

魯 金

魯金，Н. Н. (Лuzин，Николай Николаевич，英文名 Nikolai Nikolaevich Luzin) 1883 年 12 月 9 日生於俄國托木斯克 (Irkutsk)；1950 年 2 月 28 日卒於莫斯科。數學。

魯金之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/history/PictDisplay/Luzin.html>

魯 金

張 洪 光

(南開大學)

魯金，Н. Н. (Лузин，Николай Николаевич，英文名 Nikolai Nikolaevich Luzin) 1883 年 12 月 9 日生於俄國托木斯克 (Irkutsk)；1950 年 2 月 28 日卒於莫斯科。數學。

魯金出身於高級商務職員家庭。幼年，他就讀於托木斯克一所私立學校，後來在托木斯克省立中學唸書。1910 年中學畢業後，魯金進入莫斯科大學物理數學系數學專業學習。進校不久，教授們的精彩講課激起了魯金的創造慾望。他說：“還是在頭半年，完全從另一方面，我突然發現數學不是背誦業已形成的真理和無數個久已給出答案的問題的解答體系，而是主動創造的遼闊領域。我總是把學者進行創作生活的狀況，跟 C. 哥倫布 (Columbus) 被派去尋找新大陸、並且每個瞬間都可能有重大發現的心情加以比較。在我面前，數學已不再是完備的科學，而是具有充滿誘人秘密的前景的創造性的科學。”在那裡，他積極參加了以 Н. Е. 茹科夫斯基 (Жуковский) 爲首的大學生數學小組，擔任秘書工作，並在 Д. Ф. 葉戈羅夫 (Егоров) 教授指導下研究數學。這時，他被一個剛剛傳播到莫斯科大學來的新數學領域－實變函數論中的問題吸引住了。

1905 年冬至 1906 年春，魯金去巴黎訪問，在巴黎大學和法蘭西學院聽過 E. 波萊爾 (Borel)、H. 龐加萊 (Poincaré)、J. 阿達瑪 (Hadamard)、G. 達布 (Darboux) 等著名數學家的講課。1906 年魯金在莫斯科大學畢業，留校培養，準備將來在該校任教授。1910 年他通過碩士考試後，就被派往格丁根和巴黎進修。在巴黎，他參加阿達瑪的討論班，並利用那裡豐富的藏書，對函數論

中最重要的問題進行了獨立的研究。與他同時生活在巴黎的大學同學 B. B. 戈盧別夫 (Голубев) 回憶說：魯金“簡直把所有的時間都用在頑強地研究科學問題上了。整夜地思考科學問題，常常直到次日日出時他還在工作。”從 1911 年到 1913 年魯金有近十篇論文分別發表在莫斯科的《數學文集》(Математический сборник) 和巴黎科學院的《報告》(Comptes rendus) 上，發表後立即引起了科學界的注意。1914 年春，魯金回到莫斯科大學任副教授，講授基礎課和實變函數論選修課，並開始指導科研討論班。1915 年，他完成了一篇題為“積分與三角級數”(Интеграл и тригонометрический ряд) 的論文，應考純粹數學的碩士學位。1916 年春舉行了論文答辯，由於這篇論文的傑出貢獻，委員們一致同意破例授予他博士學位。這篇著名的學位論文同年發表在《數學文集》上。1917 年，魯金成爲莫斯科大學教授。

魯金很善於講課，他有吸引別人來從事科學研究的特殊才能。1914 年至 1924 年，他作爲一位卓越的數學家、演說家和科學工作的組織者，成了莫斯科函數論學派的中心，並影響了波蘭學派的 W. 謝平斯基 (Sierpinski) 和 S. 馬祖爾克維奇 (Mazurkiewicz)。在他周圍聚集著一批批才華橫溢的青年學生，如 П. С. 亞歷山德羅夫 (Александров)、А. Я. 辛欽 (Хинчин)、Д. Е. 梅尼紹夫 (Меньшов)、П. С. 烏雷松 (Урысон)、М. Я. 蘇斯林 (Суслин)、А. Н. 柯爾莫哥洛夫 (Колмогоров)、А. А. 柳斯捷爾尼克 (Люстерник)、М. А. 拉夫連季耶夫 (Лаврентьев)、Н. К. 巴里 (Бари)、П. С. 諾維科夫 (Новиков)、Л. Г. 施尼雷爾曼 (Шнирельман) 等。他們後來都成了傑出的數學家。魯金的課程和討論班是莫斯科數學學派的搖籃。這些學生把他的思想和方法應用於其它數學領域，引起了一系列深刻的變革，對蘇聯和世界現代數學的發展產生了巨大影響。

1927 年，魯金當選爲蘇聯科學院通訊院士。1928 年，他在

波倫亞舉行的第八次國際數學家大會上當選為副主席，還作了“論集合論的道路” (*Sur les voies de le theorie des ensemble*) 的全會講演。1929年，成為蘇聯科學院正式院士後，魯金用於教學的時間較少，他的主要工作在蘇聯科學院數學研究所 (1929 – 1936年；1941 – 1950年)、自動化和遙控研究所 (1936 – 1950年) 以及地震研究所 (Сейсмологический институт)(1944 – 1955年)。

魯金是莫斯科數學會、莫斯科自然探險家協會會員，克拉科夫科學院院士，還是加爾各答數學會和比利時數學會的名譽會員。1945年，由於魯金在科學技術上的傑出貢獻，在蘇聯科學院成立 220 年之際，他獲得了勞動紅旗勳章。

魯金在數學上的創造性貢獻主要涉及實變函數論的兩個分支：度量性函數和描述性函數論。就他的第一流工作而言，以 1915 年的學位論文成就最高。

實變函數論起源於十九世紀後半葉數學分析的奠基工作中。二十世紀初，它的一些基本概念如勒貝格測度、可測函數、積分等已建立。但是，它們和古典分析基本概念之間的關係亟待探討。1912年，魯金從深入刻畫可測函數的基本性質入手，首先發現和證明：任意可測函數都能在任意小測度的集上改變其值，使之成為連續函數。這個著名的魯金 C -性質，揭示了度量性函數論的中心概念 (可測函數) 與古典分析的基本概念 (連續函數) 的關係，成為研究可測函數的有力工具。憑藉它，魯金解決了實變函數論積分學的基本問題，即在最一般的函數定義下推廣微積分基本定理、建立原函數理論，並進而發展可測函數的三角級數論。他指出：對於任何除去一個零測度集外處處有限的可測函數，存在幾乎處處以給定函數為其導數的原函數。同時，他找到了造這種原函數的方法。魯金洞悉三角級數和冪級數理論，他更早構造了係數趨於零而在收斂圓周上處處發散的冪級數 (1912年)、係數趨於零而幾乎處處發散的三角級數 (1912年)。這些範例促進了以後

的許多研究。魯金證明，對任何可測函數，存在以某種確定方式可和於它的三角級數。他還仔細考慮了三角級數的收斂性，並就此證明了一系列重要定理。此外，利用三角級數理論，魯金發現了全體可測集所固有的深刻而又精細的性質：可測集幾乎任意一點都存在某鄰域，使可測集在這個鄰域內的元素幾乎關於該點對稱。所有這些早已成爲經典的結果，組成了現代函數論的基礎。其中，相當一部分收入了他著名的論文“積分與三角級數”中。

魯金草擬的寬廣的研究大綱，決定了許多年函數論的發展道路。他的研究方法的特點在於問題提法的一般性和證明的清晰性與幾何性。在“積分與三角級數”發表之後，魯金和 И. И. 普里瓦洛夫 (Привалов) 把實變函數論方法用到複變量問題中去，研究了解析函數的邊界性質，取得了許多主要成果。然後，工作重點就轉向描述性函數論。

描述性函數論是函數論的更抽象的部分。它要研究這樣一種工具，利用它可以按一定方式造出各種集和函數來。繼波萊爾、R. 貝爾 (Baire)、H. 勒貝格 (Lebesgue) 對 B -集的研究之後，魯金在莫斯科大學討論班中提出了進一步研究 B -集類的性質問題，特別是關於 B -集的勢以及用不依賴於 E. 策梅羅 (Zemelo) 選擇公理構造非 B -集的問題。這兩個問題都被他的學生解決了。蘇斯林構造了一種比 B -集類更廣的集類，稱爲 A -集，也稱爲解析集或蘇斯林集。魯金提出了 A -集和 B -集的新定義。他找到了構造 A -集的十分直觀的方法，創造了能用來仔細研究 A -集和 B -集的工具。他用這種方法證明了線段可以表示爲兩兩不相交的 B -集的和。這是迄今集合論中不依賴於策梅羅公理而逼近連續統問題的最佳結果。此外，他還發現了新的更複雜的集-射影集 (1925 年)。這個概念是 A -集的自然推廣，它的引入暴露了數學與邏輯上存在的一系列特別困難的問題。在這裡，魯金首

次產生了這樣的思想，即事情不在於我們不會解決這些問題，而是這些問題在原則上不可解。他所提出的思想是這個方面的研究綱領。魯金的後繼者對此進行了研究，並證實了他的預見。魯金和他的學生在 A -集和射影集理論方面的主要成果，收集在他的專著《解析集及其應用講義》(*Leçon sur les ensembles analytiques et leurs applications*, 1930) 中。

魯金的工作重心是在實變函數論領域，但他還精通經典方法，常常研究理論性和應用性的經典問題。他在估計 C. A. 恰普雷金 (Чаплыгин) 提出的微分方程數值解法的收斂性工作 (1932 年) 和研究一個困難的微分幾何問題 – 主基上的彎曲問題 (1938 年) 中，都取得了決定性的成就。他對數學史的一些問題很關心，寫過紀念 L. 歐拉 (Euler) 和 I. 牛頓 (Newton) 的精彩文章 (1933 年、1943 年)。他十分關心教學問題，抽出了很多時間來編寫和修改教材。他的關於微積分學和實變函數論的教科書，在二十 – 三十年代被廣為採用。作為著名的數學家和數學教育家，魯金“一身而二任”。

魯金從 1941 年起就患了嚴重的心臟病。他不顧疾病，繼續頑強工作。1950 年 2 月 28 日，因心臟病發作，魯金逝世。

文 獻

原始文獻

- [1] Н. Н. Лузин, Интеграл и тригонометрический ряд (Диссертация), Математический сборник, Москва, 1916, Т.30, В.1, С.1 – 242。
- [2] Н. Н. Лузин, *Leçons sur les ensembles analytiques et leurs applications*, Paris, 1930。
- [3] Н. Н. Лузин, Собрание сочинений, ТТ.1 – 3, Москва, 1953 – 1959。

研究文獻

- [4] П. С. Александров, Математика в Московском Университете в Первой Половине XX Века, Историко-Математическое исследование, выпуск VIII, С.9 – 54, ГИТТЛ, Москва, 1955 °
- [5] Сборник “Математика в СССР за 30 лет (1917 – 1947)”, Статьи: Дескриптивная теория множеств ; Метрическая теория функций действительного переменного ; Теория функций комплексного переменного. Москва, 1948 (中譯本：三十年來的蘇聯數學 (1917 – 1947)：描述性集合論；度量性實變函數論；複變函數論，中國科學院，1953年；科學出版社，1957年)
- [6] Н. К. Бари, Николай Николаевич Лузин, Любц Русской Наукц, С. 336 – 346, Москва, 1961 (中譯本 Н. К. Бара，Лузин傳，〈數學譯林〉，4(1985)，1) °
- [7] К. А. Рыбников, История математики, Т. Ц, Москва, 1963 °