

## 帕 斯 卡

帕斯卡，B. (Pascal, Blaise) 1623年6月19日生於法國多姆山省 (Puy-de-Dôme) 的克萊蒙費朗 (Clermont-Ferrand)；1662年8月19日卒於巴黎。數學、機器計算、物理學。

帕斯卡之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Pascal.html>

# 帕 斯 卡

侯 德 潤

(徐州師範學院)

帕斯卡，B. (Pascal, Blaise) 1623 年 6 月 19 日生於法國多姆山省 (Puy-de-Dôme) 的克萊蒙費朗 (Clermont-Ferrand)；1662 年 8 月 19 日卒於巴黎。數學、機器計算、物理學。

帕斯卡三歲時，母親安托瓦內特·貝戈翁 (Antoinette Begon) 即已去世，父親艾蒂安 (Étienne) 把他帶大，並全部承擔起教育他的責任。1631 年老帕斯卡離開了克萊蒙，與他的兒子和兩個女兒移居到巴黎。其中吉爾貝特 (Gilberte) 在 1641 年和 F. 佩里埃 (Périer) 結婚，雅克琳 (Jacqueline) 在 1652 年進入皇家港 (Port-Royal) 的女修道院。

1640 年起，老帕斯卡作爲一名皇家稅務官員和他的全家一起住在魯昂 (Rouen)。從 1640 年末到 1647 年，帕斯卡只對巴黎作過短暫的、偶然性的訪問。1641 年他就開始遇到健康問題，好幾次因此而放棄了所有的活動。1647 年夏季，他的健康趨於惡化，於是和妹妹雅克琳離開魯昂移居巴黎。一年以後，他父親又到那裡和他們住在一起。在巴黎，帕斯卡結識了許多科學界的朋友，並在那裡從事豐富多彩的科學活動。

帕斯卡的數學研究生涯，是從孩提時代開始的。他從未受過系統的高等教育。1635 年前後，通過研讀歐幾里得 (Euclid) 的《原本》(Elements)，他表現出了對數學研究所具備的非凡才能。1639 年，他隨父親參加了 M. 梅森 (Mersenne) 建立的梅森學院的聚會，而且在該會起著重要作用。在那一年，G. 德扎格 (Desargues) 剛剛出版了他的《關於錐體與平面相交所得曲線

的投影初稿》(*Brouillon project d'une atteinte aux événemens des rencontres du cone avec un plan*)一書。帕斯卡立刻認識到這本書的真實價值，並成為德扎格在幾何學方面的主要門徒。他接受了這本書的基本觀念：引入無窮遠元素；把圓錐曲線定義為一個錐體和一個平面的截線；用圓的透視法來研究圓錐曲線... 等等。1639年6月，帕斯卡獲得了他的第一個巨大發現，現在通稱為他的“神秘的六邊形”，即一個內接於圓錐曲線的六邊形，其相對各邊的三個交點共線。不久，他又看出了基於這個性質對圓錐曲線進行綜合射影研究的可能性。1640年2月，他寫出《略論圓錐曲線》(*Essay pour les coniques*)這本小冊子。第二年，這篇文章被印成一份單面印刷品，其中第三條引理涉及的就是“神秘的六邊形”。該書實質上是他正在設想並開始準備的關於圓錐曲線的巨著的摘要。1640年12月，他似乎在這方面已取得了相當大的進展。他從他的定理中推導出包含在阿波羅尼奧斯(Apollonius)的《圓錐曲線》(*Conics*)一書中的大多數命題。1648年3月，他又用純粹的幾何方法得到了著名的帕波斯(Pappus)問題的一般解。帕斯卡的成功說明了在幾何學研究的領域內，射影幾何的證明方法可以和笛卡兒的解析方法同樣有效。

他以後再也沒有提到過這本巨著。這本書始終也沒有出版，似乎只有 G.W. 萊布尼茨(Leibniz)看到過這本書的手稿，並提供出有關此書的詳細材料。1676年8月30日萊布尼茨在寫給帕斯卡的一位繼承人的信中提到了這本書的內容。他把它分成了六個部分：(1) 用射影方法產生圓錐曲線；(2) “神秘的六邊形”的定義和性質—帕斯卡定理及其應用；(3) 極和極線以及圓心和直徑的射影理論；(4) 建立在軸和焦點基礎上的與圓錐曲線的經典定義有關的各種性質；(5) 圓錐曲線的相切，由五個元素(點或切線)確定的圓錐曲線的構造；(6) 三維的焦點(帕波斯問題)。雖然由萊布尼茨保存的帕斯卡論著的這幾個部分並沒有提供出它的內容的全貌，但它

們已足以說明，帕斯卡所掌握的射影方法是多麼豐富和明確。因而完全有理由假定，這本書促進了射影幾何的發展。由於德扎格的著作存在一定的模糊不清之處以及它的實用性的局限，使得射影幾何這門科學一直到十九世紀 J.V. 龐斯列 (Poncelet) 的工作出現以後才得到真正的發展。而龐斯列是首先注意到帕斯卡在這一領域的重要人物之一。

1640 年末到 1647 年，帕斯卡和它的父親以及姐妹住在魯昂。當時他父親承擔了大量的計算工作。為了對父親有所幫助，帕斯卡試圖尋求一種方法，使之能將兩種初等算術運算，即加法和減法機器化。到了 1642 年末，他著手設計一種機器。旨在能夠把這些運算化成簡單的齒輪運動。在解決了機器運算的理論問題以後，剩下的就是要實際造出一種這樣的機器，使得它是方便的、快速的、可靠的和易於操縱的。在這項冒險活動中，帕斯卡表現出非凡的實踐意識，對效率的高度關注和毫不含糊的頑強精神。他率領一幫工人，在幾個月內建成了第一個模型。但是，通過鑑定他認為不滿意，於是決定對之進行改進。他在不久所碰到的大量問題使他感到氣餒並促使他中斷了設計。1644 年初，根據包括法國大臣 P. 塞吉埃 (Séguier) 在內的幾個人的鼓勵，他又重新投入設計，用他自己的話來說，建成了“五十多種模型，所有的都不一樣”。最後他在 1645 年造出了一種固定的模型，由他本人組織生產及銷售。

他寫了一本 18 頁的小冊子，內容是寫給塞吉埃的一封信和一份關於計算機的說明 — 它的目的、操作原理、容量和建造細節。這本小冊子既是關於他的設計思路的有價值的資料，也是關於他的為人和風格的一份重要文獻。在帕斯卡的機器中，十個記號的轉換，通常被叫做 “運載”，是機械地完成的；啓動裝置是通過中間部分的媒介傳送的，最終結果記在標度盤上。在機器的相繼數位之間引入一個簡單的齒輪或插梢，使得這些數位在低一級的

標度盤從 9 向 0 經過的時候，能夠把高一級數位的標度盤向前移動一個單位。現代的機械計算機上的通用圓盤和滾筒標度盤就是起源於帕斯卡的計算機，他還使用了帶有針狀齒的冕形齒輪。使用這種裝置的結果，可使摩擦減少到最低限度。設計這類機器的主要問題是要調整運載的負擔，使得消耗在啓動裝置上的力最小，但能產生出所要求的運載。當數字被安裝為從 1 趨向 9 的時候，一個承受重量的齒輪就逐漸升高。經過許多數位，這種逐漸積累起來的負載將變得很重，因此就必然限制了機器的容量。帕斯卡認為一千個標度盤將和一個標度盤同樣容易地進行運轉，當然，實踐起來是失敗的。

帕斯卡的設計比其他人更能顯示出他的天才的一個特點，是在減法中應用了數的補位，使他能夠用一個單個的運算方向完成四種運算。經過改進的這種設計仍在許多鍵盤驅動的機器中使用。

由於計算機的價格高昂，所以限制了它的銷售。人們把它看成是一種珍貴玩物而不是實用的裝置。不知道究竟建成並售出了多少台這樣的機器。作為公共和私人收藏品的，現在還有 7 台。帕斯卡曾熱衷於計算機的製造和銷售，並在 1649 年 5 月 22 日獲得了由皇家法令所授予的專利權。1652 年，他在一次當著知名人士的演講中說明了他的機器，並呈獻出一台給瑞典的克里斯蒂娜 (Christina) 女王。

1646 年開始，帕斯卡又把他的注意力轉向流體靜力學並研究真空間題。在他以前，G. 伽利略 (Galileo) 曾在 1638 年注意到一個抽水泵不可能把水提高到超過一定的高度，約 10 米。這一觀察在 1641 年前後由 R. 馬奇奧蒂 (Maggiotti) 和 G. 貝爾梯 (Berti) 的實驗所證實。以後又由 V. 維維阿尼 (Viviani) 和 E. 托里切利 (Torricelli) 改進了這項實驗，用水銀代替水，從而把水銀柱的高度化為大約 76 釐米。梅森企圖重複這項實驗，但未成功。1646 年 10 月，梅森的朋友 P. 珀蒂 (Petit) 經過魯昂，在艾蒂安和帕斯

卡的幫助下重複了這一實驗。為了尋求一個堅定可靠的結論，帕斯卡用各種辦法重複這項實驗，例如，他使用不同的流體，如水或酒；還使用不同形狀的管道，有的長達 12 米，貼到船舶的桅杆上。1647 年春天，這些實驗聞名於巴黎。有關這一組實驗的第一份印出來的報告是由 P. 吉法特 (Guiffart) 寫的《真空論》(*Discours sur le vide*)，寫成於 1647 年 4 月，並於同年 8 月發表。帕斯卡還和笛卡兒討論過這個問題，後者建議他在不同的高度上對氣壓計進行觀察、比較。帕斯卡本人也在魯昂寫過一份關於他的實驗的報告，是一本 32 頁和小冊子。在 1647 年 10 月發表，題為《關於真空的新實驗》(*Expériences nouvelles touchant le vide*)。由於這項實驗涉及到真空是否可能的問題，所以這份報告的發表在科學界引起了一場爭論，使得巴黎的許多科學家對真空問題產生了興趣，做了許多有關真空問題的實驗並提出了許多假設以解釋這個問題。帕斯卡參與了對這個問題的討論，設計出著名的真空實驗方法，以驗證空氣柱的假設。他還接受笛卡兒的建議，通過在不同高度上同時做氣壓計觀察的辦法來證實這一假設。他委託他的姐夫佩里埃去做這件事。這些觀察中的一個，現在通稱為“多姆山實驗”，是 1648 年 9 月 19 日進行的。帕斯卡立刻發表了其細節，題為《關於液體平衡的重要實驗》(*Récit de la grande expérience de l'équilibre des liqueurs*)，主要由佩里埃的信和報告組成，共 20 頁，這本書又引起了激烈爭論，涉及到帕斯卡關於多姆山實驗的基本原理的居先權問題，但並沒有得到任何一致可以接受的結論。

以後帕斯卡又繼續致力於寫一本關於真空問題的較大的論著。但是這本論著只有很少幾個片段得以幸存至今。不久帕斯卡放棄了寫這本巨著的計劃，而改寫一本短一點的，但比較綜合性的書。這本書大概在 1654 年初寫成，作為他的遺作於 1663 年由佩里埃出版，標題為《論液體平衡和空氣的重量》(*Traité de*

*l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air... )*。作爲好幾年觀測、實驗和沉思的結果，該書是殫精竭慮寫出來的新知識和理論的卓越的綜合作品，把早期的結果和新的發現集中在一起並使之協調起來，以其嚴格的實驗根據和對經院哲學的堅決抵制而具有超群出衆的特色。雖然由於沒有能及時出版而影響了這本書的時效，但是，這本書實質上是把在過去有關這一論題的著作所討論過的實驗、概念和理論更系統化、更精煉和更發展了。它無可爭辯地是十七世紀的科學名著之一。

1654 年，對帕斯卡來說是成果特別豐碩的一年。他不僅完成了他關於幾何和物理學論著的最後推敲，而且進行了算術、組合分析和概率計算方面的重要研究。這一工作可以從他和 P. de 費馬 (Fermat) 的通信以及他的《論算術三角形》(*Traité du triangle arithmétique*) 一書中看出。

帕斯卡和費馬在 1654 年 7 月到 10 月之間進行了一系列通信。他們的討論集中在兩個主要問題上。第一個問題涉及的是，在給定次數的投擲中，一個博奕者得到骰子的某一固定面的概率是多少。第二個問題更複雜一點，即在某一次涉及到幾個博奕者的博奕者中，當博奕半途而中斷時，確定應歸還每一個博奕者的賭金的份數是多少。費馬只利用組合分析的方法就成功地解決了這些問題。而帕斯卡似乎已逐漸發現了系統應用遞推推理方法的優越性。

雖然帕斯卡並不是算術三角形的創始人，因爲對數字的這樣一種安排已經被其他人做出，但是他的名字仍然和這一三角形聯繫在一起，因爲他寫出了《論算術三角形》，談到了算術三角形的構造，並以 19 條推理的形式討論了這一三角形的性質，還利用這些性質得到了許多應用，其中最重要的和最根本的應用是和組合分析，特別是和賭金問題的研究有關的。他還提到過算術三角形在求二項式乘冪方面的應用。《論算術三角形》一書出版於

1654 年，把這本書和帕斯卡寫給費馬的信聯繫起來看，這些材料只是走向決策論的原始步驟。因為帕斯卡所關心的是把決策和不確定的事件聯繫起來，他的目的並非確定概率這一概念的數學地位，而是解決如何分配賭金的問題。他也從未使用過“概率”這一術語。只是當解決了對策論和決策論的理論問題以後，再回過頭去看，才能看出帕斯卡在這方面的工作的創造性。

帕斯卡在組合分析方面的研究也談不上獨創性。十六－十七世紀的數學家在這一問題上，只注意所研究的結果的清晰性、概括性和嚴格性，而不是獨創性。1655 年另一個數學家 C. 惠更斯 (Huygens) 居住在巴黎，他知道了帕斯卡和費馬工作的詳細情況，並徹底改造了他們的觀念，1657 年出版了《隨機變量推理簡論》 (*Tractatus de ratiociniis in aleae ludo*) 一書，才使這門科學的基本原理顯示出來。到十八世紀，通過 J.I. 伯努利 (Bernoulli)、P.R. de 蒙莫爾 (Montmort) 和 A. 棣莫弗 (de Moivre) 的努力，才使概率這門科學得到進一步的發展。

在哲學和文學方面，帕斯卡也做出過貢獻。他在整個青年時代，曾經是一積極的天主教徒。然而他從未認真考慮過忠實信仰問題。1646 年，他就轉變信仰，皈依嚴峻的、煩擾人的聖西爾 (Saint-Cyran) 學說，這件事深刻地影響了他的餘生。1647 年 2 月和 4 月之間，他在魯昂強調了他對新的信仰的堅持。1651 年 9 月他父親去世，1652 年 1 月他妹妹雅克琳進入皇家港修道院，帕斯卡在這一階段雖然也參與神學活動，但並沒有影響他的科學生涯。由於對世俗生活和緊張的科學活動感到厭倦，帕斯卡後來又重新被導向對宗教的關心。1654 年年底，他放棄了他的科學工作，以便致力於沉思和宗教活動，以及幫助東森教徒們從事抵抗他們的許多敵人，特別是耶穌會的鬥爭。他默默無聞地工作，在 1656 年 1 月 13 日到 1657 年 3 月 24 日期間，在他的朋友 A. 阿爾諾 (Arnauld) 和 P. 尼科爾 (Nicole) 的幫助下，從皇家港創作了

18 封“外省來信”(*Lettres provinciales*)。這是神學辯論的傑作，在 1657 年以筆名“蒙大特的路易”(Louis de Montalte) 出版。他還有幾本在他去世以後作為遺作出版的神學著作，最主要的一本是 1670 年出版的《沉思錄》(*Pensées*)。雖然這本書曾作為大量評論的目標並招致許多尖銳的批評，但卻充分顯示出帕斯卡突出的哲學和文學才能。

1657 年前後，帕斯卡又重新投入科學研究。在 1658 年以及 1659 年的頭幾個月，帕斯卡把他的大部分時間花在完成“不可分量”理論上，這是微積分理論的一個前奏。事實上，早在 1654 年，他在一本題為《數字幕求和》(*Potestatum numericarum summa*) 的算術著作中就提到過不可分量的方法。他注意到利用數幕求和的結果可以解決一些求積分的問題。例如，用現代的記法，他說明了關係到  $x^n$  ( $n$  為整數) 的一個著名結果：

$$\int_0^a x^n dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

在 1657 年寫成的《幾何學本義》(*De l'esprit géométrique*) 一書中，為了說明無窮小和無窮大概念之間的聯繫及駁斥當時有關這一方面廣為流傳的謬誤，他又重新提到了不可分量。

1658 年初，帕斯卡認為只要對他的方法加以改進並擴大其應用範圍，他就可以完成不可分量的計算法。為了使別人信服，他用他的方法解決了幾個有關擺線或旋輪線的無窮小問題，並決定通過解這些問題來向其他數學家挑戰。1658 年 6 月，帕斯卡分發了一份沒有簽名的傳單，提出競賽的條件，並規定截止時期為同年 10 月 1 日。在隨後發表於 1658 年 7 月到 1659 年 1 月期間的一些沒有簽名的傳單或小冊子中，帕斯卡修改了有關條件並宣佈了結果。當時絕大多數第一流的數學懷著極大的興趣注視著這場比賽，很多人都對帕斯卡提出的問題中的一個或幾個進行研究。1658 年 10 月和 1659 年 1 月，帕斯卡以 A. 戴東維

爾 (Dettonville) 為筆名發表了四封信，信中提出了他的方法的原理及其對各種不同問題的應用，如擺線問題、求曲面的面積問題、求容體的體積問題、重心的確定、曲線的求長等。1659 年 2 月，這四封信被收集在《A. 戴東維爾的某些幾何發現的信件》 (*Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses inventions de géométrie*) 一書中。這本書以其嚴密而優雅的文體，以及清楚而明確地使用幾何語言，部分彌補了缺少代數符號的缺陷。其中最傑出的貢獻有：發現了廣義擺線與橢圓的曲率是相等的；深化了不可分量的概念；初步建立了定積分概念並確立了基本性質；以及間接求助於某些計算方法，如部分積分法等。

帕斯卡對微積分的發展所做的最大貢獻是他隱隱約約地使用了“特徵三角形”。微積分學的創建者之一萊布尼茨曾說過，帕斯卡的特徵三角形對他來說是一個巨大的促進。這說明，帕斯卡的工作是從不可分量計算到微積分計算的一個重要過渡。然而，由於帕斯卡本人既沒有充分利用這一方法的威力和普遍性，又沒有發展他所得到的結果，再加上他故意拒絕採用笛卡兒的代數符號表示法，不了解形式化的重要性，所以他在微積分的發展上，沒有能取得重大的突破。

1659 年初，帕斯卡又一次得了重病。為了使自己能致力於祈禱與慈善活動，他幾乎放棄了所有的科學研究。1661 年，在他的妹妹雅克琳去世以及他和來自皇家港的朋友們發生了一場爭吵以後，他的退隱願望與日俱增。下一年，他就與世長辭。

帕斯卡既是一個有特殊天才的辯論家、道德家和作家，又是一個渴望解決他那個時代主要問題的科學家。他對他那個時代幾個發展迅速的科學領域如射影幾何、概率計算、無窮小計算、流體靜力學和科學方法做出了重要的貢獻，以他多方面的成就而言，他無疑是十七世紀的傑出科學家之一。

# 文 獻

## 原始文獻

- [1] C. Bossut, ed., *Oeuvres de Blaise Pascal*, 5 vols., The Hague, 1779
- [2] L. Brunschvicg, P. Boutroux and F. Gazier, eds., *Oeuvres de Blaise Pascal publiées selon l'ordre chronologique*, 14 vols., Paris, 1904 – 1914。
- [3] J. Chevalier, ed., *Oeuvres complètes de Blaise Pascal*, Paris, 1954
- [4] J. Mesnard, ed., *Blaise Pascal, Oeuvres complètes*, 2 vols., Paris, 1964 – 1971。

## 研究文獻

- [5] A. Maire, *Bibliographie générale des oeuvres de Pascal*, 2nd ed., I, *Pascal savant*, Paris, 1925。
- [6] P. Humbert, *L'oeuvre Scientific de Pascal*, Paris, 1947。
- [7] P. Humbert, *L'oeuvre Scientific de Pascal*, Paris, 1964。
- [8] 袁小明，帕斯卡，見《世界著名數學家評傳》，江蘇教育出版社，1990。