巴　羅

巴羅，I. (Barrow，Isaac) 西元 1630 年 10 月生於英國倫敦；1677 年 5 月 4 日卒於倫敦。幾何學、光學。

巴羅之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Barrow.html

巴　羅

梁 宗 巨

(遼寧師範大學)

巴羅，I. (Barrow，Isaac) 西元 1630 年 10 月生於英國倫敦；1677 年 5 月 4 日卒於倫敦。幾何學、光學。

巴羅的父親湯姆斯•巴羅 (Thomas Barrow) 是一個富有的亞麻布製品商，和王室素有聯繫。巴羅幼年時，母親安妮 (Ann) 便已去世。他早年在查特豪斯學校就讀，後來到費爾斯特 (Felstead) 接受經院式的教育，學習希臘語、拉丁語、邏輯學與修辭。1643 年，作爲國王的擁護者，巴羅被送進劍橋大學三一學院。在校的 12 年間，承受反皇家的強大壓力而幸存下來。1648 年畢業，獲學士學位。1649 年被選爲研究員。1652 年取得碩士學位，就任學院的講師和主考人。1655 年，克倫威爾政府剝奪了他就任教授的權利，他憤而出走歐洲大陸。1660 年回到英國，正值斯圖亞特 (Stuart) 王朝復辟，查爾斯二世登上王位。巴羅成爲牧師，並立即就任劍橋大學 “欽定講座教授”(Regius professor)，還兼倫敦格雷沙姆 (Gresham) 學院幾何及天文學教授。

1663 年，巴羅被選中成爲第一任的盧卡斯教授 (Lucasian professor)。這是遵照 H. 盧卡斯 (Lucas) 的遺囑設立的一種榮譽數學教授職位，每年有若干津貼。擔任此職不需要擔任神職，也不許再兼其他學校的教授。巴羅在以後的 6 年間致力於三個系列的演講，並編寫了著名的講義：《數學講義》(*Lectiones mathematicae*，寫於 1664－1666 年，1683 年在倫敦出版)、《光學講義》(*Lectiones opticae*，1669) 和《幾何講義》(*Lectione geometricae*，1670)。

I. 牛頓 (Newton) 可能聽過巴羅的課， 並協助他修改講義。 巴羅在《幾何講義》第 10 講的末尾說他介紹這種作切線的方法是 “由於一位朋友 (指牛頓) 的建議”。 (文獻 [6]， p.132)

1669 年 10 月 29 日， 三十九歲的巴羅主動將盧卡斯教授的職位讓給二十六歲的牛頓。 他認爲牛頓擔任此職更加合適， 而自己則轉向神學研究， 不久即任皇家牧師。“巴羅讓賢”， 一時傳爲佳話。 四年之後， 國王指派他爲三一學院院長， 1675 年升任劍橋大學的副校長。 巴羅終身未婚， 他身材瘦小， 但很健康， 後來不幸服用過量的藥而早逝， 年僅四十七歲。 現劍橋大學三一學院教堂內有巴羅的全身雕像， 位於牛頓雕像之北。

在數學上， 巴羅是以微積分先驅者聞名於世的。 他提出一種切線的作法， 並給出相當於微積分基本定理的一種幾何關係。

切線的求法

十七世紀，切線問題是數學家討論最熱烈的問題之一。 在過去的歐幾里得幾何中， 直線與圓相切被定義爲直線與圓相接觸， 但延長後並不相交。 R. 笛卡兒 (Descartes) 創立解析幾何以後， 曲線與方程有了對應關係， 人們開始追求曲線的分析 (即代數) 作法。 笛卡兒本人曾給出一種 “圓法”(利用圓及方程重根的關係)， 不過比較麻煩。 P. de 費馬 (Fermat)、 J. 許德 (Hudde) 及 R.F. 斯呂塞 (Sluse) 也都提供過方法。

巴羅的方法， 實際上相當引入微分三角形或特徵三角形， 其步驟如下:

設有曲線 $f(x,\ y) = 0$， 求作 $M(x,\ y)$ 點處的切線 (圖 1)。 在 M 的附近取任意小的一段弧 $\overset{\frown}{MN}$， 因爲是任意小， 故可以和直線段 MN 看成一樣。 $M,\ N(x+e,\ y+a)$ 都在曲線上， 坐標應滿足方程， 即

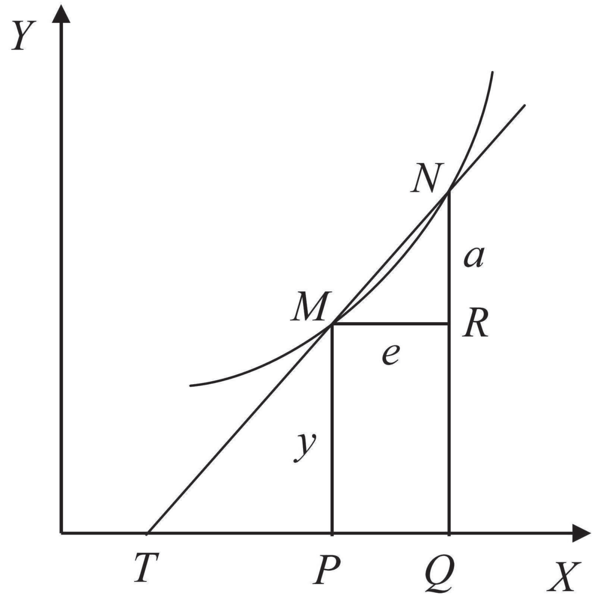

圖 1

$$f(x+e,\ y+a)=f(x,\ y)=0$$

略去式子中 e、a 的高次冪，再解出 $\dfrac{a}{e}$ 這就是切線的斜率。$\triangle MRN$ 相當於以 dx、dy、ds 爲邊的微分三角形，不過當時還未形成這樣的概念，記次切線 $TP=t$，則 $\dfrac{y}{t}=\dfrac{a}{e}$，由此算出 t，切線即可作出。

以笛卡兒葉形線 $f(x,\ y)=x^3+y^3-3xy=0$ 爲例，由

$(x+e)^3+(y+a)^3-3(x+e)(y+a)=x^3+y^3-3xy$，

得

$$3x^2e+3xe^2+e^3+3y^2a+3ya^2+a^3$$
$$-3xa-3ye-3ea=0。$$

捨棄 a、e 的高次項，解出斜率，得

$$\frac{a}{e}=\frac{y-x^2}{y^2-x}。$$

這和用現代微分法求出的結果是一樣的。

巴羅方法的實質是把切線看作當 a 和 e 趨向零時割線的極限，而極限是通過捨棄 a 與 e 的高次冪取得的。但他沒有說明爲

什麼可以或者必須略去這些高次冪， 只是說 “這些項沒有什麼價值” 。

微積分基本定理

當時數學的另一個引人注目的問題是求積， 這是積分學的中心問題。 所謂微積分基本定理， 是架設在切線問題 (微分學的中心問題) 和求積問題之間的橋樑， 揭示了兩者的互逆關係。 巴羅在《幾何講義》的第 10 講和 11 講中用幾何形式給出面積與切線的某種關係， 已得到基本定理的要領 (文獻 [4]， p.257)。 下面用現代術語來敘述。

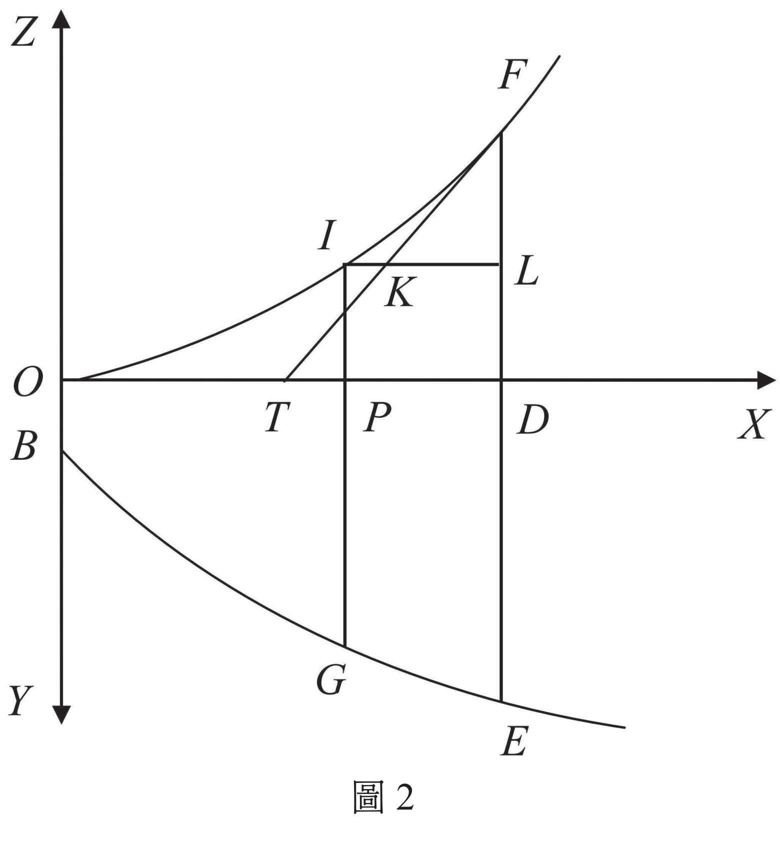

圖 2

建立座標系 XOY， 使 OY 向下。 現有增函數 $y = f(x)$， 在坐標系中表示爲曲線 BGE (圖 2)。 $D(x, 0)$ 是 OX 上任一點， 曲線 BGE 與 OD 及縱線 BO 、 ED 所圍的面積 (即曲邊梯形面積) 是 x 的函數， 記作 $S(x)$。 爲了便於比較， 以 OY 的反方向爲 OZ， 建立座標系 XOZ。 作出函數 $z = S(x)$ 的曲線 OIF，

$F(x,\ S(x))$ 是 ED 延長線與曲線的交點。 在 OX 上取 T 點使得

$$TD=\frac{DF}{ED}=\frac{S(x)}{y}\ , \qquad (1)$$

巴羅斷言直線 TF 是 OIF 在 F 點的切線 (原話是 TF 僅在 F 點與 OIF 相接觸)。 要證實這一點， 可在 F 附近曲線上任取一點 $I(x_1,\ S(x_1))$，過 I 作 IKL，GPI 平行座標軸， 進而證明 TF 與 IKL 的交點 K 在 I 點的右方。 事實上， 由 (1) 得

$$\begin{aligned} ED &= \frac{DF}{TD}=\frac{LF}{KL}, \\ \therefore\quad KL\cdot ED &= LF=DF-DL=DF-PI \\ &= S(x)-S(x_1)<PD\cdot ED。 \end{aligned}$$

最後取不等號是因爲 $f(x)$ 是增函數。 於是

$$KL<PD=IL，$$

即 K 在 I 的右方。 若 I 點取在 F 的右方， 情況也類似。

巴羅的結果一直被認爲是微積分基本定理的早期形式。 如果明確指出 TF 是在分析意義下面積函數 $S(x)$ 的切線， 同時適當地定義斜率， 則上述結論相當於

$$S'(x)=\frac{d}{dx}\int_0^x f(x)dx=f(x)\ ，$$

這便是微積分基本定理。 但巴羅似乎未意識到這一問題的重要性， 也沒有進一步利用這關係去解決問題。 在完成《幾何講義》之後， 他立即轉向神學及行政工作了。

數學史家 D.T. 懷特賽德 (Whiteside) 認爲， 牛頓和巴羅的學術交流在歷史上是不清楚的 [5]。巴羅自己說切線的作法出自牛頓的建議， 而牛頓在著作中從未提到哪些內容得自巴羅的教導。 牛頓在鄉間躲避瘟疫期間， 在 1665 年 5 月 20 日的手稿上已有微積分的記載 (在更早的 1664 年已得其要旨)， 1666 年 10 月的文章明確地提

出藉助反微分去計算面積， 比巴羅的結果更接近現代的微積分基本定理。 在時間上也不晚於巴羅的《幾何講義》。 因此微積分的眞正創立仍應歸功於牛頓。

翻譯工作

巴羅精通希臘文、 拉丁文， 對希臘數學深有研究。 在思想方法上也頗受希臘的影響。 他翻譯過歐幾里得 (Euclid)、 阿基米德 (Archimedes)、 阿波羅尼奧斯 (Apollonius) 等人的著作， 並將歐幾里得《原本》從希臘文譯成拉丁文， 1655 年在倫敦出版。 後來又譯成英文《原本， 十五卷全書》(*Elements， the whole fifteen books*)， 1660 年在倫敦出版， 此書在十八世紀重印多次， 影響很大。 偉烈亞力 (Alexander Wylie) 與李善蘭合譯的《幾何原本》後九卷 (中譯本， 1857)， 可能就是以巴羅的英譯本爲底本。

文　　獻

原始文獻

[1] I. Barrow, *Euclidis Elementorum libri XV breviter demonstrati*, Cambridge, 1655； *Elements, the whole fifteen books*, London, 1660。

[2] I. Barrow, *Lectiones mathematicae XXIII*, London, 1683。

[3] I. Barrow, *Lectiones geometricae*, London, 1670 (英譯本； J.M. Child, *The geometrical lectures of Issac Barrow*, London, 1916)

研究文獻

[4] D.J. Struik, *A source book in mathematics*, 1200−1800, Harvard University Press, 1969。

[5] D.T. Whiteside, *Barrow, Issac*, 見 *Dictionary of scientific biography*, Vol. 1, 1970, 473−476。

[6] C.H. Edwards, Jr., *The historical development of the calculus*, Springer–Verlag, 1979 (中譯本： C.H. 愛德華， 微積分發展史， 北京出版社， 1987)。

[7] H. Osmond, *Isaac Barrow, his life and times*, London, 1944。