

蒙 日

蒙日，G. (Monge，Gaspard) 1746年5月9日生於法國博恩；1818年7月28日卒於巴黎。幾何學、數學分析、化學、物理學、機械製造、科學技術教育。

蒙日之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Monge.html>

蒙 日

趙 擎 寰

(北京師範大學)

蒙日，G. (Monge，Gaspard) 1746年5月9日生於法國博恩；1818年7月28日卒於巴黎。幾何學、數學分析、化學、物理學、機械製造、科學技術教育。

蒙日生於法國科多爾 (Côte-d'Or) 省當年一個小城鎮博恩 (Beaune) 的一戶窮苦人家，祖父務農，父親為小販和磨刀匠。蒙日弟兄三人，他是長子。

蒙日先在家鄉一所天主教所設的學堂學習，後轉學里昂，十八歲畢業，留校教物理課。這年夏天回家，他自製測繪工具，畫了一幅大比例的博恩平面圖，得到一位工程兵軍官的賞識。推薦他去梅濟耶爾皇家工程學校學習。此校培養設計軍事工程的軍官，因為他不是貴族子弟，只能接納他做一名繪圖員兼技工，繪製防禦區的平面圖，製作建築的模型。這使他失望，但沒有自餒，他勤學苦練，並聽些被允許聽的課，他的繪圖能力進步很快。不到一年，他請求參加一項防禦工事掩蔽體的設計，他不用當時慣用的計算法，而採取圖解法，迅速地完成了任務。經過審核，確認他的方法嚴密，結果正確。這是他邁向畫法幾何學的第一步，第二年他就擔任了數學課的輔導教師。1769年，二十三歲的蒙日以普通教師的身份，接替數學教授 C. 波蘇 (Bossut) 任教，但對於設計製圖方法，限制他只准在課堂內講述，對外保密。同年，他的第一篇關於微分幾何學的論文寫成 (1771年在科學院宣讀)。1770年他兼教該校的另一基礎課——物理實驗。1772年，被巴黎科學院選為通訊研究員。1775年，皇家工程學校正

式授予他“皇家數學和物理學教授”學銜。1776 年，他在科學院與 A.T. 范德蒙得 (Vandermonde)、A.L. 拉瓦錫 (Lavoisier) 等作了多種物理化學實驗，驗證當時新的理化知識。1777 年他和 C. 于阿爾 (Huart) 結婚 (後生三女)。因管理妻子的鍛造廠而對鍛冶發生興趣，又由於化學工作的需要，他在學校逐步建起一座化學實驗室。略後於拉瓦錫，他以簡陋的設備使氫和氧合成水，並首次液化空氣、二氧化硫 (硫酐) 成功。1780 年，蒙日當選為科學院的幾何學副研究員，並被任命為巴黎盧弗爾 (Louvre) 流體動力學講座的教授，於是移居巴黎。皇家工程學校的課程由旁人接替，他只領導化學研究。1783 年他被任命為法國海軍學員的主考官。次年，完全離開了皇家工程學校。蒙日在此校的十八年間，由一名中等文化程度的青年，通過勤奮自學，成為一位既有科學理論，又有理化實驗技術和設計製圖本領的科學家。

海軍學員的主考官，負有指導海軍學校業務的責任，這些學校是當時法國進行科學教育的學府。蒙日視察了每一個港口，調查了鐵礦場、鑄造廠和製造廠，了解到許多鍛冶和加工技術問題。1786 年在海軍學校開展的教學改革，為他在大革命時期的科學技術教育革新措施，提供了經驗。

1786 年，他與 C. 貝托萊 (Berthollet)、范德蒙得合作寫出論文“論不同金屬狀態下的鐵” (*Mémoire sur le fer considéré dans ses différents états métalliques*，1786)。為海軍學員所編的《靜力學基礎教程》於 1788 年出版。此書包括了力偶理論、任意二正交力系等，是十九世紀法國的名著。1846 年由蒙日的學生著名數學家 A. 柯西 (Cauchy) 補註出版。

法國大革命開始，蒙日是科學院的積極參加者，1790 年加入了雅各賓俱樂部。當時他在科學院制定、推行公制計量單位委員會工作。1792 年共和國成立，蒙日擔任海軍部長。他以過於溫和而遭到反對，任職八個月後辭職，回到科學院繼續研

究計量單位問題，並參加科學普及委員會、保護藝術品和文物的委員會。由所著的《畫法幾何學》(*Géométrie descriptive*) 對雕刻、色彩的論述，及參加保護藝術品和文物工作，可看出他有對藝術品的鑒賞能力。1793 年 9 月為抵禦外侮，蒙日參加了軍械委員會，與貝托萊等寫了關於鍛造與表面硬化鋼方面的論文(見他們“就製鋼問題致煉鐵工人書”) (*Avis aux ouvriers en fer la fabrication de lâcier* , 1793) ，為軍械廠制訂操作規程，編寫大炮技術文件。他還研究了硝的萃取和提純及軍用氣球的製造，對於法國短期內解決軍火生產技術，起了很大作用。他同時關心改革科學技術教育問題，提出建立學校培養技工和工程師的建議和方案。1794 年他被委派組織委員會籌建中央公共工程學校，即後來成立的綜合工科學校(為法國著名的理工大學)。此校體現了蒙日的科學技術教育思想，使理論科學與技術科學相結合，成為以後各國理工科大學的模式。蒙日在校任教多年並任校長，培養出大批人才，其中許多是世界知名的學者。

蒙日建議成立學校培養中等學校師資。1795 年元月世界第一所高等師範學校開學(現名巴黎高等師範學校)，蒙日講授畫法幾何學(*géomètre descriptive*，由蒙日命名)，並輔導作業。學生 1200 多名，來自全國各地。助教為著名的科學家 J. 傅里葉 (Fourier) 和 S.F. 拉克羅阿 (Lacroix)。講授內容的速記稿隨後在該校校刊發表，但對外保密。6 月，綜合工科學校成立，蒙日任教畫法幾何學和數學。數學講授內容，當時以未裝訂的活頁散發，正式出版時，書名為《分析應用於幾何論稿》(*Feuilles d'analyse appliquée à géométrie* , 1801)。

1795 年 12 月蒙日參加了籌建法蘭西研究院的工作，研究院成立，他成為研究員。1797 年被任命為綜合工科學校總監(校長)。

1798 年 7 月蒙日隨拿破侖 (Napoleon) 去埃及，曾籌建埃及研究院並任院長。在埃及對沙漠中所見“海市蜃樓”現象，作出解

釋。同年，《畫法幾何學》的保密令經他的學生們的籲請而取消，在研究院公開出版。1799年10月他回國繼續任綜合工科學校總監。

拿破崙霧月政變，任命蒙日為元老院終身議員，且任議長。1800年，蒙日創辦國家工業獎勵會，同年，拿破崙提議設立榮譽勳位團，以高級勳位與勳章授予蒙日等科學家。

1804年拿破崙稱帝，學生不往祝賀，拿破崙震怒，蒙日為學生緩頰而得到寬恕。拿破崙要求學校實行軍事組織，遭到蒙日的抵制。

1808年蒙日被封為佩呂斯伯爵（佩呂斯（Péluse）為埃及古文化遺址地名）。1809年，他因關節炎症，課程由他的學生、著名科學家F. 阿拉戈（Arago）接替。拿破崙失敗，波旁王朝復辟，革除了蒙日的職務。1818年蒙日病歿。學生和校友不顧阻止往墓地獻了花圈，並捐款建立墓碑。1846年蒙日誕辰一百週年，法蘭西科學院舉行紀念會，建立塑像；二百週年（1946）時，蘇聯科學院舉行紀念活動，出版《畫法幾何學》俄譯本和紀念文集；240週年（1986）時，中國工程圖學學會譯《蒙日畫法幾何學》出版，邀法國科學史學會會長參加舉行紀念會，出版紀念論文專輯。

蒙日在1794年籌建中央公共工程學校時，把畫法幾何學列為“革命科目”。它的意義可從《畫法幾何學》公開出版時蒙日所寫緒言（或“綱領”（programme））中看出：是為使法國擺脫長期對外國工業的依賴，普及工業進步不可缺少的知識，利用機器減輕手工勞動，提供產品的精確度。他還認為畫法幾何的學習，適合於鍛煉人的聰明才智。他希望本學科的知識能夠普及到國民教育中去，它不僅為設計、施工的人所需要，而且為參與製作機器零部件的技師以及使物體具備一定形狀的所有工人必不可少。熟悉畫法幾何學知識，可以“使自然力在人們的各種活動中發揮作用”。

蒙日《畫法幾何學》起初的版本，包括五個部分，即畫法幾

何學的目的、方法及基本問題、曲面的切平面和法線、曲面的交線、曲面相貫線作圖方法在解題中的應用、雙曲率曲線的曲率和曲面的曲率。最後一部分是結合微分幾何學基本知識論述。1811年第三版由他的學生 J.N.P. 阿歇特 (Hachette) 作了註釋。1820 年第四版由 B. 布里松 (Brisson) 根據蒙日的手稿整理增入陰影理論和透視理論兩個部分。畫法幾何學公開後不脛而走，傳入各國，起初是軍工學校，以後普通理工院校相繼開設這一科目(如布拉格 1801 年，義大利 1804 年，俄國 1809 年，維也納 1815 年，美國 1816 年，德國 1830 年)。他們先用法文原本為教材，後用譯本和自編的教材。畫法幾何學在深度廣度上都有所發展，但有的在蒙日書中已有萌芽。1813 年，德國數學家 C.F. 高斯 (Gauss) 看到此書，認為它簡明扼要，課題由易而難，內容新穎並有發展，體現了“真正的幾何精神”，是“智慧的滋補品”。建議德國科學家也學習此書，彌補過於偏重解析法、忽視幾何直覺的想像的流弊，提高感覺的嚴密性和清晰性。

蒙日《畫法幾何學》的圖法，主要是用二正交投影定位的正投影法，有人稱為“蒙日法”。但這種圖法並非蒙日首創。歐洲文藝復興時期的 1525 年，德國的 A. 丟勒 (Dürer) 已應用互相垂直的三畫面畫過人腳、人頭的正投影圖和剖面圖。十七世紀末，義大利人 A. 波茨措 (Pozzo) 所著《透視圖與建築》(*Prospettive architettoniche*, Vol. I, 1692; Vol. II, 1697) 中介紹了先畫物體的二正投影圖，然後根據正投影圖畫透視圖的方法。此書不久傳入中國，1729 年由我國畫家年希堯節譯編成《視學》一書，這種圖法在蒙日誕生前已為我國人所知。蒙日在論述畫法幾何學的目的時，也明確指出，這種圖法是“長期實際經驗中發現的方法步驟”。至於他不用互相垂直的三投影面，是因“在畫法幾何學中，很久以來，大多數人以及珍惜時間的人，都使用更加簡便的方法步驟，只用兩個平面上的投影取代三個平面。”他還說

明：在方便時也可用不垂直的二投影面，不過習慣上是假定一爲水平一爲垂直而已。

在早期西方國家的圖樣遺存中可看到許多用兩個、三個畫面分別由各方面觀察物體畫出視圖，綜合起來表達物體形狀的圖樣。可知長期以來，有些人已掌握了這方面的一些知識。不過應當看到，這些知識不是系統的，而是零散的。蒙日的最大貢獻，在於用“投影”（或“射影”）的觀點對這些知識進行了幾何的分析，從中找到規律，形成體系，使經驗上升爲理論；同時使作圖方法也形成了體系。利用這種體系，不僅圖形精確了，難畫的容易畫出了，而且可“由已知通向未知”，尋求“真相”，即可用來圖解空間幾何性質問題。現在則不僅用來幫助人們“圖示”、“圖解”，而且發展到輔助人們“設計”需要的形體。蒙日把這種體系視爲“語言”。現今計算機時代，這種“語言”仍在積極地發揮著作用。

蒙日慣用實例說明方法。《畫法幾何學》中的實例都是他在長期教學和科研中積累的，有的至今仍有生命力，爲人們所採用，書中包括了他在近世綜合（純正）幾何學上新發現的定理的論證，如人們稱爲“蒙日定理”的三球公切平面定理（球心不共線的三球，公切平面過三外相似心，或過二內相似心和一外相似心）。也包括運用他對於空間曲線、曲面形成的理論（與解析幾何、微分幾何一致）的作圖方法。顯著的是用他定義的跡線表示“面”（平面、曲面），研究截交線、相貫線、表面展開及表面上截交線的展開等的作圖。他把畫法幾何作圖與代數運算相比較，指出：“畫法幾何學的任何作圖法，解析法都能表達”，“每一解析運算，在畫法幾何學中都可看作是一個畫法步驟。”他建議：“最好同時學習兩種科學，把畫法幾何學的直觀性引進複雜的解析運算中，同時把解析法的普遍性引進畫法幾何學中。”阿歇特在註釋中，介紹了蒙日關於求作三元一次方程組所表示的三相交平面交點

的解析運算法同圖解法相互對照。由此可以看出當年蒙日是怎樣運用他的幾何觀點研究同一問題的畫法幾何圖解和解析幾何運算的。

畫法幾何學出現於十八世紀末，固然是由於生產發展的需要(如軍事工程、機械製造)，同時也是由於數學(特別是幾何)的發展具備了可能的條件。沒有 G. 德扎格 (Desargues)、R. 笛卡兒 (Descartes)、P. 費馬 (Fermat)、A. 克萊羅 (Clairaut) 等前人的業績和啓發，蒙日就不會有在解析幾何、微分幾何、偏微分方程等分支上的新成就，也不可能創立這門對科學和技術有深遠影響的畫法幾何學。蒙日用“descriptive”命名本學科，也有深長的用意，在當時是得到 J.L. 拉格朗日 (Lagrange)、P.S. 拉普拉斯 (Laplace)、波蘇等人承認的。我國清末初譯稱“圖法幾何學”，後經著名科學家薩本棟和教育家蔡元培於 1920 年譯稱“畫法幾何學”，學科名稱從此確定。現在新出現的四維、多維畫法幾何、非線性投射畫法幾何、畫法微分幾何、計算機畫法幾何等，使蒙日的幾何思想得到新的發展，在理論上則與射影幾何學的結合越加密切。

蒙日對於空間解析幾何學也有重大貢獻，寫過多篇論文。主要成就載於他和他的學生阿歇特合寫的《代數在幾何中的應用》(*Application d'algèbre à la géométrie*)一書。此書於 1805 年正式出版。笛卡兒在解析幾何學主要論述的是平面曲線，關於空間曲線，只設想過利用曲線上的點在二正交平面上的垂足形成的曲線研究空間曲線；克萊羅關於雙曲率曲線的研究，指出描述一條空間曲線須用兩個曲面方程。他給出了一些曲線的方程，利用垂直於投影面的柱面方程，確立空間曲線的投影方程。蒙日發展了這些思想，研究出空間曲線圖形的描繪方法。他證明：二次曲面的截交線是二次曲線，截平面平行則截交線是相似的二次曲線；單葉雙曲面和雙曲拋物面是直紋面，即由二直線族構成。這些突出的貢獻，使數學史家認為他和拉格朗日、L. 歐拉 (Euler) 是使空間

解析幾何學真正發展的推動者，也由於他們的努力使解析幾何學成為獨立且富有活力的幾何學分支。

在 1639 年同一年內，射影幾何學出現了兩大定理：德扎格定理和 B. 帕斯卡 (Pascal) 定理。不過當時人們熱衷於解析幾何學方面的研究，對射影幾何學沒有重視。蒙日講授的畫法幾何學內容包涵著射影幾何學的因素，如透視的中心投影、陰影的平行投影，而且探討綜合幾何新問題。從他的數學課內容和科研課題可以看出他的希望是幾何法能與解析法相輔相成。在他的鼓勵下和影響下，他的學生中湧現了一批使射影幾何學得以復興的學人，他們的成就一直影響到現在。其中有軍事工程學校的 L.N.M. 卡諾 (Carnot，物理學家 S. 卡諾 (Carnot) 之父)，綜合工科學校的 J.V. 龐斯列 (Poncelet)、C.J. 布利安生 (Brianchon)、C. 迪潘 (Dupin)、M. 夏斯萊 (Chasles) 等人。

蒙日和他的學生對微分幾何學、微分方程作了大量的研究工作。蒙日的一篇論文是“關於雙曲率曲線的漸屈線表面、曲率半徑和不同形式的迴折” (*Sur les surfaces développées, les rayons de courbure et les différents genres d'inflexions des courbes à double courbure*，1785)。以後他把相繼發表的論文系統地加以擴充，增加新成果，用活頁印發給學生，正式出版時稱為《分析應用於幾何論稿》。1807 年又加入代數在幾何的應用的內容，重新整理，後來成為另一巨著《分析法在幾何中的應用》 (*Application de l'analyse à la géométrie*，1805)。這是微分幾何學的第一本教材。全書 27 章，附錄有關於三變量一階偏微分方程的積分方程論述。此書連續使用四十多年。至 1850 年由他的學生 M. 劉維爾 (Liouville) 校訂並加註釋，印出第五版。他在微分幾何學上接受了克萊羅、歐拉等人關於三維微分幾何的一些理論，同時用幾何和分析加以研究，並將曲線曲面的各種性質用微分方程表示。一族具有共同性質的曲面，應滿足一個偏微分方程。關於可展曲面

的研究，給出了求任何單參數平面族的包絡的法則，此法則可適用於單參數曲面族。他得出可展曲面的“脊線”的方程。空間曲線的配極可展曲面，其脊線就是曲線曲率中心的軌跡。蒙日在一篇論曲面類型的論文中論述了可展曲面是直紋面(反之不真)，他列出可展曲面的方程和滿足的偏微分方程，然後證明可展曲面是一種特殊的直紋面。蒙日關於滿足非線性和線性的一階、二階以致三階偏微分方程的曲面族的研究，對偏微分方程有重要的意義。他應用特徵理論給出參數變值法的幾何解釋，從而導出諸如特徵曲線、積分曲線、特徵錐等概念。人們稱“特徵錐”為“蒙日錐”。把關於極小曲面方程積分法中的非線性方程，稱為“蒙日方程”。

蒙日之所以受人尊敬，還在於他培養了一批優秀的學生，如 J.B. 梅斯尼埃 (Meusnier)、E.L. 馬勒斯 (Molus)、M.A. 朗克雷 (Lancret)、G. 拉梅 (Lamé)、S.D. 泊松 (Poisson)、迪潘、劉維爾、傅里葉、拉克羅阿、柯西等人。人稱他們為蒙日學派。

在其它領域的著名科學家如 A.M. 安培 (Ampère)、S. 卡諾 (Carnot)、J.L. 蓋－呂薩克 (Gay-Lussac) 等，也都受過蒙日畫法幾何學和微分幾何學的薰陶。

由本文提到的蒙日的學生們的響亮姓名，聯想他們在科學技術上的成就，就可看出蒙日在科學技術教育改革上的貢獻。他不僅是一位多方面有創造貢獻的科學家、工程師，而且是一位教育家。

文 獻

原始文獻

- [1] G. Monge, *Géométrie descriptive*, Paris, 1922 (中譯本：G. 蒙日，蒙日畫法幾何學，湖南科學技術出版社，1984) (G. Monge, *Descriptive geometry*, London, 1899)。
- [2] G. Monge, *Application de l'analyse à la géométrie*, Paris, 1850,

ed.。

- [3] G. Monge, *Traité élémentaire de statique à l'usage des colléges de la marine*, Paris, 1846。

研究文獻

- [4] 趙擎寰，加斯帕·蒙日及其學術活動年表，蒙日畫法幾何學（附錄一），第 163—177 頁，湖南科學技術出版社，1984。
- [5] 趙擎寰，紀念加斯帕·蒙日誕生 240 週後（代序）及年表，工程圖學叢刊，7 (1986)，4，第 1—2 頁，第 72—76 頁。
- [6] 趙擎寰，蒙日及其畫法幾何學，百科知識，85 (1986)，8，第 79—80 頁。
- [7] 梁宗臣，世界數學史簡編，遼寧人民出版社，1980，第 215—216 頁。
- [8] M. Kline, *Mathematical thought from ancient to modern times*, II, Oxford Univ. Press, New York, 1972。
- [9] F. Hohenberg, *Dars tellende Geometrie Ein Kulturgut in seiner geschichtlichen Entwicklung, von Der Mathematikunterricht*, 1958, Vol. 1, 7—16(中譯文：葉秉鈞譯，畫法幾何發展史，工程圖學叢刊，2 (1981)，4，第 36—42 頁)。
- [10] T.S. Reynod, *Gaspard Monge and the Origins of descriptive geometry*, Engineering Design Graphics Journal, 40 (1976), 2。
- [11] R. Taton, *Gaspard Monge*, 見 *Dictionary of scientific biography*, Vol. 9, 469—478。
- [12] F. Arago, *Biographie de G. Monge*, Paris, 1853。
- [13] R. Taton, *L'Histoire de la géométrie descriptive*, Paris, 1954。
- [14] R.J. Booker, *A History of engineering drawing*, London, 1963。
- [15] A. Н. Боголюбов, Гаспар Монж, Москва, 1978。