

高 木 貞 治

高木貞治 (Teiji Takagi) 1875 年 4 月 21 日生於日本國岐阜縣；1960 年 2 月 29 日卒於東京。數學。

高木貞治之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Takagi.html>

高木貞治

杜石然

(中國科學院自然科學史研究所)

高木貞治 (Teiji Takagi) 1875 年 4 月 21 日生於日本國岐阜縣；1960 年 2 月 29 日卒於東京。數學

高木貞治出生地是日本國岐阜縣大野郡數屋村。其生父為木野村光藏，生母為高木徒禰。高木出生時，父五十六歲，母三十二歲；當時他的父親是喪妻續弦，而高木貞治則是他生母的頭胎子。在他出生之後，生母未再返夫家，因此高木貞治繼承的是母姓，實際上是假作舅父高木勘助的“長子”記入戶籍的。據說母親徒禰生性剛強，有男子氣，而且記憶力極好；養父畢生無出，視貞治如己出，十分喜愛。母親一生大都從事農業勞動，養父則同時兼作一些村里的公共事務。

五歲起，高木貞治進入鄰家野川杏平所辦的私塾，接受《論語》、《孟子》、《十八史略》等初步的漢學教育。1882 年高木七歲入小學，成績超群，全為甲等。當時日本有可以跳級的制度，高木每年跳一級，三年讀完六年課程，被當時的岐阜《日日新聞》譽為神童。但他卻很少與同學交遊。如果說是神童，他也只能算是一個孤獨的神童。

1886 年，高木入岐阜中學學習，成績仍然極好，十五歲畢業時成績為全校第一名，免試被推薦進入第三高等中學校(京都)學習。他在中學的數學教師為樺正董，這位老師後來也曾到西方留學，是明治後期日本知名數學家之一。但是對高木影響最大的老師乃是第三高中時代的數學先生河合十太郎 (Kawai Jiutarô)，正是由於河合的影響，促使高木選擇了以數學研究為畢生的職業。河合幼年曾學習過日本的傳統數學－和算，後又從師

於關口開 (Sekiguti Hilaki) 學習洋算，1886 - 1889 年在東京帝國大學數學科向菊池大麓 (Kikuchi Dairoku) 和藤澤利喜太郎 (Fujisawa Rikitarô) 學習。菊池和藤澤都是日本明治維新之後留學國外專攻數學的第一批學者，他們都是日本現代數學的奠基人。菊池偏重數學教育，藤澤則偏重數學研究。高木通過河合，間接地受到二人的影響。河合的學生中有林鶴一 (Hayashi Tsuruichi)、吉江琢兒 (Yoshie Takuji)、藤原松三郎 (Fujiwara Matsusaburô) 等人，他們後來都成爲本世紀上半葉日本著名的數學家。在第三高中，吉江與高木同班，而林則高一班。

1894 年，高木經推薦進入東京帝國大學數學科學習，直接受教於菊池和藤澤。菊池講授解析幾何、高等幾何；藤澤講授微積分、微分方程、函數論等課。在當時規定的大學課程中缺少代數，高木後來回憶說“藤澤先生在柏林聽過 L. 克羅內克 (Kronecker) 的課，克羅內克經常講大學不可無代數，而日本當時認爲代數教學應在中學完成。後來有了討論班之後，藤澤先生經常提出一些代數問題。當時的代數有 J.A. 塞瑞特 (Serret) 的高等代數，先生命我讀其中的阿貝爾方程，這使我受到高等代數的洗禮。當時書架上還列有 H. 韋伯 (Weber) 代數學的第一卷，也找來讀了，初次接觸到伽羅瓦理論……”，“當時的學風相當自由，藤澤先生等人鼓吹德國的 Lehr-und Lernfreiheit (學，要自由地學)，鼓勵學生自由讀書，……，課堂上課比較少，……，其間讀了不少書”。據當時的借書記錄，高木在四年間 (大學三年，研究生院一年) 共借讀了七十餘冊書。其中有塞瑞特和韋伯的代數學、P.G.L. 狄利克雷 (Dirichlet) 和 J.W.R. 戴德金 (Dedekind) 的整數論、D. 希爾伯特 (Hilbert) 關於整數論的報告，還讀了許多關於橢圓函數論的古典著作以及 C. 喬丹 (Jordan)、C.E. 皮卡 (Picard) 寫的分析教程。獨立直接閱讀當代大家的著作，毫無疑問對高木是極好的訓練。同樣給高木以很好訓練的是藤澤利喜太

郎指導的“討論班”。這個討論班曾出版了《藤澤教授討論班習作集》(藤澤教授セミナーノレ演習録，1897)，《習作集》第二集上刊載了高木最初的習作“論阿貝爾方程”(ア—ベノレ方程に—いて，1897)，長達67頁。文中敘述了方程代數解法的歷史以及域、群、伽羅瓦群等，所謂阿貝爾方程即指其伽羅瓦群為阿貝爾群的代數方程。後來使高木成名的“類域論”，實際上指的是“相對阿貝爾域論”，可以說和“討論班”上他作的課題多少有些關係。

1897年高木大學畢業，返回家鄉，養父才把他的身世講明。此時他的生父已死，他第一次見到同父異母的兩位務農的哥哥。看來如果他一直在生父身邊長大，很可能也不會上大學，會和他的兩個哥哥一樣。

高木進入研究生院學習一年之後，即被派往德國留學。在研究生院期間，高木撰寫了《新撰算術》(1898)，《新撰代數學》(1898)二書，都是當時高標準的教科書，前者包含了整數論，後者包含三、四次方程的代數解法。

1898年10月13日高木貞治來到德國柏林。後來高木回憶說：“出國留學當然高興，但初到柏林，也很恐懼。一方面因為當時還是把西方學者視為天神的時代，另一方面當時的柏林正是因為三尊大菩薩 K.W.T. 魏爾斯特拉斯 (Weierstrass)、克羅內克和 E.E 庫默爾 (Kummer) 鼎盛之後，由 I.L. 富克斯 (Fuchs)、S. 施瓦茲 (Schwarz)、F.G. 弗羅貝尼烏斯 (Frobenius) 接班的時代。那時，一般認為學數學必到德國，到德國必來柏林。一個既無教養、又無自信的東洋鄉巴佬，到這裡來確有些恐懼。”

在柏林大學高木聽了弗羅貝尼烏斯的代數(包括伽羅瓦理論)和整數論(相當於狄利克雷－戴德金《整數論講義》(*Vorlesungen über Zahlentheorie*)的內容)、K. 亨澤爾 (Hensel) 的整數論、施瓦茲的函數論、富克斯的微分方程。這一年富克斯六十五歲，施瓦茲五十五歲，上課時後者總是說“魏爾斯特拉斯先生這樣說過”“那樣

說過”，前者則只是單純的讀講稿；而弗羅貝尼烏斯這一年四十九歲，精力充沛，給高木以很好的印象。高木回憶說“老師中弗羅貝尼烏斯最年青，講的是伽羅瓦理論和整數論，內容雖無甚特殊，但神態自如，不拿講稿侃侃而談，有生以來還是第一次聽到如此生動的課……出國之前曾有人恐嚇說弗羅貝尼烏斯輕視日本人……，實際上他並不可怕。每當我拿一些問題去請教時，他常常一面說問題很有趣，一面說 *Denken Sie nach!* (請自己認真思考一下)，同時借給我各式各樣的論文抽印本。‘自己認真思考一下’，有生以來還是第一次有人這樣教訓我”。“自己認真思考”這一教導使高木終生受益。但總的講來，高木對自己在柏林的學習並不滿意。

1900年4月，爲了到斯特拉斯堡聽韋伯的課，中途高木曾在格丁根暫停。憑他敏銳的感覺，高木發現了在格丁根存在著一位罕見的數學大師希爾伯特。於是他決定轉至格丁根繼續留學。五個月後(1900年9月)希爾伯特在巴黎世界數學家大會上發表了著名的關於23個待解決數學問題的講演。這篇著名的講演也經常被看作爲二十世紀的數學宣言。

當時格丁根的數學教授有1886年來自萊比錫的F. 克萊因(Klein)，和1895年由柯尼斯堡轉來的希爾伯特，1900年時克萊因五十一歲，希爾伯特三十八歲。副教授有A.M. 舍恩弗里斯(Schoenflies)、R.A. 費歇(Fisher)、希林(Schilling)，講師有E.F.F. 策梅羅(Zermelo)、亞伯拉罕(Abraham)。高木對格丁根的學習環境十分滿意。後來他回憶這段生活時說“此處與柏林完全不同，這很使我吃驚。每週一次的座談會，也可以說是從德國、從世界各大學薦選來的少壯派的聚會，實際上這裡是世界數學的中心”。克萊因以其能夠在不同數學分枝中發現並抓住其內在的共同本質而著稱，希爾伯特則更是如此。高木對他們這種高度的洞察能力，十分敬服，讚嘆不已。

1897年希爾伯特出版了他的名著《代數數域理論》(*Bericht über die Theorie der algebraischen Zahlkörper*) (通常被稱為《整數論報告》)，高木在日本時即讀過此書。或許在國內已開始思考，但決定以代數數論為自己的研究方向則是當高木來至格丁根並受到希爾伯特指導以後。

在格丁根，高木取得了他的第一項研究成果：他部分地解決了克羅內克猜想。

所謂克羅內克猜想是指：虛二次域 K 的阿貝爾擴張都可由具有 K 中元素複數乘法的橢圓函數的變換方程來確定。這一猜想是克羅內克於 1880 年提出來的，在當時算是比較難以解決的問題。高木的結果是：當 K 為高斯域，亦即 $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-1})$ 時，克羅內克猜想成立。

1901年，二十六歲的高木留學三年之後回國。1903年發表了他在格丁根時已得出的研究成果，標題為“關於有理係數複數域上的阿貝爾域 (*Über die im Bereiche der rationalen complexen Zahlen Abel'schen Zahlkörper*)”，發表在《東京帝國大學理學部紀要》19卷5期(1903)第1-42頁，並以此文獲得博士稱號。1904年他被任命為教授。

高木在 1903 年發表了他的學位論文之後，大約沉寂了十年，這十年的心血大都用於平靜的教學工作。從 1914 年開始高木進行了新的關於類域的研究。到 1920 年，高木把 1915 年以來發表的數篇短文匯總起來，寫成了他的成名之作：“關於相對阿貝爾域的理論” (*Über eine Theorie der relative-Abel'schen Zahlkörper*)，刊載在《東京帝國大學理學部紀要》41卷(1920)第1-133頁上。此文是開創高木類域論的重要論文。

類域 (class field) 的概念是希爾伯特於 1898 年首先引入的，同時他還提出了一些猜想和定理 (1902)。1907 年 Ph. 富特溫勒 (Furtwängler) 給出了其中部分定理的證明。高木對類域的概念進行

了拓展，希爾伯特最初給出的定義後來被改稱為絕對類域 (absolute class field)。高木證明了：代數數域 k 的任何阿貝爾擴張 K 均可表示成 k 上的類域。此定理通常被稱為是類域論的基本定理或主定理。

在高木之前曾有過高斯關於二次式的理論、狄利克雷關於質數的定理、關於有理數域上的阿貝爾域 B 是圓域的韋伯定理以及希爾伯特和富特溫勒關於絕對類域的幾個定理，高木從這些表面看來是如此不同的諸多事實中，概括出其內部的共同性質，進行分析並取得出色的結果。他在留學時曾力圖解決的克羅內克猜想問題，此時也可以算作是高木類域論的一個實際應用的特例，得到肯定的解決。

1920年9月25日高木貞治在法國斯特拉斯堡舉行的世界數學家大會(9月22日-30日)上宣讀了上述論文。出席聽講的有K. B. 菲特(Fueter)、J. 阿達瑪(Hadamard)、L.P. 艾森哈特(Eisenhart)等人，但無任何反響。回國之後，高木於1922年又發表了他的第二篇論文“關於任意代數域的互反法則”(Über das Reziprozitätsgesetz in einem beliebigen algebraischen Zahlkörper)，載《東京帝國大學理學部紀要》44卷，1-50頁。

對高木類域論的進一步發展作出重大貢獻的是兩名青年數學家E. 阿廷(Artin)和H. 赫斯(Hasse)。阿廷於1923年受到高木第二篇論文的啓發，提出了更一般的互反法則並證明了若干特例。1927年阿廷完成了這個一般的互反法則的證明。這個證明，阿廷受到蘇聯學者H. Г. 切博塔廖夫(Чеботарёв)1926年發表的一篇文章中所用方法的啓示。赫斯1925年9月受委託以“類域論的最新進展”為題，在德國全國數學年會作了報告。後來他以這個報告為基礎，在1926、1927、1930年分三次以“關於代數域論的最新研究及問題”為題，詳細介紹了高木-阿廷類域論(現通常又稱為古典類域論)。

希爾伯特 1900 年提出 23 個問題中的第 9 問題：“任意數域中最一般的互反律的證明”。這第 9 問題，至此可以說，被高木和阿廷以更爲拓展的形式得到了明快的解決。1940 年 C. 謝瓦萊 (Chevalley) 完成了類域論的算術化。但是把類域論推廣至非阿貝爾擴張的一般體的研究 (即希爾伯特 23 個問題中的第 12 問題) 至今仍在進行。

1932 年，高木五十七歲時，爲出席在瑞士蘇黎士召開的世界數學家大會 (9 月 4 日 - 12 日) 第三次出國。會議主席是 1920 年聽過高木第一篇論文的菲特。當菲特在會上介紹高木時，到會代表鼓掌表示了敬意。會議期間高木舉行了一次招待晚宴，出席的有切博塔廖夫 (當年三十八歲)、謝瓦萊 (二十三歲)、赫斯 (三十四歲)、B.L. 范德瓦爾登 (van der Weerden, 二十九歲)、彌永昌吉 (Iyanaga 溫暖高木的工作終於得到了國內外的一致稱讚。1929 年瑞典奧斯陸大學爲紀念阿貝爾逝世一百週年授予當時世界著名的數學家十六人以博士學位，高木是其中之一。1932 年蘇黎士世界數學家大會上高木被任命爲大會副主席並推選爲費爾茲 (Fields) 獎的評審委員。

在日本國內，1923 年高木即被選爲學術研究會議議員；1925 年被選爲日本帝國學士院會員，在日本這是最高的終生榮譽學銜。

高木一生從未擔任過任何教育行政職務，以數學教育和數學研究而勤奮工作一生，也是比較平靜的學者的一生。曾經直接受教於高木的學生有末綱恕一 (Suetuna Zyoiti)、正田建次郎 (Shôda Kenjirô)、菅原正夫 (Sugawara Masao)、荒又秀夫 (Aramata Hideo)、黑田成勝 (Kuroda Sigekatu)、三村征雄 (Mimura Yukio)、彌永昌吉、守屋美賀雄 (Moriya Mikao)、中山正 (Nakayama Tadasi) 等人。

高木 1936 年退休。1955 年在日本召開了關於代數數論的國際

會議，高木被推舉為大會的名譽會長。當時他八十歲，還數次到會，受到代表們的歡迎。1960年2月28日，高木貞治因腦出血及其合併症逝世，終年八十四歲。

1973年日本國岩波書店出版了高木貞治用西文所寫的論文集：《高木貞治論文集(西文部分)》(*The collected papers of Teiji Takagi*)。高木貞治的其它主要著作還有：《解析概論》(岩波書店，1938年初版)、《代數的整數論》(岩波書店，1948年初版)等。

文 獻

研究文獻

- [1] 小松醇郎主編，日本の數學の100年史，岩波書店，1983。
- [2] 彌永昌吉，高木貞治先生，載於彌永所著《數學者の世界》，岩波書店，1982。
- [3] 本田欽哉，高木貞治的生涯，連載於1975年《數學セミナー》，1-6月號

(日本《數學セミナー》主編龜井哲治郎先生為本文提供了寶貴資料，謹此致謝。)