 108 – 131 ◦