

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

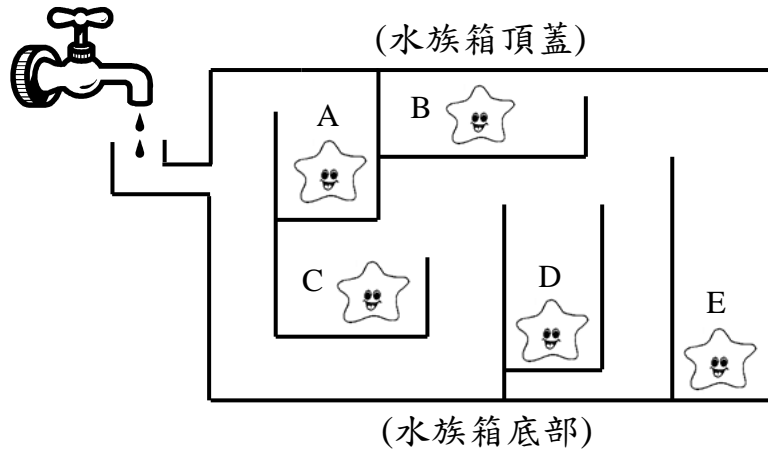
Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2013 小學中年級組第二輪檢測試題詳解

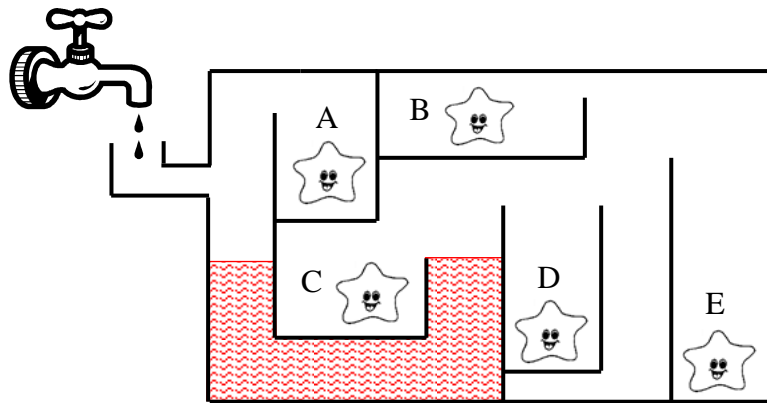
1. 水族箱中有四隻海星分別在 A、B、C、D、E 五個不同高度的位置(下圖是從水族箱正前方看過去的圖，圖中水族箱內的線是從水族箱前方到後方不滲水的隔板)，現在開始往水族箱中注水，請問哪一隻海星最先被水淹沒？



- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

【參考解法】

當注水至水平面如下圖陰影所示的位置後，只要再注水進去，水便會開始溢入位置 C，此時其它四個位置仍沒有水溢入，故知位置 C 最先被水淹沒。



答案：(C)

2. 當 10000000 減去 10101，請問所得到的差中總共有多少個數碼 9？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

【參考解法】

$10000000 - 10101 = 9989899$ ，故總共有 5 個數碼 9。

答案：(C)

3. 請問 32 個 1000、19 個 100、29 個 10 之總和等於多少？

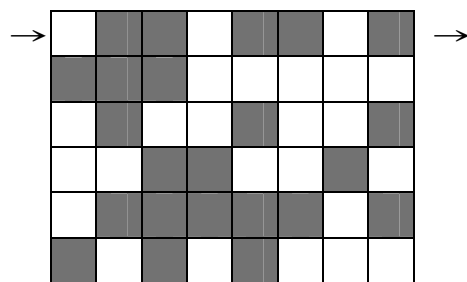
- (A) 3219290 (B) 321929 (C) 342190 (D) 34190 (E) 32129

【參考解法】

$32 \times 1000 + 19 \times 100 + 29 \times 10 = 32000 + 1900 + 290 = 34190$ 。

答案：(D)

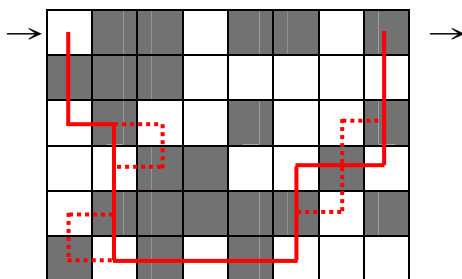
4. 在 6×8 的方格表中，有些小方格被塗上黑色，有些則為白色。一顆棋子從左上角的小方格進入，在方格表中每次移動都必須白色小方格、黑色小方格相交錯行走，棋子每次只能移動至有共同邊的相鄰小格子，不可以走斜線。這顆棋子最後從右上角的小方格走出來，請問它最少要經過幾個黑色小方格？



- (A) 3 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

【參考解法】

下圖顯示一條主要的路徑，它要經過 9 個黑色小方格。在靠近左下角處有兩條分岔的路徑，但這些路徑都會增加所經過黑色小方格的數量，所以可不予考慮。在靠近右下角處也有兩條分岔的路徑，但這些路徑所經過黑色小方格的數量全部都相同，所以最少要經過 9 個黑色小方格。



答案：(C)

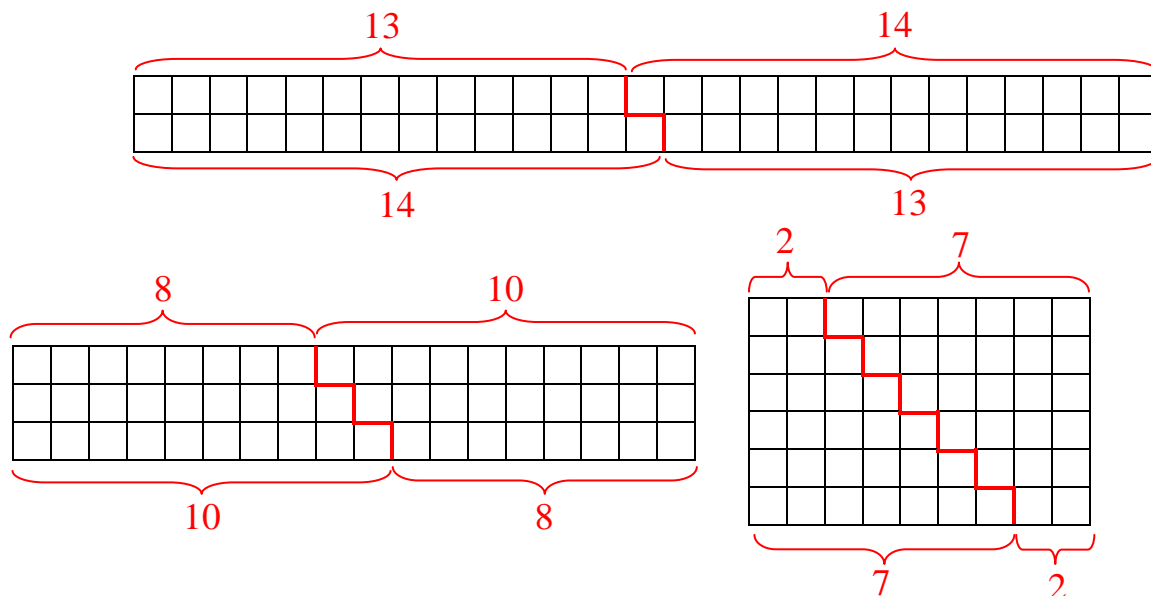
5. 小明將 27 個蘋果分給若干位小朋友，這些小朋友得到的蘋果數是一些連續的正整數，請問這些小朋友最多有多少位？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

【參考解法 1】

可知連續 n 個正整數之和為 $\frac{(\text{首項} + \text{末項}) \times \text{項數}}{2}$ ，故得知 $(\text{首項} + \text{末項}) \times n = 54$ 。

而 $54 = 2 \times 27 = 3 \times 18 = 6 \times 9$ ，分別將它們畫成矩形並將它切割為全等的兩片鋸齒狀，如下圖所示，即可知最多能分拆為 6 階的鋸齒狀，即 6 個連續正整數之和，所以這些小朋友最多有 6 位。



【參考解法 2】

把 27 寫成一些連續的正整數之和， $27=13+14=8+9+10=2+3+4+5+6+7$ ，因此，27 最多能分拆成六個連續正整數之和。所以這些小朋友最多有 6 位。

答案：(E)

6. 將數碼 0、1、2、5、6、8、9 旋轉 180° ，可分別得到數碼 0、1、2、5、9、8、6。若將四位數 9105 旋轉 180° ，請問得到的數是什麼？

【參考解法】

數碼 9 旋轉 180° 後得到數碼 6；數碼 1 旋轉 180° 後還是數碼 1；數碼 0 旋轉 180° 後還是數碼 0；數碼 5 旋轉 180° 後還是數碼 5。

所以四位數 9105 旋轉 180° 後得到數 5016。

答案：5016

7. 一隻螞蟻發現了一塊麵包屑，它知道自己拖不動，於是它回到蟻穴叫來 9 隻螞蟻來幫忙，仍然還是拖不動，於是這 10 隻螞蟻又跑回蟻穴，各自再叫來 9 隻螞蟻一起來幫忙，終於把這塊麵包屑拖回蟻穴。請問總共有多少隻螞蟻把這塊麵包屑拖回蟻穴？

【參考解法】

共有 $(1+9)+10\times 9=100$ 隻螞蟻。

答案：100 隻

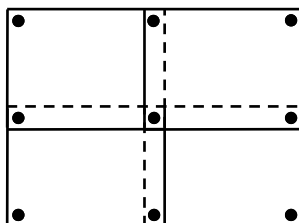
8. 小莉 有 100 顆巧克力糖，第一天她吃掉一顆，第二天以後她都吃掉前一天所吃的兩倍顆數的巧克力糖，直到所有巧克力糖全吃完為止。請問 小莉 在最後一天吃掉多少顆巧克力糖？

【參考解法】

經過前六天後，小莉 共已經吃了 $1+2+4+8+16+32=63$ 顆巧克力糖，此時還剩下 $100-63=37$ 顆巧克力糖，它小於 64，小莉 在第七天即可吃完。故 小莉 在最後一天吃掉 37 顆巧克力糖。

答案：37 顆

9. 某班要在一面牆上同時展示 10 張大小相同的繪畫作品，將這些作品排成一個矩形區域。現需要在每張作品的四個角落都釘上圖釘，兩張作品如果有角落相鄰，那麼相鄰的角落可以共用一枚圖釘（例如下圖，可以用 9 枚圖釘將 4 張作品釘在牆上），請問最少需要多少枚圖釘？



【參考解法 1】

10 幅作品的排列方式有 1×10 、 2×5 二種：

1×10 所需要的圖釘為 $(1+1)\times(10+1)=22$ 枚；

2×5 所需要所圖釘為 $(2+1)\times(5+1)=18$ 枚。

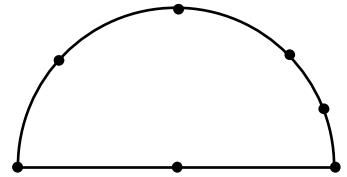
故最少需要 18 枚圖釘。

【參考解法 2】

要用最少枚圖釘，則作品的相鄰角落越多越好，且讓作品有四個角落相鄰的情況越多越好，即作品排成矩形區域內部角落越多越好。10 幅作品的排列方式有 1×10 、 2×5 二種。當排成 1×10 時，沒有內部角落；當排成 2×5 時，有 4 個內部角落。故排成 2×5 所需要的圖釘 $4 + 2 \times (2 + 5) = 18$ 枚為最少。

答案：18 枚

10. 如下圖所示的半圓上有 7 個點，其中包括圓心與 2 個在直徑兩端的點，利用這些點，請問總共可以畫出多少個三角形？



【參考解法 1】

從圓弧上取 3 個點作為三角形的頂點，共有 4 個三角形；

從圓弧上取 2 個點作為三角形的頂點、從直徑上取一個點作為三角形的頂點，共有 $6 \times 3 = 18$ 個；

從圓弧上取一個點作為三角形的頂點、從直徑上取 2 個點作為三角形的頂點，共有 $4 \times 3 = 12$ 個。

所以總共有 34 個。

【參考解法 2】

構成三角形的第一個頂點共有 7 個選擇、第二個頂點共有 6 個選擇而第三個頂點共有 5 個選擇，合計共 $7 \times 6 \times 5 = 210$ 個方式可構成三角形的三個頂點。然而，同一個三角形會因為三個頂點被選出的順序不同而重複算到，可知每一個三角形的三個頂點共被重複算了 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 次，因此知共有 $210 \div 6 = 35$ 個方式可構成不同的三角形的三個頂點，而其中從直徑上選出的三個點無法作為三角形的頂點，因此必須扣除，所以總共有 $35 - 1 = 34$ 個。

答案：34 個

11. 下面算式中， X 、 Y 、 Z 是 1 到 9 中的三個不同數碼，請問算式所能得到正確的三位數中，最大值是什麼？

$$\begin{array}{r}
 X \ Y \ Z \\
 \ Y \ Z \\
 + \ Z \\
 \hline
 ? \ ? \ ?
 \end{array}$$

【參考解法】

若所求的和為 999 時，則知 $3Z$ 的個位數為 9，即 $Z=3$ ，因此由和的十位數可推知 $2Y$ 的個位數為 9，矛盾。故所求的和最大值不大於 998，可由以下方式求得：

若所求的和為 998 時，則知 $3Z$ 的個位數為 8，即 $Z=6$ ，此時必有進位 1 至十位數，因此由和的十位數可推知 $2Y$ 的個位數為 8，即 $Y=4$ 或 9。

當 $Y=4$ 時，此時必沒有進位 1 至百位數，因此可直接得知 $X=9$ ；

當 $Y=9$ 時，此時必有進位 1 至百位數，因此可得知 $X=9-1=8$ 。

因此有 $998=896+96+6=946+46+6$ 。

答案：998

12. 有一串字元只包含 A 、 B 、 C 三種字母。小亮用數碼 0 和 1 對這串字元進行編碼：“101”表示字母 A 、“11”表示字母 B 、“0”表示字母 C ，編碼後得到“110101101110101”。請問這串字元共由多少個字母組成？

【參考解法】

若編碼後一開始的數碼為 0，則此數碼必代表 C；若編碼後一開始的數碼為 1，且下一個字母也為 1，則這兩個連續的 1 必代表 B；若編碼後一開始的數碼為 1、下一個字母為 0 且第三個數碼為 1，則這三個連續的數碼必代表 A。利用此規則，可知題中之字串可唯一地分隔開來：

“11 0 101 101 11 0 101”，

對應的字串為“BCAABCA”，共有 7 個字母。

答案：7 個

13. 有 29 名羽毛球運動員分成三隊，每隊若干名隊員，進行單打比賽，規定同隊的運動員之間不比賽，不同隊的運動員兩兩都比賽一場，請問比賽的場數最多為多少場？

【參考解法】

當 A 隊比 B 隊的人數至少多 2 人時，此時 A 隊的隊員 X 會與 B 隊的每一位隊員都比賽一場；若把隊員 X 調到 B 隊，則隊員 X 會與 A 隊其餘的隊員都比賽一場。可知把隊員 X 從 A 隊調到 B 隊後，比賽的總場數會增加。所以，當三隊運動員人數相等或相差 1 時，比賽總場數最多。此時，三隊運動員人數分別是 10、10、9。所以，比賽的場數最多為 $10 \times 10 + 10 \times 9 + 10 \times 9 = 280$ 場。

答案：280 場

14. 以下是一個 6×6 的方格表，表格外面的數表示這一行或這一系列塗上黑色小方格的數量，任何一行或任何一系列塗上黑色的小方格之間都沒有空格。請繪出塗上黑色小方格的位置。

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	
1							6
5							5
5							4
4							3
2							2
2							1
	2	3	6	5	2	1	

【參考解法】

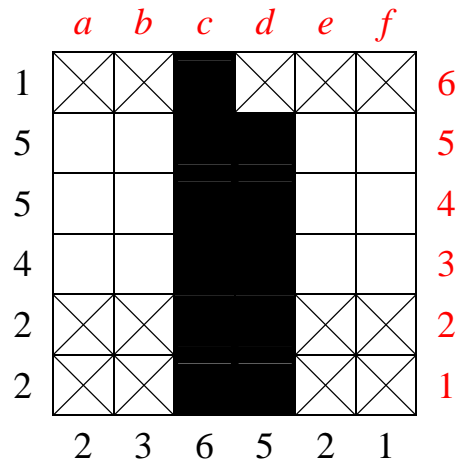
由下往上依序將每一列從 1 標記到 6、由左往右依序將每一行從 *a* 標記到 *f*，如圖所示。

由第 *c* 行有 6 個小方格塗黑知 *c* 行上的 *c*1、*c*2、*c*3、*c*4、*c*5 及 *c*6 都必塗上黑色；

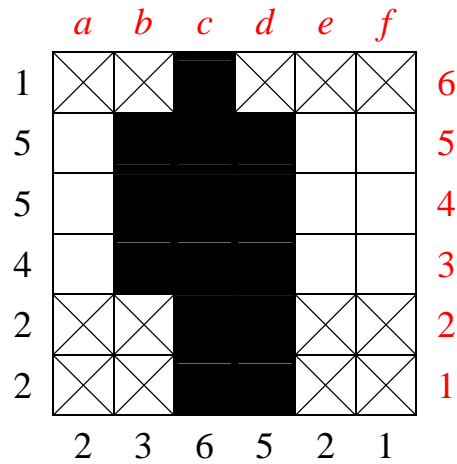
再由第 6 列只有 1 個小方格塗黑知 *a*6、*b*6、*d*6、*e*6 及 *f*6 都不塗黑；(5 分)

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	
1	×	×	■	×	×	×	6
5			■				5
5			■				4
4			■				3
2			■				2
2			■				1
	2	3	6	5	2	1	

再由第 d 行有 5 個小方格塗黑知 d 行上的 $d1$ 、 $d2$ 、 $d3$ 、 $d4$ 及 $d5$ 都必塗上黑色；
 再由第 1、2 列各有 2 個小方格塗黑知 $a1$ 、 $b1$ 、 $e1$ 、 $f1$ 、 $a2$ 、 $b2$ 、 $e2$ 及 $f2$ 都不塗黑；(5 分)

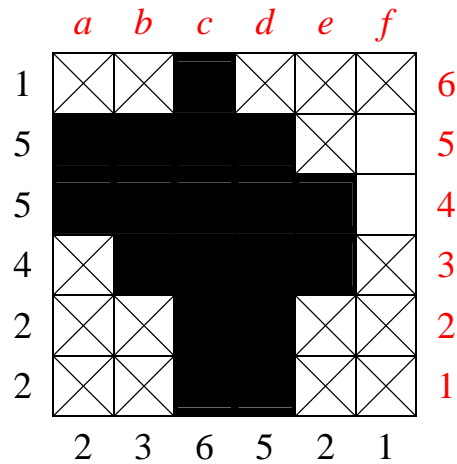


再由第 b 行有 3 個小方格塗黑知 b 行上的 $b3$ 、 $b4$ 及 $b5$ 都必塗上黑色；

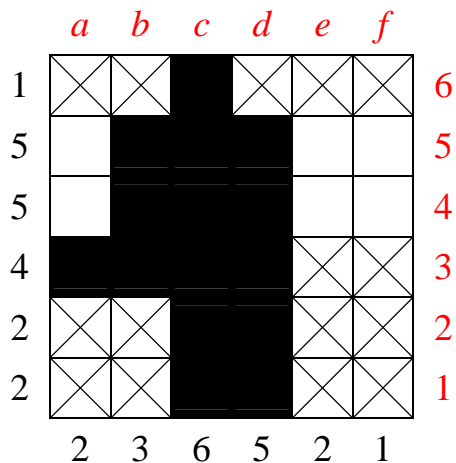


此時第 3 列已有 $b2$ 、 $c2$ 及 $d2$ 這 3 個連接在一起的黑色小方格，故知 $f3$ 不可塗黑，第 3 列另一個塗黑的小方格為 $a3$ 或 $e3$ 。

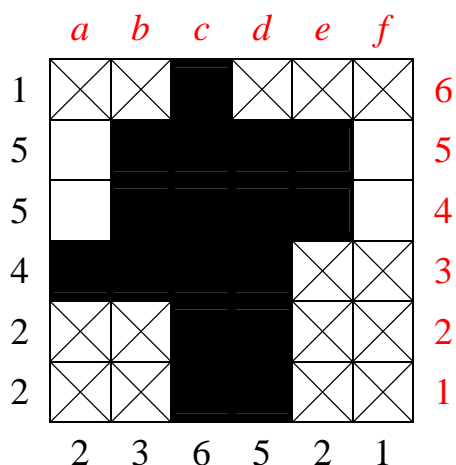
若是 $e3$ 塗黑，則 $a3$ 不可塗黑，再由第 a 行有 2 個小方格塗黑知 $a4$ 及 $a5$ 都必塗上黑色，再由第 e 行有 2 個小方格塗黑知 $e4$ 必塗上黑色、 $e5$ 不可塗黑，此時第 f 行上無論是 $f4$ 或 $f5$ 塗黑，都會使該列塗黑的格子數超過 5 個或黑色格子不連續而矛盾：



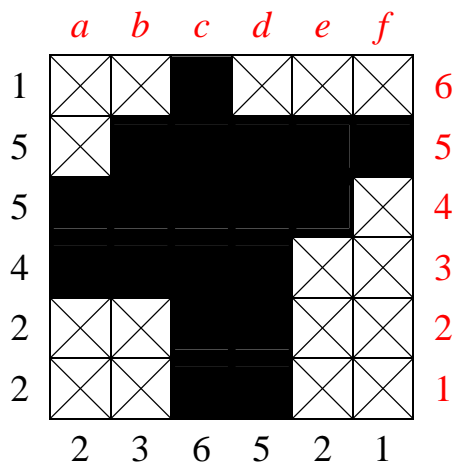
因此必是 $a3$ 塗黑而 $e3$ 、 $f3$ 不可塗黑；(5分)



再由第 e 行有 2 個小方格塗黑知 $e4$ 及 $e5$ 都必塗黑；



再由第 a 行有 2 個小方格塗黑知 a 行上的 $a4$ 必塗上黑色而 $a5$ 不可塗黑；
最後再由第 5 列有 5 個小方格塗黑知 $f5$ 必塗上黑色而 $f4$ 不可塗黑。



此時也已滿足第 4 列有 5 個小方格塗黑、第 f 行有 1 個小方格塗黑。此即所求之塗色方式。(5分)

15. 一個三位數的百位數碼比十位數碼與個位數碼都大。這個三位數等於它三個數碼乘積的 13 倍。請問這個三位數是什麼？

【參考解法 1】

因為這個三位數等於它三個數碼乘積的 13 倍，故它可被最大的百位數碼整除。若我們加大十位數碼與個位數碼直到等於百位數碼，則這個三位數除以百位數碼所得的商為 111。若我們減少十位數碼與個位數碼直到等於 0，則這個三位數除以百位數碼所得的商為 100。所以這個三位數除以百位數碼所得的商介於 100 與 111 之間 (5 分)，因為它是 13 的倍數，所以這個商必定是 104 (5 分)。由此可知十位數碼與個位數碼的乘積必為 $104 \div 13 = 8$ 。而 $8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$ ，即十位數碼與個位數碼必為 (1, 8) 或 (2, 4) (5 分)，而 104 乘以百位數碼只有 $104 \times 6 = 624$ 符合，故這個三位數為 624。(5 分)

【參考解法 2】

設這個三位數為 $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ，則 $100a + 10b + c = 13 \times a \times b \times c$ (5 分)，此時可判斷知 a 整除 $10b + c$ ，故令 $10b + c = ka$ ，其中 k 為正整數。因此得 $100 + k = 13bc$ 。而由題意知百位數碼比十位數碼與個位數碼都大，故知 $ka = 10b + c < 11a$ ，即 $k \leq 10$ ，所以 $100 \leq 100 + k = 13bc \leq 110$ 。(5 分) 因 100 至 110 中僅 104 為 13 的倍數，故可推得 $100 + k = 13bc = 104$ ，即 $k = 4$ 而 $bc = 8$ ；再由 $10b + c = 4a$ 知只有 $\overline{bc} = 24$ 滿足 (5 分)，故 $a = 6$ 。經檢驗 $624 = 13 \times 6 \times 2 \times 4$ ，知 624 這個三位數滿足題意，故題目所求的三位數為 624。(5 分)

答案：624