

魯賓遜

魯賓遜，A. (Robinson，Abraham) 1918 年 10 月 6 日生於德國下西里西亞州瓦爾登堡 (Waldenburg) 城 (現屬於波蘭，改名為瓦烏布日赫)；1974 年 4 月 11 日卒於美國康乃狄克州紐黑文 (New Haven，Connecticut)。數學、數理邏輯。

魯賓遜之圖像請參閱 The MacTutor History of Mathematics archive 網站

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Robinson.html>

魯賓遜

王世強

(北京師範大學)

魯賓遜，A. (Robinson，Abraham) 1918年10月6日生於德國下西里西亞州瓦爾登堡 (Waldenburg) 城 (現屬於波蘭，改名為瓦烏布日赫)；1974年4月11日卒於美國康乃狄克州紐黑文 (New Haven，Connecticut)。數學、數理邏輯。

魯賓遜是猶太人，父親是一位哲學博士，母親是教師，魯賓遜有一個長他兩歲的哥哥。父親在他出生前不久去世。

魯賓遜跟著母親在外祖父家裡度過童年。外祖父也是教師，是猶太社會中的一位文化領袖，藏書很多。魯賓遜有一個叔叔，是維也納的著名醫生，常把他和哥哥接去渡假，這使小魯賓遜開始接觸科學並受到叔叔在品德上的薰陶。

1933年希特勒上台，開始排猶，母親帶著兩個兒子到巴勒斯坦。魯賓遜和哥哥在那裡上中學和大學。魯賓遜在小學時就被老師看作天才，並對他對待問題的嚴肅認真感到驚異。到中學時，魯賓遜已經對數學表現出特殊的愛好。他於1936年進入耶路撒冷的希伯來大學學習，他和哥哥都兼做教師以維持全家生計。魯賓遜的文科課程也學得很好，但是數學確征服了他的心靈，他被同學們看作小老師。集合論學者A. 弗倫克爾 (Fraenkel) (他曾把E. F. 策梅羅 (Zermelo) 的集合論公理改進為現今流行的ZF公理體系)的課程使他對邏輯和集合論產生濃厚興趣。到1938年，弗倫克爾已經說，他簡直沒有更多東西可以教給魯賓遜了。

魯賓遜不到二十歲就開始寫論文。他的第一篇論文由弗倫克爾介紹到《符號邏輯雜誌》(The Journal of Symbolic Logic) 發表，在

他的老師中還有代數學者 J. 勒維茨基 (Levitzki) ，後者和 Ch. 霍普金斯 (Hopkins) 在 1938 年前後各自獨立地證明了詣零阿廷環的冪零性。令人驚奇的是，人們在魯賓遜的遺稿中發現一份從未發表過的 1939 年的校樣，對這個重要定理給出了一個不到 1 頁的證明。

1939 年他去法國巴黎大學繼續學習，但不久就爆發了第二次世界大戰。德軍很快侵入巴黎，魯賓遜逃到了英國。他在那裡加入 C. 戴高樂 (De Gaulle) 領導的自由法國運動的一支空軍連隊，不久又轉入英國空軍，他被任命為科學官員到法恩伯勒的皇家空軍基地服務。

在空軍中，他勤奮學習航空工程，並結合實際任務進行應用數學和機翼理論的研究。他具有很強的物理洞察力，又能創造性地運用數學工具，很快就成為一位優秀的應用數學家。

他在休息日常去倫敦遊覽，結識了一位來自維也納的姑娘 R. 科佩爾 (Kopel)，她是一位美術家。他們於 1944 年結婚。

戰後，在英國克蘭菲爾德建立了航空學院，魯賓遜被聘去作教師。不久，到希伯來大學補授予他科學碩士學位。

他繼續從事機翼理論的研究，此外他還常去倫敦大學參加邏輯討論班。到 1949 年他寫出了“代數系統的元數學”(*The metamathematics of algebraic systems*) 一文，並以此而獲得倫敦大學哲學博士學位。也是由於此文，1950 年他被國際數學家大會邀請作報告。此後，他轉向邏輯研究，但仍繼續發表航空學的論文。1950 年他在克蘭菲爾德航空學院被任命為系主任，並開始與他以前的學生 J.A. 勞爾曼 (Laurmann) 合寫一本機翼論的書。

1951 年，魯賓遜去加拿大多倫多大學任應用數學系副教授。他除了教學及應用數學的研究外，更忙於邏輯方向的研究。而他的博士論文於 1951 年出版 (改名為 *On the metamathematics of algebra*)。他於 1955 年和 1956 年又相繼出版了兩本書。在應用數學方面也發表了一些文章。1956 年，他成為應用數學系的正教

授和系主任。同一年，分析數學家 W.A.J. 盧森堡 (Luxemburg) 教授來到多倫多大學，他對魯賓遜的廣博數學知識感到驚訝，此後就成為魯賓遜的好友和崇拜者。在這幾年中，魯賓遜還到很多地方去作過學術講演。

1957 年，希伯來大學聘請他任講座教授 (接替他的老師弗倫克爾)。在去以色列途中，他在倫敦大學又被授予科學博士學位，以表彰他的突出成就。在希伯來大學，魯賓遜不但投身於學校事務，並且關心全國教育的發展。他的辦公室對每個人都開放，他的工作日幾乎全部在那裡度過。他對阿拉伯學生也一視同仁地關心和輔導，此外還盡力敦促政府發展阿拉伯區的教育。

在耶路撒冷期間，魯賓遜發表了幾篇關於微分代數的論文，他還寫了關於中等數學教育的文章，關於數論及方程論的機械化證明的論文以及關於非阿基米德函數論的論文。後者是他對非標準分析的前驅工作。他在這一時期最基本的研究是在 1960 – 1961 年到普林斯頓大學訪問時所作關於非標準分析的工作。另外他還寫了《模型論與代數的元數學引論》(*Introduction to model theory and to the metamathematics of algebra* , 1963) 一書。

1962 年，魯賓遜到美國加利福尼亞大學洛杉磯分校 (UCLA) 任教授。這時他更集中力量研究非標準模型對算術及分析的應用。另外，他還被聘為國際商用機器公司 (IBM) 的顧問，寫了一些有關計算機的文章。他在非標準分析方面做了大量研究工作，並且得到了用此方法解決標準分析 (即通常的分析數學) 中新問題的重要結果。1965 年，他寫出了《非標準分析》(*Non-standard analysis* , 1966) 這一奠基性的專著。魯賓遜對於非標準分析的發現和建立十分興奮，他說，弗倫克爾認為人們到三十歲以後數學創造力就開始衰退了，而他卻給這個命題提供了一個反例。

魯賓遜被公認是加利福尼亞大學洛杉磯分校數學系的傑出教授。該校吸引了不少有才能的年輕數學家，其中有些邏輯學家就

是被他吸引來的。由於他寬廣的視野和思維以及突出的學術造詣和品德，他被邀請參加加州大學的全校教育政策委員會，並於 1964 – 1965 年擔任該會的主席，參與了推動加州大學的發展及一些新分校的建立等各項領導工作。

1967 年秋，他接受了耶魯大學的熱情邀請，到該校任數學系教授。在那裡，他很快就成為一群較年輕邏輯學者的良師益友。很多新畢業的博士來到耶魯跟他作博士後研究，其中有 K.J. 巴爾威斯 (Barwise)、P. 埃克洛夫 (Eklof)、E. 費歇 (Fisher)、P. 凱勒曼 (Kelemen)、M. 萊爾曼 (Lerman)、J. 施默爾 (Schmerl)、S. 辛普森 (Simpson)、D. 薩拉西諾 (Saracino)、V. 維斯芬寧 (Weispfenning) 等 (這些人都是現代國際邏輯界的知名學者)。一些成名的邏輯學者如 A. 萊維 (Levy)、G. 薩克斯 (Sacks)、G. 薩巴 (Sabagh) 等也高興地前來訪問。很多研究生找他作導師，魯賓遜來者不拒，熱心地給每人以關照和幫助。學校為了減輕他過重的負擔，經過多方物色和魯賓遜本人的推薦，又從阿伯丁請來了模型論學者 A. 麥克英泰爾 (Macintyre) 作他的副手。魯賓遜對麥克英泰爾的到來十分高興，而麥克英泰爾也認為這對他自己後來的發展有決定性的影響。麥克英泰爾和耶魯的同事們都認為，正是魯賓遜的影響使得當時年輕的邏輯學者和研究生們都把到耶魯數學系看作寶貴的機會。

在耶魯期間，他發表了近四十篇論文和著作。其中有一些是與其它領域的學者們合寫的，後者都把魯賓遜看作能受教益的合作者，把他的非標準方法看作挑戰性的新方法。這一期間，通過他的大量科研成果和在世界各地的講演，以及年輕邏輯學者們的追隨和非標準方法在各個數學領域中的運用，使魯賓遜對邏輯界和數學界的影響達到了一生的頂峰。

他被選為符號邏輯學協會的主席，其它榮譽也紛紛到來。在 1967 年的第一屆國際非標準分析會議上，他是中心人物。1970 年

他第二次應邀在國際數學家大會作報告。1971年他被耶魯大學授予“斯特林 (Sterling) 教授”的榮譽稱號，他被邀去各地作榮譽講演。1972年，他被選為美國文理科學院院士。1973年春， he 去普林斯頓高級研究院訪問，在那裡與他所最崇敬的邏輯學家 K. 哥德爾 (Gödel) 一起工作，哥德爾對他也極為敬重。不久，荷蘭數學會授予他布勞威爾獎章。1974年， he 被選為美國國家科學院院士。這一年，他又第三次被邀在國際數學家大會作報告，但由於患病去世而未能實現。

1973年秋， he 開始感到腹痛，但繼續照常工作。後來不得不去檢查，發現胰臟癌症已到晚期。 he 頭腦清醒地對待這一劇變，堅持不要人們為 he 採取任何特殊的醫療措施。 he 靠烈性麻醉劑止痛而堅持講課。疼痛和藥物迫使 he 要費很大力氣才能集中精神，但他仍能講得很生動，並能講出他自己在數學發現中的創造性思維。直到病危時， he 還努力集中精神聽取他的最後一個研究生 (P.M. 溫克勒 (Winkler)) 的論文報告並進行指導和鼓勵。

魯賓遜於 1974 年 4 月 11 日下午與世長辭。這時 he 還不到五十六周歲。

he 一生寫了十本書 (其中有三本是與人合學，有一本是與盧森堡合編)，約 140 篇論文 (其中約 30 篇是與人合寫)。其中除了以上提到的各方向外，還有不少純分析的及一些純代數的論文。

he 共培養了二十四位博士 (有四位是與別人合作培養)，其中有不少人後來成為國際上知名的學者，例如 A. 萊維 (Levy)、A.R. 伯恩斯坦 (Bernstein)、G.L. 契爾林 (Cherlin)、J. 希施費爾德 (Hirschfeld)、W.H. 惠勒 (Wheeler) 等。這不包括受到指導的博士後學者，其他學生和受到教益的學者不計其數。

he 被埋葬在耶路撒冷郊外的一座山邊，墳墓面臨一條翠綠的山谷，翠谷的對岸是他所最熱愛的土地上起伏的山丘。

他在學術的貢獻有以下幾方面。

應用數學

魯賓遜早年投身於應用數學及航空學的研究，是由於歷史形勢的影響。這對他個人說雖然是偶然的原因，但卻是一種很有益的偶然。魯賓遜不僅有力地推動了航空學的發展，並且這種應用研究的實踐對於他後來的純數學研究也有很大的助益。不少人認為，魯賓遜身為應用數學家而發展了的觀點、思維方式及洞察力，後來成為他在純粹數學中所有主要研究工作的特徵。他繼承了十八、十九世紀以來那些數學大家們的傳統。對他們來說，現實世界中的問題不僅是數學家應該關心的對象，並且也是發展數學抽象的源泉和土壤。

由於戰爭任務的需要，魯賓遜對應用數學的研究主要集中在機翼理論及應用力波的傳播方面。他對機翼理論的研究，除了開始時一些工作外，後來主要集中在超音速機翼的特性方面。這是由於在戰爭後期噴氣發動機的發明使超音速飛行的可能性及有關問題日益有了實踐的意義。以下簡述他的部份成果。

超音速流的空氣動力理論，當線性化為一個均勻流的小擾動問題後，出現一種雙曲型微分方程，它與流體動力學中常見的橢圓型拉普拉斯方程地位相當。為了解這種雙曲方程，魯賓遜在一篇論文中提出一種“偽正交坐標系”，並用它解決了其前緣後掠角大於馬赫角（亞音速前緣）的三角機翼問題。他並指出，這種坐標法也開闢了對一大類重要的三角機翼求解析解的前景。後人在這一方向繼續作了研究。

在另一篇論文中，魯賓遜採用 J. 阿達瑪 (Hadamard) 關於無限積分的有限部份的思想，解決了當利用點源與旋渦分佈方法來解線性化超音速氣流問題時由於奇點的特性所帶來的困難。在這一方法的發展中，他起了先驅者的作用。

1953 年，魯賓遜與勞爾曼合寫出內容豐富的專著《機翼理論》(Wing theory, 1956)。其中反映了魯賓遜在這一領域的多方面貢

獻。魯賓遜對於結構中波的傳播的研究，也與他當時的任務有關。例如，為了深入了解一次飛船的事故，他在一篇論文中研究了樑中的激波傳輸，闡明了能導致高的局部應力因而使結構破壞的物理因素。還有的論文研究了當特性可變的樑受到脈衝式的或集中的負荷時的傳輸應用。有的研究具有可變性質的彈性介質內激波的傳播。有的研究薄片的彈性參數與厚度的變化對於被傳播量的影響… 等等。

雖然由於航空學的進步使得魯賓遜的這些早期工作(正像很多其他應用數學家的早期工作一樣)已經被匯集到專家們的“不自覺”的意識之中，因而在當前航空學的發展中其影響已不明顯。特別是由於計算機的發展使人們已能處理更複雜得多的數學模型並使許多計算有更高的精度。但是，在魯賓遜的研究工作中所顯示的物理洞察力及分析技巧卻是永遠值得科學家們仿效的，這不是任何計算機所能取代的。在這一意義上，他在應用數學方面的不少先驅性論文永遠是值得人們借鑒的。

模型論及其代數應用

魯賓遜是模型論的主要奠基人之一。

模型論是數理邏輯的一個分支，是研究形式理論(指形式語言中的語句集，也即形式化了的公理體系)與其模型(指適合這些語句集的數學結構)之間的關係的理論。在數學中，自從十九世紀發現非歐幾何之後，人們開始認識到一種公理體系可以有多種模型。後來在數理邏輯中提出了形式化方法(數理邏輯的研究對象是推理規律。由於將推理規律作為數學研究的對象，所以須要將邏輯推理及有關概念精確化。形式化方法就是通過把研究對象(待研究的內容)與研究方法(通常的非形式化數學推理中已承認的內容)相混淆。這是數理邏輯不同於其它數學分支的一個必要的特點)，就有條件對公理體系與其模型的關係進行含義更精確、內容更深廣的

研究。本世紀二十年代前後，在數理邏輯中出現了模型論性質的勒文海姆－斯克朗 (Löwenheim-Skolem) 定理。到三十年代，出現了哥德爾關於一階謂詞演算的推理完備性定理及 A. И. 馬爾采夫 (Мальцев) 的推廣，A. 塔斯基 (Tarski) 關於形式語言的模型的一般性研究，及 Th. 斯克朗引入的算術模型的超冪構作 (這是最早的非標準模型)。到 1950 年前後，隨著塔斯基與魯賓遜在國際數學家大會的報告，L.A. 亨金 (Henkin) 對於完備性定理新證法的發表和魯賓遜博士論文的出版，模型論的研究更受到很大推動並被公認為形式了獨立的分支。後來，魯賓遜又對模型論作出了一系列重要貢獻，因而他被公認是模型論中比塔斯基開始時間較晚而各自獨立作出重要貢獻的兩個主要奠基人之一。

在魯賓遜的博士論文中，討論了形式理論與其模型之間的關係，以包括了對代數的應用。例如其中有這樣的 (模型論性質的)“轉移”定理：“如果一個能用個體變元及 $+$ 、 \cdot 、 $=$ 等符號及‘與’、‘或’、‘非’、‘存在一個體’、‘對一切個體’等概念表示的語句 X 對一切特徵數為 0 的域都成立，則 X 對一切特徵數 $p > p_0$ 的域也成立，其中 p_0 是一個與 X 有關的正整數。”(像這樣的定理，是對於代數學者根據經驗所常遇到的一種現象給出確切的陳述及嚴格的證明。代數學者往往是根據在特徵數 0 時對 X 的證法來聯想特徵數 p 時的情況，而這裡則是從另一不同的途徑來得到證明的。)又如，在這篇論文中，作為基本工具之一，他提出了模型的“圖形”這一概念並討論了它的作用。圖形是代數中運算表概念的推廣和精確化，利用它可以方便地討論模型間有關嵌入的問題。圖形方法後來被模型論學者們廣泛地使用。

魯賓遜在 1955 年引入了形式理論的“模型完備性”這一重要的概念。在他的專著《完備理論》(*Complete theories*，1956) 中，魯賓遜對模型完備性從理論到實例都作了不少研究。首先，他對模型完備性給出一些等價的條件，從中可以看出，模型完備性

既可看是數理邏輯中重要的“量詞可消去性”概念的一種抽象形式，又可看作是代數中關於代數閉域的希伯爾特零點定理的一種推廣。（“量詞消去”是數理邏輯中解決某些判定問題的有用方法：可以作為機械化證明的根據。）而模型完備性的重要在於：它不但有很強的一般理論，又有不少常見的實例。魯賓遜在上書中證明了，代數閉域理論、實域理論以及某些可換群、賦值域、算子群的理論都是模型完備的。另外，作為這一概念應用的例子，他對希爾伯特零點定理給出一個模型論的新證法。在 1955 年的另一論文中，他又利用這一概念給出了希爾伯特第 17 問題的另一解法，它推廣和改進了阿廷在 1927 年對此問題的解答。

上段所說的結果並不是憑空得來的。魯賓遜的很多論述表明，他正是通過從模型論觀點深入分析代數實例特別是代數閉域的性質而提煉出模型完備性這一概念的。這正如前面所說的，是他作為應用數學家所發展了的觀點、思維方式及洞察力的繼續和發揚。這是理論和實際的一種很好的結合。這一特點在他的其它研究工作中也表現得很明顯。

作為模型完備性研究的一種發展，魯賓遜在 1958 年提出了形式理論的“模型完備”概念。一個理論 T 的模型完備了 T' ，是一個與 T 有特定聯繫的模型完備理論。它也是由魯賓遜通過考察域的理論與代數閉域理論的關係等數學現象而抽象出來的。魯賓遜對此概念作了研究並應用於特徵數 0 的微分域理論，從而發現了前所未知的特徵數 0 的微分閉域概念。後來別人又在此基礎上對微分域的研究取得不少進展。又如，J. 阿克斯 (Ax)，S. 科琴 (Kochen) 和 Ю. Л. 葉爾紹夫 (Ершов) 在解決阿廷猜想的過程中證明了，對於非阿基米德離散賦值域的理論而言，亨澤爾域的理論是它的模型完備化。近年來，在代數方面又發現了一些模型完備化的新例子。

1970 年，魯賓遜參照公理集合論中 P.J. 科恩 (Cohen) 在 1963 年證明連續統假設的獨立性時發明的力迫方法，提出了“模型論力

迫法”(又分有限力迫法和無限力迫法兩種)，這是兩種構作模型的新方法。他討論了這些力迫法的基本性質，並建立了由這些力迫法所得的模型與模型完備化概念的聯繫。他的這一工作引起模型論學者們很大興趣並導致了很多後繼的研究和對代數的應用。例如麥克英泰爾 (Macintyre)，S. 斯拉 (Shelah) 等人在群論、除環理論方面得到不少結果，包括作出很多互不初等等價的代數封閉群，得出有限生成的群能夠遞歸給出定義使其它問題遞歸可解的充份必要條件，以及關於萬有局部有限群的結果，關於代數封閉除環的結果… 等等。

魯賓遜在 1973 年的一篇介紹性文章 “爲代數作框架的模型論”(*Model theory as a framework for algebra*) 中，又談到了上述的基本內容，他以大半篇幅在四個醒目的小節標題 “什麼是代數閉域?”、“平方和”、“再談什麼是代數閉域?”、“再談平方和”之下從具體到抽象地介紹模型完備性、模型完備化等概念和理論以及從抽象又回到更多新實例的應用。這又一次突出地表現了他的理論結合實際的數學觀點。

非標準分析

魯賓遜的最廣爲人知的貢獻是發明了非標準分析。

I. 牛頓 (Newton) 和 G.W. 萊布尼茨 (Leibniz) 在發明微積分時使用了直觀的無限小概念，後因其不嚴格而逐漸被 A.L. 柯西 (Cauchy) 及 K.T.W. 魏爾斯特拉斯 (Weierstrass) 的 $\varepsilon - \delta$ 方法所取代。直到本世紀五十年代，由於模型論的發展，才爲無限小概念的嚴格處理準備了客觀條件。1960 年，魯賓遜提出了非標準分析的思想和方法。

魯賓遜用模型論方法給出了一類 “非標準實數系”。每個非標準實數系 R^* 都是實數有序域 R 的擴域，在其中含有很多無限大元(指絕對值大於一切實數的元)和無限小元(指絕對值大於 0 而小於一

切正實數的元)。並且， R^* 與 R 有十分密切的聯繫，因而它的作用優越於 R 的通常的非阿基米德擴域(後者也含有無限大元和無限小元)。這主要表現在：一方面， R 上每一函數都在 R^* 中有很自然的(唯一的)延伸，對於 R 的子集及 R 上的關係也是如此；另一方面，對於一類很廣泛的語句而言， R^* 與 R 適合其中完全相同的語句，因而在此範圍內 R^* 與 R 的性質可以互推。這樣，人們就能藉助於 R^* 及其中的無限小元和無限大元來方便地討論 R 上的各種分析數學問題。這就是非標準分析最基本的根據和思想。魯賓遜提出這種思想並按此思想以一種全新的方式重建了微積分，在其中系統地運用無限小元和無限大元，既嚴格又直觀。

魯賓遜隨後又把這種方法運用到實函數論、複函數論、泛函分析、拓樸群和李群以及數學物理等很多領域，他通過大量示範性的工作來說明用非標準分析方法能夠重建各支分析數學的內容。

不但如此，用非標準分析方法還能得到標準分析中的新結果。這方面最早的例子(現在這樣的例子已經很多)是由魯賓遜和他的學生 A.R. 伯恩斯坦 (Bernstein) 細出的。他們在 1966 年一篇論文中證明 K.T. 史密斯 (Smith) 和 P.R. 哈爾莫斯 (Halmos) 關於希爾伯特空間上“每個平方緊緻算子都具有非平凡的閉不變子空間”的猜想。雖然哈爾莫斯隨後也在他們證法的啓發下給出了一個標準分析的證明，但這個例子卻明顯地說明了非標準分析方法的有效性：它的功能不只是對已有結果的重述和證法的化簡，它也是導致新發現的工具。

魯賓遜還把非標準分析的思想應用於代數數論方面，寫了幾篇有關的文章。他於 1973 年在西德海德堡大學講到下述思想：代數函數域可以嵌入基域的非標準擴域或後者的有限擴域中，從而可以利用非標準代數論來研究代數函數論。海德堡的 P. 羅克特 (Roquette) 教授對此十分重視，任為對不定方程問題的理解提供了新觀點。他們隨即開始了為期數週的合作研究。後來魯賓遜

寫出一篇論文的初稿，但因他已病重於不久後逝世，此文就由羅克特繼續完成，於 1975 年發表。在此文中，作為實踐上述思想的一個例子，他們給出了不少方程理論中西格爾 (Siegel)－馬勒 (Mahler) 定理的一個新的證明。

此外，魯賓遜在生前最後幾年裡還常和耶魯大學的 D.J. 布朗 (Brown) 討論數理經濟學問題。他們把非標準整數引進經濟模型中，得到一些新結果。

1973 年，魯賓遜在作為符號邏輯學協會退職主席的講演中，對於如何用非標準分析方法得到標準分析的新成果提出了指導性的建議：在非標準模型中，不能只考慮“內”概念（粗略地說，就是其性質可以與標準模型互相轉移的概念），而要把內概念和“外”概念結合起來考慮。後來非標準分析的發展明顯地證實了他的這一深刻見解的正確性。

非標準分析的出現，引起很多數學家的注意和重視。不少人追隨魯賓遜之後，在非標準分析方法的廣泛應用以及非標準概念的通俗化方面作了很多工作，出版了不少論文、文集和教科書。這方面的研究現在正被越來越多的人們繼續著，得到很多新的發展和應用，例如在測度論、巴拿赫空間理論、漸近分析、隨機微分方程理論等方面。在我國，也有人在廣義函數理論方面作了很好的工作。

對於非標準分析的未來展望，哥德爾曾說過下面的話：“非標準分析不僅常常可以把初等定理的證明，而且也能夠將一些深刻結果的證明大大的加以簡化。”“我們有充份的理由相信，以這種或那種形式表示的非標準分析，將成為未來的分析學。一個理由是剛才提到的簡化證明的問題，因為簡化將有助於新的發現。另一個甚至更加令人信服的理由是：算術從整數開始進而通過有理數、負數、無理數等等把數系擴大。但是，在實數之後，下一個十分自然的步驟，即引入無限小，竟被完全忽略了。我認

爲，在未來的世紀裡，人們將會把這看作是數學發展史上的一件大怪事，就是在發明了微積分三百年之後，第一個精確的無限小理論才發展起來。”

結束語

魯賓遜不幸早逝，對於世界數學界是一重大損失，很多人感到震驚和惋惜。人們一方面懷念他，一方面學習他和繼承他，把他所開創的研究繼續推向前進。1975年，在西德出版了紀念他的論文集《模型論與代數》(*Model theory and algebra*)。同年在耶魯大學舉行了紀念他的學術會議，會議論文在1976年的《以色列數學雜誌》(*Israel Journal of Mathematics*)專刊發表。1976年的《倫敦數學會公報》(*Bulletin of London Mathematical Society*)也發表了紀念他的文章。1979年，耶魯大學出版了三卷《A. 魯賓遜論文選集》(*Selected papers of Abraham Robinson*)，其中收進了他的論文90餘篇，共1500多頁，另外還有他得傳記和介紹他各方面貢獻的文章。近年來，在模型論和非標準分析方面，後人沿著他所開創的方向繼續研究和發展論文、文集和專著更是層出不窮。

縱觀魯賓遜一生的研究工作，他從應用數學研究開始，後來則是把主要精神轉向邏輯研究及其對數學的應用。無論是前者還是後者，都始終貫串著他的治學特點，那就是：爲解決實際問題而抽象到理論並發展新的理論，而通過正確抽象所發展的理論又能回到並解決更多的實際問題。

他在1973年的符號邏輯學協會講演中，列舉了很多數學課題建議邏輯學者們去研究，在這一講演的開始，他又一次明確地談到他的治學思想。他說，作爲一個邏輯學者，他多年來主要致力於沿這這樣的路線去對待數學，就是：“用(邏輯學者)自己的特徵工具——形式語言、符號和實體之間的明確關係及嚴格地被表達和被使用的推演規則——來尋求對於數學中多種多樣的結構、方法、理

論和定理的更好的理解。”爲此，就應該“採取像那樣的物理學家或心理學家的態度，就是，他(不論其哲學觀點如何)意識到的是在研究外部世界的現象，其中的規律不能由他任意地賦予”。

正是由於他的這一高度自覺的正確治學思想，使他經過披荆斬棘的努力。在得到對於數學更好的理解的基礎上也爲邏輯對數學的應用開闢了意義深遠的新途徑，並導致了衆多的具體成果。而後人沿著這樣的思想和途徑走下去，還將繼續導致更多的成果。

讓我們再次引用哥德爾的話來作爲本文的結束：魯賓遜是“唯一的這樣一位數理邏輯學家，他在使邏輯科學對數學奏效方面作出遠比別人爲多的成就。我確信，他的名字將逐世紀地被數學家們記憶著。

文 獻

原始文獻

- [1] A. Robinson, *On the metamathematics of algebra*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1951 。
- [2] A. Robinson, *Théorie metamathématique des idéaux*, Gauthier-Villars, Paris, 1995 。
- [3] A. Robinson and J.A. Laurmann, *Wing theory*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1956 (中譯本：A. 魯賓遜、J.A. 勞爾曼，機翼理論，科學出版社，1964) 。
- [4] A. Robinson, *Complete theories*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1956 。
- [5] A. Robinson, *Introduction to model theory and to the metamathematics of algebra*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1963
- [6] A. Robinson, *Non-standard analysis*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1966 (中譯本：A. 魯賓遜，非標準分析，科學出版社，1980) 。
- [7] A. Robinson and A.H. Lightstone, *Nonarchimedean fields and asymptotic expansions*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1975 。

- [8] H.J. Keisler (editor), *Selected papers of Abraham Robinson*, vol. 1, *Model Theory and Algebra (with a biography by G.B. Seligman and an introductions by the editor)*, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1979 °
- [9] W.A.J. Luxemburg and S. Körner (editors), *Selected papers of Abraham Robinson*, vol. 2, *Non-Standard Analysis and Philosophy (with a biography by G.B. Seligman and introductions by the editors)*, Yale University Press, Bew Haven, 1979 °
- [10] A.D. Young (editor), *Selected papers of Abraham Robinson*, vol. 3, *Aeronautics (with a biography by G.B. Seligman and an introduction by the editor)*, Yale University Press, New Havenm 1979 °

研究文献

- [11] A.D. Young, S. Kochen, S. Körner and P. Roquette, *Abraham Robinson*, Bull. London Math. Soc., 8 (1976), no. 3, 307 – 323
- [12] G.D. Mostow, *Abraham Robinson 1918 – 1974*, Israel Jour. Math., 25 (1976) °