

# 塔 爾 塔 利 亞

塔爾塔利亞，N. (Tartaglia，Niccolò) 約 1500 年生於義大利布雷西亞 (Brescia)；1557 年 12 月 13 日卒於威尼斯。數學、機械學、軍事科學、測量學。

塔爾塔利亞之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Tartaglia.html>

# 塔爾塔利亞

王青建

(遼寧師範大學)

塔爾塔利亞，N. (Tartaglia，Niccolò) 約 1500 年生於義大利布雷西亞 (Brescia)；1557 年 12 月 13 日卒於威尼斯。數學、機械學、軍事科學、測量學。

塔爾塔利亞原姓豐坦那 (Fontana)，生於一貧困郵差家庭。7 歲時父親米歇爾 (Michele) 去世。13 歲又遭騷亂之難，在布雷西亞大教堂內躲避戰爭時，被攻佔的法軍將頭部砍傷多處 (另一說他 6 歲遭此難)。後經母親細心照料痊癒，但留下口吃病根，人們因此將綽號塔爾塔利亞 (Tartaglia，意為口吃者) 冠於其名前。他本人也以此為姓發表文章，沿用至今。

塔爾塔利亞約在 14 歲時開始上學，但只讀了兩個星期的書，就因無錢交納學費而綴學。從此在母親指導下進行自學，逐漸掌握了拉丁文和希臘文，並對數學產生濃厚興趣。他勤於鑽研，進步很快，約 17 歲 (另一說 22 歲) 就當上了維羅那 (Verona) 的算盤教師。後來還負責一個小學的事務。成家後經濟每況愈下，1534 年移居威尼斯，成為那裡的數學教師。除教學外，還在教堂講授公開課，並繼續數學等學科的研究，相繼出版了多種學術著作。1546 年獲講師資格。1548 - 1549 年回到家鄉布雷西亞，在附近村子的中學裡教數學。以後仍回威尼斯教學，直至去世。

塔爾塔利亞最重要的數學成果是發現了三次方程的代數解法，遺憾的是他的所有著作都沒有給出這種解法，僅在別人的著作裡留下片斷記載。但是對發現這一方法的過程以及圍繞它所發生的多次爭論，塔爾塔利亞卻做過詳細的描述。

1494 年，數學家 L. 帕喬利 (Pacioli) 在他的著作中提出了幾類三次和四次方程，說這些方程的求解像化圓為方問題一樣困難，並推測它們可能不存在一般解法。但在 16 世紀初，波倫亞 (Bologna) 大學的數學教授 S. del 費羅 (Ferro) 就解出了其中一類缺少二次項的三次方程  $x^3 + px = q$ ，不過受當時保密風氣的影響，他沒有發表這一解法，只秘傳給了他的學生 A.M. 菲奧爾 (Fior，威尼斯人) 等少數人，菲奧爾同樣沒有發表它，而準備將它用於時尚的公開競賽，以便出奇制勝。

1530 年，布雷西亞的一位教師 Z. de 科伊 (Coi) 向塔爾塔利亞提出兩個問題，分別導致三次方程  $x^3 + 3x^2 = 5$  和  $x^3 + 6x^2 + 8x = 1000$ 。塔爾塔利亞經過研究找到了前一種方程 (缺少一次項) 的一般解法，得到正實根。當然也是秘而不宣。幾年後，菲奧爾聽說塔爾塔利亞會解三次方程，深表懷疑。他自恃掌握  $x^3 + px = q$  的解法，就向塔爾塔利亞提出挑戰，要求公開競賽。塔爾塔利亞得知菲奧爾曾獲費羅的秘傳後，便潛心鑽研，終於在競賽前 8 天 (另一說前 10 天) 找到了這一類方程的解法。1535 年 2 月 22 日，雙方在威尼斯公開競賽，各自向對方提出 30 個問題。菲奧爾的問題都導致  $x^3 + px = q$  類型的方程，塔爾塔利亞在兩個小時內全部解出來了，而塔爾塔利亞的問題多數導致  $x^3 + mx^2 = n$  ( $m$ 、 $n$  為正數) 類型的方程，菲奧爾一個也沒解出。塔爾塔利亞因這次公開競賽大獲全勝而轟動一時，揚名整個義大利。到 1541 年他已得到  $x^3 \pm px^2 = \pm q$  和  $x^3 \pm px = \pm q$  ( $p$ 、 $q$  為正數) 幾類方程的解法。他準備以後寫一部有關的數學專著公佈這些解法，然而這一計劃卻被一名叫 G. 卡爾達諾 (Cardano) 的數學家打亂了。

卡爾達諾是米蘭的一位醫生，業餘研究數學。他聽到塔爾塔利亞競賽獲勝的消息時正在為自己寫的一本代數書搜集材料，因此便在 1539 年 1 月託人向塔爾塔利亞討教三次方程的解法，遭到塔爾塔利亞的拒絕。此後卡爾達諾又數次寫信懇求，還邀請塔

爾塔利亞來米蘭做客，說一位名流想要見他。1539年3月塔爾塔利亞到達米蘭，沒有見到這位名流，卻被卡爾達諾留在家中住了三天。在卡爾達諾百般請求並發誓保密的前提下，塔爾塔利亞將方程  $x^3 + px = q$  和  $x^3 + q = px$  ( $p$ 、 $q$  為正數) 的解以暗語般的 25 行詩歌形式告訴了卡爾達諾，其中沒有任何證明。塔爾塔利亞回家後忙於他的歐幾里得和阿基米德著作的翻譯。卡爾達諾卻在塔爾塔利亞的解法引導下，找出了各種類型三次方程的解法及其證明，並在 1545 年出版的《大術》(*Arsmagna*) 中將它們發表出去。雖然卡爾達諾寫明了方法源於塔爾塔利亞，並指出費羅也早已發現了  $x^3 + px = q$  類方程的解法，但失信的行為仍然激怒了塔爾塔利亞，因此展開一場激烈的論戰。

1546 年，即《大術》出版的第二年，塔爾塔利亞在威尼斯出版了一部題為《各種問題和發明》(*Quesiti et inventioni diverse*) 的著作。其中以對話和書信等記實方式陳述了他與科伊、菲奧爾、卡爾達諾等人的交往經歷和三次方程解法的發現過程，對卡爾達諾的行為進行了斥責。卡爾達諾對此保持緘默，而他的僕人和學生，四次方程代數解法的發現者 L. 費拉里 (Ferrari) 代替主人出面，於 1547 年 2 月公開散發挑戰書，要求與塔爾塔利亞進行為期 30 天的競賽。塔爾塔利亞同樣公開散發了他的回答信，要求與卡爾達諾本人直接辯論。自此到 1548 年 7 月，費拉里與塔爾塔利亞先後通信 12 封，各自向對方提出 31 個問題，後又互相指責對方的解答有誤。這些問題涉及算術、代數、幾何、地理、天文、建築和光學等許多領域，已成為科學史上的珍貴文獻。

塔爾塔利亞因自己有口吃缺陷，開始不願意進行公開辯論，更不願與費拉里交戰。後來可能是掌握了費拉里解答中的錯誤，便在 1548 年 6 月的信中接受了挑戰。1548 年 8 月 10 日，兩人在米蘭在教堂附近舉行了公開辯論。塔爾塔利亞批駁費拉里解答中的錯誤，但發言常被聚集在那裡的費拉里追隨者打斷。費拉里則

強調塔爾塔利亞有一個不能解答的問題 (指四次方程)。爭論從上午 10 點持續到晚飯時間，聽眾一哄而散，結果不了了之。塔爾塔利亞因聽眾和裁判不公，第二天便返回了布雷西亞。也有材料說塔爾塔利亞是敗北而去，並因此而失去講師職位。還有的說雙方各自宣佈獲勝，直到 8 年後塔爾塔利亞才在他的名著《論數字與度量》(*General trattato di numeri et misure*) 中的一篇插文裡敘述了整個論戰過程。該書的前兩部分發表於 1556 年，第三部分在塔爾塔利亞去世三年後的 1560 年才出版，是未完成本。塔爾塔利亞想在書的最後一部分闡述他的三次方程解法及相關理論，最終未能如願。後來由於《大術》的影響，三次方程的解法冠以“卡爾達諾公式”流傳開來。

塔爾塔利亞對  $x^3 + px = q$  的解可在卡爾達諾的著作中見到片段。他引入了兩個新的變量 (用現代符號表示)  $u$ 、 $v$ ，並設

$$u^3 - v^3 = q \text{、} (uv)^3 = \left(\frac{1}{3}p\right)^3。$$

由此可推出

$$u^3 = \frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} \text{、} v^3 = -\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}。$$

再由  $x = u - v$  即可求出原方程的解為

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}。$$

卡爾達諾用幾何方法證明了  $x = u - v$  成立，而塔爾塔利亞對此是怎樣證明的已無從考證了。

《論數字與度量》(1556 - 1560) 是塔爾塔利亞最重要的數學著作。書中包括大量商業算術、數值計算和圓規幾何等初等數學多個分支的理論，被稱為數學百科全書和 16 世紀最好的數學著作之一。其中給出的由二項式展開係數排成的三角形被稱為“塔爾塔利

亞三角形”，比 B. 帕斯卡 (Pascal) 發表它的時間 (1665) 要早 100 多年。不過在塔爾塔利亞之前已有許多人論述過這種三角形，目前已知最早的人是中國的賈憲 (約 1100)。

塔爾塔利亞在幾何學中的貢獻是，發現已知四面體的邊長求其體積的方法，以及內切於一已知三角形且兩兩外切的三個圓 [現在稱為馬爾法蒂 (Malfatti) 問題] 的作圖法。他的數學貢獻還涉及算術基礎研究、根的開方法、分母有理化、組合分析術、概率論和數學遊戲、智力訓練等等。

1543 年塔爾塔利亞翻譯註釋的歐幾里得《原本》出版了，這是該書的第一種義大利文譯本 (譯自兩種拉丁文本)，也是它首次以現代語言印刷的譯本。同年，他又出版了阿基米德 4 部著作的拉丁文翻譯本。8 年後 (1551) 還註釋出版了阿基米德著作的義大利文譯本，顯示出他良好的語言學基礎和希臘數學知識。此外他還翻譯過阿波羅尼奧斯 (Apollonius) 和海倫 (Heron) 等人的著作，對希臘數學的保存與傳播做出貢獻。

《新科學》(*Nova scientia*, 1537) 是塔爾塔利亞的著作中較早出版的一部。他首次將數學應用於射擊理論，發現一種用於動力學和運動學的數學方法，使該書成為研究自由落體運動和拋射體運動的開拓性著作，對 G. 伽利略 (Galilei) 等物理學家的工作頗有影響。書中還設計了兩種超高和超距的測量裝置，被後人譽為“第一代遙測儀”。1546 年塔爾塔利亞在《各種問題和發明》中進一步討論了拋射體問題，得出如下重要結論：拋射體軌跡在每一處都是彎曲的線；初始速度給定時，當拋射體具有  $45^\circ$  的拋射角時射程最大，他還在彈道學研究中提出一些新的觀點和方法，制作了射擊表，並對防禦工程的構築提出自己的見解，是一位在軍事科學的理論和實踐中都有貢獻的科學家。其中有些成果很快就被翻譯介紹到德 (1547)、法 (1556) 等國。此外，塔爾塔利亞對測量方法、沉船提升、天氣預報、天平平衡、斜面上重物的平衡等問

題都有研究，還提出靜力學中的一些基本觀點，補充了前人的結論。有關論著大部分是在威尼斯出版的。

塔爾塔利亞培養了許多學生，如 G.B. 貝內代蒂 (Benedetti)、M. 波維亞諾 (Poveiano)、G.A. 魯斯科尼 (Rusconi) 等，他們在數學、力學等方面繼承並發展了塔爾塔利亞的理論，使之在義大利乃至整個歐洲產生廣泛影響。

## 文 獻

### 原始文獻

- [1] N. Tartaglia, *Quesiti et inventioni diverse*, Venice, 1546 ; Brescia, 1959 。
- [2] N. Tartaglia, *Risposte (to Lodovico Ferrari)*, 6 pts, 1 – 4, Venice, 1547 ; 5 – 6, Brescia, 1548 。
- [3] N. Tartaglia, *General trattato di numeri et misure*, 6 pts, Venice, 1556 – 1560 。
- [4] A. Masotti, (*N. Tartaglia*) *Cartilli*, Brescia, 1974 。

### 研究文獻

- [5] B. Boncompagni, *Intorno ad un testamento inedito di N. Tartaglia*, 見 *Memoriam Dominici Chelini—Collectanea mathematica*, Milan, 1881, 363 – 412 。
- [6] A. Favaro, *Di N. Tartaglia e della stampa di alcune sue opere con particolare riguardo alla “Travagliata inventione”*, *Isis*, 1 (1913), 329 – 340 。
- [7] A. Masotti, *Taraglia, Niccolò*, 見 *Dictionary of scientific biography*, Vol. 13, 1980, 258 – 262 。
- [8] P.L. Rose, *The Italian Renaissance of mathematics*, Librairie Droz, 1975, 151 – 158 。
- [9] M.A. Nordgaard, *Sidelights on the Cardan–Tartaglia controversy*, *National Mathematics Magazine*, 12(1937), 327 – 346 。