沃　爾　泰　拉

沃爾泰拉，V. (Volterra， Vito) 1860 年 5 月 3 日生於義大利安科納 (Ancona)；1940 年 10 月 11 日卒於羅馬。數學、自然哲學。

沃爾泰拉之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

`http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Volterra.html`

沃 爾 泰 拉

邵 明 湖
(東北師範大學)

沃爾泰拉，V. (Volterra，Vito) 1860 年 5 月 3 日生於義大利安科納 (Ancona)；1940 年 10 月 11 日卒於羅馬。數學、自然哲學。

沃爾泰拉的父親是一位布商，在小沃爾泰拉兩歲時去世，留下沃爾泰拉和他的母親幾乎一文不名。他們不得不寄居在沃爾泰拉的一個舅舅家裡，之後遷居都靈和佛羅倫薩 (Florence)，沃爾泰拉在佛羅倫薩度過了他的大部分青年時代。

沃爾泰拉非常早熟，十一歲時他便開始學習 J. 貝特朗 (Bertrand) 的《算術》(*Traité d'arithmétique*) 和 A.M. 勒讓德 (Legendre) 的《幾何》(*Eléments de géométrie*)。他表述了有獨創性的問題並試圖解決它。從這時起他對數學和物理學的愛好便已明顯表露出來。十三歲時他讀了 J. 凡爾納 (Verne) 的《從地球到月球》(*From the earth to the moon*) 之後曾試圖解決由地球和月亮構成的引力場中槍彈的彈道問題，這是著名的三體問題的一種限制形式。在他的解法中時間被分成許多小的間隔，在每一段上力被認爲是常數，而彈道則是一系列的小拋物弧形。大約四十年後，在他五十二歲的時候，沃爾泰拉在巴黎大學的一次演講中演示了這一解法。在研究自然現象時，把它所發生的時間分爲許多小的間隔，並認爲在每一小間隔上導致該現象的因素是常量，從而達到研究該現象的目的，這一思想方法後來被沃爾泰拉應用於到很多問題的研究中，如微分線性方程、泛函等。

因爲家境貧寒，沃爾泰拉的家人要求他經商，儘管他熱愛科學。沃爾泰拉不願從事自己不喜歡的工作。他的家人爲說服

他， 請來了一位遠親。 這位遠親是一位工程師， 家人希望他能說服沃爾泰拉放棄科學而從事商業。 但結果出人意料， 這位著名的工程師在認識到沃爾泰拉的巨大才能和熱情之後， 反而轉過來勸說沃爾泰拉的家人讓他獻身科學事業。 這成爲沃爾泰拉科學生涯的一個轉捩點。 後來這位遠親成爲沃爾泰拉的岳父。

1878 年沃爾泰拉完成高中學業進入佛羅倫薩大學自然科學系學習， 兩年以後在比薩大學聽取了 E. 貝蒂 (Betti)、 U. 迪尼 (Dini) 等人的數學和物理學課程。 起先他對迪尼的分析學工作很感興趣。 1881 年他證明存在函數 $F(x)$， 它在一個區間 I 內有有界的但黎曼 (Riemann) 不可積的導數。 這一工作後來成爲 H. 勒貝格 (Lebesgue) 關於這一課題研究的出發點。 沃爾泰拉最感興趣的還是貝蒂的課程， 在貝蒂的影響下， 沃爾泰拉開始致力於力學和數學物理的研究。

1882 年沃爾泰拉獲得物理學方面的博士學位， 在他的博士論文中他重新獨立地發現了一些早先由 G.G. 斯托克斯 (Stokes) 發現的結果。 沃爾泰拉一畢業便被指定爲貝蒂的助手， 次年， 他二十三歲時便被提升爲比薩大學的力學教授， 貝蒂去世後， 沃爾泰拉繼任他爲數學物理教授。 1892 年他被任命爲圖靈大學的力學教授， 1900 年繼 E. 貝爾特拉米 (Beltrami) 之後爲羅馬大學的數學物理教授。 作爲對他的科學成就的承認， 1905 年沃爾泰拉成爲義大利王國的參議員。 第一次世界大戰中以及在後來的反法西斯鬥爭中， 他在義大利政治舞台上很活躍。 他在第一次世界大戰中參加了義大利空軍的工作， 爲完善飛艇做出了貢獻， 並爲此獲得戰爭十字勳章。 1917 年初， 沃爾泰拉創立了義大利戰時發明辦公室， 他經常來往於英、 法等國， 以協調這些國家之間的戰時科技研究合作。 他是第一個提出在飛艇中以氦取代氫的人。

1922 年 10 月法西斯主義在義大利取得政權， 沃爾泰拉是從一開始就意識到它對民主制度的威脅的少數人士之一， 他參加簽署了

反法西斯主義的 “知識界宣言”， 當時他是林琴科學院 (Accademia dei Lincei) 的院長。 當義大利參議院中討論墨索里尼擬訂的 “國家安全法” 時， 沃爾泰拉不顧個人安危極力反對。 1931 年， 因拒絕宣誓效忠法西斯政府， 沃爾泰拉被羅馬大學解雇。 1932 年由於同一原因他被剝奪了義大利科學界的所有會員資格。 1931 年以後， 沃爾泰拉相繼在巴黎、 西班牙、 比利時、 捷克斯洛伐克和瑞士等地講學， 只在義大利呆過很短時間。 1938 年月他患靜脈炎， 但並未停止科學工作， 直到 1940 年 10 月去世。

沃爾泰拉的科學創造生涯歷時很長， 從 1881 年發表第一篇論文起至 1940 年最後一篇文章發表， 前後六十年。 對其科學工作的介紹最好先從他對泛函的研究入手。 泛函可看成是具有多個獨立變量 ϕ_1 、 ϕ_2 、 $\cdots$ 、 ϕ_n 的函數 y， 即 $y(\phi_1,\ \phi_2,\ \cdots,\ \phi_n)$ 這一概念的推廣。 我們設想變量集 ϕ_1 、 ϕ_2 、 $\cdots$ 、 ϕ_n 由有限變爲連續集。 要分析地表達這一要求， 可認爲 ϕ_x 是其下標 x 的函數， 如此泛函 y 即是函數 $\phi(x)$ 當 x 在某區間變化時所取的一切值的函數。 從一般函數到泛函的過渡正好對應於從多變量函數的極大、 極小值理論到變分學的過渡。 函數論的一些著名的基本概念如連續、 導數、 微分、 偏微分、 全微分等都可以擴展到泛函上去。 沃爾泰拉看來早在 1883 年便產生了創造一種函數的一般理論的想法， 但他直到 1887 年才首次發表這方面的工作。 “泛函” 的名字是後來由 J. 阿達瑪 (Hadamard) 引入的， 早已取代了沃爾泰拉原來的術語。 1887 年沃爾泰拉引入了 “線的函數” 這一概念， 開始了泛函的抽象理論的研究。 設 n 維空間中一閉曲線 L 由一組方程 $x_i = \phi_i(t)$， $(i = 1$ 、 2 、 $\cdots$ 、 $n)$ 表示， 並設對每一這樣的 L 相應有一量 y 的固定值， 則 y 稱爲線 L 的函數。 顯然 y 是 ϕ_i 的一個泛函， 但不是最一般形式的泛函。 沃爾泰拉引入線的簡單函數的概念， 然後建立了很多關於簡單函數的重要定理。

1890 年沃爾泰拉表明， 運用他的泛函分析可以將動力微分方程

的積分的哈密頓－雅可比理論擴展到數學物理的一般問題上去。 其思想即動力方程產生於與單重積分相關的變分問題， 而物理方程產生於與多重積分相關的變分問題， 它應該被看成是積分區域的邊界的泛函。 此後幾年他沒有再在泛函方面做工作。 1892－1894 年間他發表了數篇關於數學物理的偏微分方程的論文。 他還表明， G.R. 基爾霍夫 (Kirchoff) 關於光的波動理論中的惠更斯原理可以推廣到二維乃至三維以上的空間。 這一結果後來被 A.I.W. 索末菲 (Sommerfeld) 應用到關於 X 射線衍射的工作中。

沃爾泰拉是積分方程一般理論的第一個創立者。 1896 年他開始發表關於積分方程的重要發現。 沃爾泰拉給出了一個求解第二類積分方程

$$\phi(y) = f(y) + \int_a^b f(x)S(x,y)dx$$

的方法。 他把這個方程寫成

$$\phi(y) = f(y) + \int_a^y f(x)S(x,y)dx$$

(其中 f 是未知函數)， 現在這個方程通常稱爲沃爾泰拉型積分方程。 他把這一方程看成是一線性代數方程組的極限情形， 得到公式

$$f(y) = \phi(y) + \int_a^y \phi(x)T(x,y)dx\text{，}$$

其中 $T(x,\ y)$ 是一個函數， 後來被稱爲解核或預解式， 它可以從函數 $S(x,\ y)$ 通過一些簡單步驟構造出來。 他還解出了第一類積分方程

$$\theta(y) - \theta(a) = \int_a^y \psi(x)H(x,y)dx\text{，}$$

其中 ψ 是未知函數， 用的方法是化成第二類方程。

在 1898 年的一次關於引力影響下的液體的振盪問題的講演中， 沃爾泰拉提倡使用無窮行列式於積分方程理論。 這一方法後

來在 E. 弗雷德霍姆 (Fredholm) 利用無窮行列式求解第二類積分方程的工作中變得極爲重要。 當弗雷德霍姆的工作發表時， 沃爾泰拉指出了它與自己的泛函理論的聯繫。 事實上， 一個積分方程的解正是一個泛函方程的解的簡單情形。 這一時期沃爾泰拉做了很多關於彈性理論的著名工作。 這些工作之所以重要， 不僅因爲它們自身具有重要性， 且還因爲它們啓發了他後來在純數學方面的一些工作。 在這些工作中最著名的也許要數關於 “位錯” (dislocation) 的理論了。 1905 – 1906 年他發展了一種相當一般的位錯理論。 第一次世界大戰期間他曾在英國訪問， 一天緊張的活動之後回到自己的房間時， 他驚奇地發現好心的主人在他的房間裡沿牆擺放了很多展示沃爾泰拉位錯的柱體模型。 他很受感動， 後來時常提起此事。

他關於彈性的工作是他的積分微分方程理論的來源。 1909 年他研究了一類這樣的方程。 積分微分方程出現於很多數學物理分支中， 因此， 對某些物質來說， 電或磁的偏振不僅取決於那一時刻的電磁場， 而且取決於物質在此之前的電磁狀態。 當相應於這一物理事實的術語引入基本方程中時， 這些就變成了積分微分方程。

1910 年他又將一些富有成效的概念如 “複合”、“可換函數” 等引入泛函理論。 兩個函數 $F(x,\ y)$ 和 $\Phi(x,\ y)$ 的複合定義爲積分

$$\int F(x,\ \xi)\Phi(\xi,\ y)d\xi$$

複合稱爲是第一類的， 如果積分的極限是 x 和 y； 若極限爲常數 a 和 b， 則稱爲第二類的。 顯然這兩種情形分別相應於沃爾泰拉和弗雷德霍姆積分方程。 兩個函數 F 和 Φ 稱爲是可換的， 如果他們的複合是可換的。 複合和可換函數的理論在積分方程及積分微分方程中有廣泛的應用。 在第一次世界大戰前夕寫就的一篇文章中， 沃爾泰拉系統地闡述了第一類複合理論， 引入了一些重要的新思想， 其中最著名的是 “函數的零次複合冪”， 它本質上與狄拉

克 (Dirac) δ 函數一致。

戰後沃爾泰拉最重要的發現是在生物數學領域裡。1936 年他注意到了生物數學中所建立的方程與動力方程之間的相似性。他發現，對應於動力中的能量守恆原理，有一個人口統計的能量守恆原理。與此同時他對純分析做出了貢獻。

文 獻

原始文獻

[1] V. Volterra，*Opere matematiche*, 見 *Memorie e note*, 5 vols, Rome, 1954－1962。

[2] V. Volterra (M. Tomassetti 和 F.S. Zarlatti 編輯), *Leçons sur les équations intégrales et les équations intégro-différentielles*, Paris, 1913。

[3] V. Volterra (with J. Pérès), *Leçons sur la composition et les fonctions permutables*, Paris, 1924。

[4] V. Volterra, *Theory of functionals and integral and integro-different. equations*, London-Glasgow, 1930。

研究文獻

[5] E. Whittacker, *V. Volterra, Obituary Notices of Fellows of the Royal Society of London*, 3(1941), 691－729。

[6] Guido Castelnuovo et al., *Vito Volterra e la sua opera scientifica*, 見 *Atti dell' Academia nazionale dei Lincei*, Rome, 1947。

[7] Guido Corbellini, *Vito Volterra nel centenario della sua nascita*, Rome, 1960。