

西 爾 維 斯 特

西爾維斯特， J.J. (Sylvester， James Joseph) 1814 年 9 月 3 日生於英國倫敦； 1897 年 3 月 15 日卒於倫敦。 數學。

西爾維斯特之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Sylvester.html>

西 爾 維 斯 特

許 義 夫

仝 素 勤

(山東教育學院)

西爾維斯特， J.J. (Sylvester， James Joseph) 1814 年 9 月 3 日生於英國倫敦； 1897 年 3 月 15 日卒於倫敦。數學。

西爾維斯特出生在一個猶太人家庭。他的父親亞伯拉罕・約瑟夫 (Abraham Joseph) 很早便去世了。他的母親帶著他們九個孩子過著艱難的生活。西爾維斯特十五歲時才開始上學，最初在一所猶太人的學校上小學，但不久因他拿了餐廳的一把餐刀，企圖與一名惹他不愉快的學生鬥毆而被開除。1829 年西爾維斯特進入設在利物浦 (Liverpool) 皇家學會 (Royal Institution) 的學校學習。在學習期間，因解決了美國彩票公司提出的一個排列問題而得到 500 美元的數學獎金。在學校他學習努力，成績突出。但因他的猶太血統和信仰而使他經常受到排擠，因此他一度離開學術來到都柏林，後來在他的表舅法官 R. 基廷治 (Keatinge) 的幫助下，又返回學校繼續學習。

1831 年 10 月西爾維斯特進入劍橋大學聖約翰學院學習。1833 年底因病在家休養。直到 1836 年 1 月。西爾維斯特在家與病魔作鬥爭的同時仍頑強自學，1837 年 1 月他參加了學院的榮譽學位考試，名列第二。但因他拒絕簽署英國教會的 39 條教規，而不能獲得學位或爭取史密斯數學獎，也就不能獲得該學院研究員的職位。於是他又去都柏林大學三一學院繼續學習，1841 年在那裡獲得碩士學位。

1838 年，西爾維斯特受聘為倫敦大學學院的自然哲學教授，成為著名的數學家德摩根 (De Morgan) 的同事。儘管他早期的

論文都是關於光學以及流體和剛體運動方面的，但他在此期間很快將注意力轉移到純數學方面來，特別是對斯圖姆 (Sturm) 函數的研究產生了濃厚的興趣。1841 年西爾維斯特到了美國，任維吉尼亞 (Virginia) 大學教授，但時間不長，1843 年又返回倫敦。他曾一度離開學術界，在產物與人壽保險公司謀到一個統計員和秘書的低級職位。但他仍在業餘給私人講授數學，F. 南丁格爾 (Nightingale) 就是他這期間的學生。1846 年進入內殿 (Inner Temple) 法學協會，並於 1850 年取得律師資格。在這期間他和同時進入林肯法律學會 (Lincoln's Inn) 的 A. 凱萊 (Cayley) 建立起了深厚的友誼。他們在從事法律業務的閒暇，經常在一起交流數學研究的成果。

1854 年，西爾維斯特曾謀求烏爾維希 (Woolwich) 皇家陸軍軍官學校數學教授和倫敦大學格雷沙姆 (Gresham) 學院的幾何學教授的職位，但均遭失敗。1855 年烏爾維希皇家陸軍軍官學校的數學教授去世，於是西爾維斯特繼任了這一職位，任期從 1855 年 6 月至 1870 年 7 月。在這期間，他還兼任《純粹和應用數學季刊》(*Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*) 與《劍橋和都柏林數學雜誌》(*Cambridge and Dublin Mathematical Journal*) 的編輯，直到 1877 年。1863 年他取代幾何學家 J. 施泰納 (Steiner) 成為法國科學院的數學通訊員 (mathematics correspondent)。兩年後他在倫敦大學國王學院發表了“關於代數方程虛根數目”(*Concerning the number of imaginary roots of an algebraic equation*) 的論文，證明了牛頓符號法則的正確性。

1870 年，西爾維斯特辭去了在烏爾維希的職位，並且經過了一場在《時報》(*Times*) 上的公開爭論，獲得了適當的退休金。1876 年他 61 歲時又接受了美國物理學家 J. 亨利 (Henry) 的邀請到美國巴爾的摩 (Baltimore) 擔任霍普金斯 (Hopkins) 大學的數學教授，在那裡他講授不變量理論，開創了美國純數學的研究。1878

年西爾維斯特在巴爾的摩創辦了《美國數學雜誌》(*American Journal of Mathematics*)，這是美國歷史上第一個數學雜誌，他為這本雜誌寫了三十篇論文，對美國大學的數學研究有很大的影響，推動了美國純數學的研究。1883年他七十歲時，被任命為牛津大學薩維爾(Savilian)幾何學教授，於是他辭去霍普金斯大學的職位，回到倫敦。憑藉著他的職位，也成為新學院(New College)的研究員。在這期間，西爾維斯特與J. 哈蒙德(Hammond)合作研究反變(reciprocant)理論，並在數學雜誌上發表了幾篇有獨到見解的論文。西爾維斯特於1894年八十歲時退休，常住倫敦及湯布里奇威爾斯(Tunbridge Wells)。在他的晚年仍致力於數學的寫作，在1896年和1897年初寫出了關於複合分拆(Compound partitions)和哥德巴赫－歐拉猜想等論文。1897年3月15日因中風癱瘓去世，享年八十三歲。死後葬於倫敦的戴爾斯頓(Ball's Pond Dalston)猶太人公墓。

由於西爾維斯特對數學的貢獻，他一生獲得過許多榮譽。1861年獲皇家勳章，1880年獲科普利(Copley)獎章，他還獲得都柏林大學(1865)、愛丁堡大學(1871)、牛津大學(1880)和劍橋大學(1890)的名譽學位。1839年當選為皇家學會會員，1839年被選為倫敦數學學會的主席。

西爾維斯特一生致力於純數學的研究，他和凱萊、W.R. 哈密頓(Hamilton)等人一起開創了自I. 牛頓(Newton)以來英國純粹數學的一個繁榮局面。他的成就主要在代數方面，他同凱萊一起發展了行列式和矩陣的理論，共同奠定了不變量的理論基礎。此外對代數方程論、數論等諸領域都有重要的貢獻。

代數方程

西爾維斯特早期的著作，許多是關於方程論的研究。1839年他發表了第一篇這方面的論文，以後陸續發表了一些研究成

果。西爾維斯特在對代數方程數值解的研究中，簡化了斯圖姆函數的表述並推廣了斯圖姆定理。瑞士數學家 C.F. 斯圖姆 (Sturm) 在對代數方程根的討論中，曾提出了著名的斯圖姆定理：如果實係數多項式 $f(x)$ 在 (a, b) 內無重根， a 、 b 為實數且不是 $f(x)$ 的根，作函數序列

$$f(x)、f_1(x)、f_2(x)、\cdots、f_{m-1}(x)、C = f_m(x)$$

其中 $f_1(x)$ 是 $f(x)$ 的導數 $f'(x)$ ，用 $f_1(x)$ 除多項式 $f(x)$ 所得餘式反號後為 $f_2(x)$ ，然後用 $f_2(x)$ 除多項式 $f_1(x)$ 所得餘式反號後為 $f_3(x)$ ，依此類推，可以證明最後一個不等於零的多項式 $f_m(x) = C$ 為常數。將 $x = a$ 及 $x = b$ 代入上面函數序列，得兩實數序列

$$f(a)、f_1(a)、f_2(a)、\cdots、f_{m-1}(a)、C； \quad (1)$$

$$f(b)、f_1(b)、f_2(b)、\cdots、f_{m-1}(b)、C。 \quad (2)$$

設序列 (1) 的變號數為 A ，序列 (2) 的變號數為 B ，則 $A - B$ 即為方程 $f(x) = 0$ 在區間 (a, b) 內的實根數。西爾維斯特對斯圖姆定理進行了研究，發現了不須反覆做多項式除法而得出斯圖姆函數序列的一種較簡單的方法，並把斯圖姆定理的方法應用到兩個獨立函數 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ ，而不是 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 。 $\varphi(x)$ 應具有這樣的特點，假定這兩個方程的根以大小順序排列時，它們相互穿插。

牛頓在研究代數方程根的個數中，曾提出了判定正根、負根和虛根個數的符號法則，但是沒有給出證明，西爾維斯特於 1865 年給出了第一個嚴格的證明。1865 年 6 月 28 日，西爾維斯特在倫敦大學國王學院的演講 (見 *The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester*, Vol. II, 498 - 513)，詳細闡述了他關於方程根的定理和證明。若 $f(x) = 0$ 是一個代數方程，假設

$$f(x) = a_0x^n + na_1x^{n-1} + \frac{1}{2}n(n-1)a_2x^{n-2} + \cdots + na_{n-1}x + a_n，$$

其中 $a_0、a_1、\cdots、a_n$ 稱為 $f(x)$ 的簡單元素。令 $A_0 = a_0^2、$

$A_1 = a_1^2 - a_0a_2$ 、 $A_2 = a_2^2 - a_1a_3$ 、 $\dots$ 、 $A_{n-1} = a_{n-1}^2 - a_{n-2}a_n$ 及 $A_n = a_n^2$ 。 A_0 、 A_1 、 A_2 、 $\dots$ 、 A_n 稱為 $f(x)$ 的二次項元素。稱 a_r 、 a_{r+1} 是相連的簡單元素， A_r 、 A_{r+1} 是相連的二次項元素， $\left. \begin{matrix} a_r \\ A_r \end{matrix} \right\}$ 是相關聯的一組元素， $\left. \begin{matrix} a_r a_{r+1} \\ A_r A_{r+1} \end{matrix} \right\}$ 是相關聯的一組

相連項。一個相連項可能包括符號的承襲或變更；在一個相關聯的組中，可能是兩個承襲或兩個變更，或一個承襲一個變更，或一個變更一個承襲，分別用 pP 、 vV 、 pV 、 vP 表示，簡稱為雙承襲，雙變更，承襲變更，變更承襲。其中 p 、 v 表示相連的簡單元素的承襲和變更 P 、 V 表示相連的二次項元素的承襲和變更。於是牛頓的完全法則可以簡單地表述為：方程的負根數等於或小於 $\sum pP$ ，正根數等於或小於 $\sum vP$ 。由此可以得出推論：方程的實根總數等於或小於 $\sum pP + \sum vP$ 。於是牛頓的不完全法則可表述為：方程的虛根數等於或大於 $n - (\sum pP + \sum vP)$ 。

西爾維斯特又將 $f(x)$ 改寫為 $f(x + \lambda)$ ，上面簡單元素和二次項元素的序列也要作相應的改變，雙承襲記作 $\sum pP(\lambda)$ ，或更簡要地記作 $pP(\lambda)$ ，稱為 λ 特有的雙承襲數目， $pP(u)$ 則稱為 μ 特有的雙承襲數目。 $(pP(0))$ 即上面 $\sum pP$ 的記法) 於是西爾維斯特得到了包括牛頓法則在內的一般定理：假設 $\mu > \lambda$ ，則 $pP(u) - pP(\lambda) = (\mu, \lambda) + 2k$ ，其中 (μ, λ) 表示方程在 λ 和 μ 之間的實根數， k 是零或任意的正整數。西爾維斯特還將他的定理寫成更一般的形式，他證明了他的定理，並提出了牛頓法則包含在他的定理之中。

在關於代數方程實根的研究中，西爾維斯特還推廣並改進了牛頓的判別式。設 x_1 、 x_2 、 $\dots$ 、 x_n 是方程 $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ 的根，牛頓的判別式為

$$D = a_0^{2n-2} \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j)^2。$$

1840 年，西爾維斯特得到了一個更詳細的直接用方程的係數構成的判別式：

$$D = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot \frac{1}{a_0}.$$

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & a_n \\ na_0 & (n-1)a_1 & \cdots & \cdots & a_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & na_0 & (n-1)a_1 & \cdots & \cdots & a_{n-1} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

如方程 $a_0x^2 + a_1x + a_2 = 0$ 的判別式爲

$$D = (-1)^{\frac{2(2-1)}{2}} \cdot \frac{1}{a_0} \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ 2a_0 & a_1 & 0 \\ 0 & 2a_0 & a_1 \end{vmatrix} = a_1^2 - 4a_0a_2,$$

這就是大家所熟知的結果。

西爾維斯特在方程論方面的另一個成就是改進了從一個 n 次方程和一個 m 次方程消去 x 的方法，他稱這個方法爲“析配法”(dialytic method)。例如爲消去方程

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n = 0 \quad (a_0 \neq 0) \\ \varphi(x) &= b_0x^m + b_1x^{m-1} + \cdots + b_m = 0 \quad (b_0 \neq 0) \end{aligned}$$

中的 x ，它們的係數構成一個 $m+n$ 階的行列式

$$E = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & \cdots & a_n & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-1} & a_n & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & a_n \\ b_0 & b_1 & \cdots & \cdots & b_m & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & b_m \end{vmatrix}$$

這行列式爲零是這兩個方程有公共解的必要充分條件。但西爾維斯特沒有給出充分性的證明，後來被 A.L. 柯西 (Cauchy) 證明。

代數型

十九世紀中葉，西爾維斯特與凱萊等一批數學家開展了對代數型的研究。所謂代數型是指包含 n 個變元 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的 m 次齊次多項式 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ，最常見的是二次型，即

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) = & a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + \dots + 2a_{1n}x_1x_n \\ & + a_{22}x_2^2 + 2a_{23}x_2x_3 + \dots + 2a_{2n}x_2x_n \\ & + \dots + a_{nn}x_n^2 \end{aligned}$$

關於代數型的研究主要是圍繞著三個課題，一是對不變量的研究；二是二次型的化簡；三是關於二次型正定性的判定。西爾維斯特在這三個方面都做出了重要的貢獻。

代數不變量的理論是由 G. 布爾 (Boole)、凱萊和西爾維斯特共同創立的。所謂不變量理論就是經線性變換 T 將一個代數型 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 變爲代數型 $F(y_1, y_2, \dots, y_n)$ ， f 的係數 $a_0, a_1, \dots, a_s$ 變爲 F 的係數 $a'_0, a'_1, \dots, a'_s$ ，若經變換後它們的係數的某個函數 I 滿足關係式

$$I(a'_0, a'_1, \dots, a'_s) = r^\omega I(a_0, a_1, \dots, a_s),$$

則稱 I 爲 f 的一個不變量。若 $\omega = 0$ ，此不變量稱爲 f 的絕對不變量。譬如在一個直角坐標系下，兩個變元 x, y 的二次型

$$f = ax^2 + 2bxy + cy^2$$

經一個正交變換 T ，變爲二次型

$$F = a'x'^2 + 2b'x'y' + c'y'^2。$$

雖然它們的係數改變了，但是它們係數的某個函數如判別式

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} = ac - b^2$$

是保持不變的，即

$$D = ac - b^2 = a'c' - b'^2 = D' ,$$

也就是說判別式 $D = ac - b^2$ 是 f 的一個不變量。西爾維斯特等人計算了大量的代數型的不變量。西爾維斯特還發展了型的反變理論，弄清了正交變換、共變和反變迭合，並且證明了由凱萊首先提出的在研究不變量理論方面有重要意義的凱萊數的存在性。

西爾維斯特還與凱萊、S.H. 阿隆霍爾德 (Aronhold) 一起系統地用線性微分算子來生成不變量和共變量。在不變量的計算中證明了任意二元 P 次型

$$f = a_0 x^P + a_1 x^{P-1} y + \cdots + a_P y^P$$

的不變量 I 應當滿足兩個微分方程

$$\Omega I = 0 \text{、} OI = 0 \text{。}$$

這裡 Ω 和 O 是線性微分算子，

$$\begin{aligned}\Omega &\equiv a_0 \frac{\partial}{\partial a_1} + 2a_1 \frac{\partial}{\partial a_2} + \cdots + Pa_{P-1} \frac{\partial}{\partial a_P} , \\ O &\equiv Pa_1 \frac{\partial}{\partial a_0} + (P-1)a_2 \frac{\partial}{\partial a_1} + \cdots + a_P \frac{\partial}{\partial a_{P-1}} \text{。}\end{aligned}$$

西爾維斯特稱這些微分算子為零化子 (annihilators)。

西爾維斯特在二次型的化簡和創立標準形理論方面起了重要作用。在二次型化簡的研究中西爾維斯特得到了兩個二次型等價的充分必要條件是它們有相同的秩和相同的指數，相繼得到的另一個重要結果就是著名的“慣性定律” (law of inertia)，即秩為 r 的一個實二次型可以通過非奇異的線性變換化成規範形

$$y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_P^2 - y_{P+1}^2 - \cdots - y_r^2 ,$$

其中指數 P 是唯一確定的，現在教科書中稱為正慣性指數。當時西爾維斯特沒有給出證明，這個定律後來被 J. 雅可比 (Jacobi) 重新發現並證明。西爾維斯特在對標準形的研究中得到另一個著名的定理：一般 $2n - 1$ 次的二元型可化為 n 個線性型的 $2n - 1$ 次幂的

和。如一個五次二元型可化爲三個線性型的五次冪的和。這個定理對於將一個二元型化爲標準形有一定的理論意義和實用價值。西爾維斯特對一般 $2n$ 次代數型的化簡也進行過詳細的討論，這要比 $2n - 1$ 次的情況複雜得多。

在代數型的研究中，關於二次型正定性的判定是另一個重要課題，它具有重要的理論和實用價值。將二次型化爲規範形來判定是方法之一，但是能否不用化簡，只用二次型的係數進行判定呢？西爾維斯特對這個問題進行了研究，得到著名的西爾維斯特定理：一個實二次型 $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j$ 是正定的充分必要條件是 n 個行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kk} \end{vmatrix}, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

的值全爲正數。

行列式和矩陣

西爾維斯特在行列式和矩陣的理論和應用方面也做出了重要的貢獻。他對行列式的應用開闢了許多新的領域，如前面所談到的在對代數方程和二次型的研究中都利用了行列式這一工具。1851年，西爾維斯特在研究二次曲線和二次曲面切觸和相交時，需要考慮二次曲線和二次曲面束的分類。他把曲面束寫成 $A + \lambda B$ 的形式，這裡

$$\begin{aligned} A &= ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dyz + 2ezx + 2fxy, \\ B &= a'x^2 + b'y^2 + c'y^2 + c'z^2 + 2d'yz + 2e'zx + 2f'xy. \end{aligned}$$

他考察了行列式

$$|A + \lambda B| = \begin{vmatrix} a + \lambda a' & f + \lambda f' & e + \lambda e' \\ f + \lambda f' & b + \lambda b' & d + \lambda d' \\ e + \lambda e' & d + \lambda d' & c + \lambda c' \end{vmatrix}$$

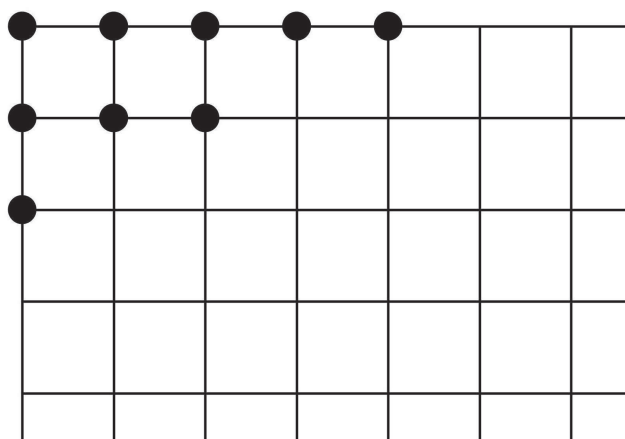
他的分類方法引進了初等因子的概念。 $A + \lambda B$ 的行列式是 λ 的多項式，西爾維斯特證明了，如果 $|A + \lambda B|$ 的任一階的全部子式有一個公共因子 $\lambda + \varepsilon$ ，則當 A 和 B 經過一個線性變換同時變換以後，這個因子仍將是同階子式組的公共因子。他還證明了如果全部 i 階子式有因子 $(\lambda + \varepsilon)^\alpha$ ，則 $(i + h)$ 階子式將包含因子 $(\lambda + \varepsilon)^{(h+1)\alpha}$ 。對每個 i ， i 階子式的最大公因子 $D_i(\lambda)$ 中所出現的各線性因子的方幂是 $|A + \lambda B|$ 的或任何一般行列式 A 的初等因子。對每個 i ， $D_i(\lambda)$ 被 $D_{i-1}(\lambda)$ 所除的商稱為 $|A + \lambda B|$ 的不變因子。關於初等因子和不變因子的概念，1878 年被德國數學家 F.G. 弗羅貝尼烏斯 (Frobenius) 引入矩陣，成為 λ 矩陣理論中的重要內容。

在矩陣理論中，西爾維斯特另一個值得注意的結果是他的所謂零性律。設 A 、 B 是數域 P 上的兩個 n 階矩陣， A 的秩為 r_1 ， B 的秩為 r_2 ， AB 的秩為 R 則 $R \leq r_1$ 、 $R \leq r_2$ 且 $R \geq r_1 + r_2 - n$ 。西爾維斯特把矩陣的階數與秩的差叫做矩陣的“零性”，因此他對此定律的敘述為：“兩個 (而且可以推廣為任意有限數目) 矩陣乘積的零性不能比任意因子的零性小，也不能比組成這一乘積的因子的零性之和為大”。這是在矩陣理論中關於矩陣乘積的秩的一個重要定理。

數論

西爾維斯特很早便對數字的理論感興趣，發表了關於小於一個給定數並與給定數互質的數的乘積的漂亮定理。他對這個定理很得意，但後來發現在高斯的《算術探究》(*Disquisitiones*

arithmeticae , 1801) 中已給出了這個定理。西爾維斯特還應用柯西的剩餘理論引入了可數性的概念，並在歐拉關於聯立線性不定方程正整數解的枚舉問題的研究中增添了幾個新的結果。特別值得一提的是他用圖解的方法發展了整數的分拆理論。他用按順序排列在矩形格點的結點表示數的分拆，如 $9(5 + 3 + 1)$ 的分拆可表示為格中行的點，共軛分拆 $(3 + 2 + 2 + 1 + 1)$ 就可以表示為格中列的點，如下圖。這一表示方法提供了分拆理論中許多定理的證明方法或簡化了證明過程。



西爾維斯特在數學方面的成就除了上面所述之外，在微分方程、橢圓函數和 θ 函數方面也做過一些有益的工作，並著有《橢圓函數論》(*Treatise on elliptic functions* , 1876) 一書。

西爾維斯特出生在猶太家庭，雖然在大學學習期間就表現出了他的數學才華，學習成績優異，但由於血統的關係，最初在英國並不受重用，有時甚至去做較低級的職員工作。但他仍不遺餘力地為數學的發展貢獻出全部心血。他一生共發表了三百多篇論文，為數學特別是純粹數學的發展做出了重要的貢獻，在近代數學發展史上佔有一定的地位。他的數學論文收集在由劍橋大學出版社的《詹姆士·約瑟夫·西爾維斯特數學論文集》(*The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester*)，共四卷，由 H.F. 貝克 (Baker) 編輯。西爾維斯特具有豐富的想像力和創造精神，活潑、機敏，善於用火一般的熱情介紹他的思想。他自稱“數學亞

當”，一生創造過許多數學名詞，流傳至今的如“矩陣”、“不變式”、“判別式”等都是他首先使用的。西爾維斯特除了對數學的研究之外，還是一位詩人，對音樂也有濃厚的興趣，出版過《詩體法則》(*Laws of verse*，1870)等著作。

文 獻

原始文獻

- [1] J.J. Sylvester, *Collected mathematical papers*, Cambridge University Press, 1904 – 1912。
- [2] J.J. Sylvester, *Treatise on elliptic functions*, London, 1876。

研究文獻

- [3] J.D. North, *James Joseph Sylvester*, 見 *Dictionary of scientific biography*, 8 (1973), 216 – 222。
- [4] M. Kline, *Mathematical thought from ancient to modern times*, Oxford Univ. Press, New York, 1972。
- [5] А. Д. Александров, Математика, её содержание методы и значение, Издательство Академии Наук СССР, 1956 (中譯本：А. Д. 亞歷山大洛夫，數學－它的內容、方法和意義，科學出版社，1958。