

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2013 小學高年級組第二輪檢測試題詳解

1. 請問算式 $57.6 \times \frac{8}{5} + 28.8 \times \frac{184}{5} - 14.4 \times 80$ 的值為多少？

- (A) 0 (B) 8 (C) 14.4 (D) 38.8 (E) 57.6

【參考解法】

$$\begin{aligned} 57.6 \times \frac{8}{5} + 28.8 \times \frac{184}{5} - 14.4 \times 80 &= 57.6 \times \frac{8}{5} + 57.6 \times \frac{92}{5} - 57.6 \times 20 \\ &= 57.6 \times \left(\frac{8}{5} + \frac{92}{5} - 20 \right) \\ &= 57.6 \times 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

答案：(A)

2. 小明將 27 個蘋果分給若干位小朋友，這些小朋友得到的蘋果數是一些連續的正整數，請問這些小朋友最多有多少位？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

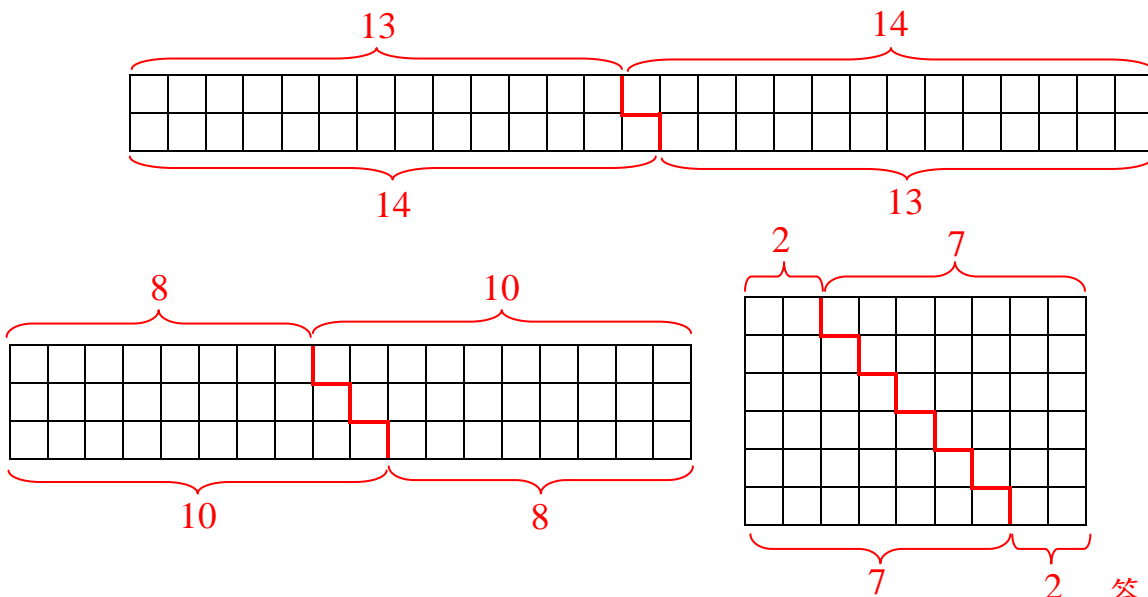
【參考解法 1】

把 27 寫成一些連續的正整數之和， $27 = 13 + 14 = 8 + 9 + 10 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$ ，因此，27 最多能分拆成六個連續正整數之和。所以這些小朋友最多有 6 位。

【參考解法 2】

可知連續 n 個正整數之和為 $\frac{(\text{首項} + \text{末項}) \times \text{項數}}{2}$ ，故得知 $(\text{首項} + \text{末項}) \times n = 54$ 。

而 $54 = 2 \times 27 = 3 \times 18 = 6 \times 9$ ，分別將它們畫成矩形並將它切割為全等的兩片鋸齒狀，如下圖所示，即可知最多能分拆為 6 階的鋸齒狀，即 6 個連續正整數之和，所以這些小朋友最多有 6 位。



答案：(E)

3. 一個兩位數是完全平方數，它的兩個數碼之和也恰好是完全平方數，請問所有這樣的兩位數之和為多少？

(A) 100 (B) 110 (C) 117 (D) 181 (E) 271

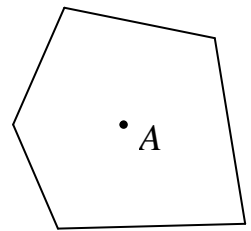
【參考解法】

兩位數的完全平方數有 16、25、36、49、64、81，可知 $1+6=2+5=7$ 、 $4+9=13$ 與 $6+4=10$ 都不是完全平方數而 $3+6=8+1=9=3^2$ 為完全平方數，故知只有 36 和 81 滿足它的兩個數碼之和也恰好是完全平方數。因此，所有這樣的兩位數之和為 $36+81=117$ 。

答案：(C)

4. 如圖所示，五邊形內部的一點 A 到五條邊的距離都為 5 cm，已知這個五邊形的面積等於 20 cm^2 ，請問這個五邊形的周長為多少 cm？

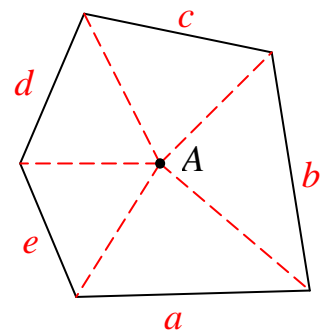
(A) 4 (B) 8 (C) 10
(D) 15 (E) 20



【參考解法】

如圖所示，連接 A 點和五邊形的五個頂點得到五個三角形。故

$$\begin{aligned} 20 &= \frac{1}{2} \times 5 \times a + \frac{1}{2} \times 5 \times b + \frac{1}{2} \times 5 \times c + \frac{1}{2} \times 5 \times d + \frac{1}{2} \times 5 \times e \\ &= \frac{5}{2} \times (a + b + c + d + e) \end{aligned}$$



所以這個五邊形的周長為 $a + b + c + d + e = 20 \times \frac{2}{5} = 8 \text{ cm}$ 。

答案：(B)

5. 已知 $A=15984$ ， $B=48951$ ，且正整數 n 的平方等於 A 與 B 的乘積，請問 n 的各位數碼之和為多少？

(A) 18 (B) 21 (C) 24 (D) 27 (E) 36

【參考解法一】

因為 $A=15984=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 37$ ， $B=48951=3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 37$ ，所以 $A \times B = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 37 \times 37$ 。

又因為 $n^2 = A \times B$ ，所以 $n = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 37 = 27972$ ，從而 n 的各位數碼之和為 27。

【參考解法二】

因為 $A = 15984 = 16000 - 16 = 16 \times (1000 - 1)$ ，

$B = 48951 = 49000 - 49 = 49 \times (1000 - 1)$ ，

所以 $A \times B = 16 \times (1000 - 1) \times 49 \times (1000 - 1)$ 。

又因為 $n^2 = A \times B$ ，

所以 $n = 4 \times 7 \times (1000 - 1) = 28 \times (1000 - 1) = 28000 - 28 = 27972$ ，

從而 n 的各位數碼之和為 27。

答案：(D)

6. 溫度計中通常有兩個刻度：攝氏度（記為 $^{\circ}\text{C}$ ）和華氏度（記為 $^{\circ}\text{F}$ ），它們之間的換算關係是：攝氏度 $\times\frac{9}{5}+32=\text{華氏度}$ 。請問在多少攝氏度時，華氏度的值與攝氏度的值之和為 60？

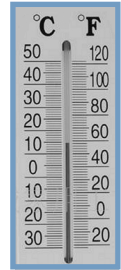
【參考解法】

由攝氏度與華氏度的換算關係及題目條件可得

$$\text{攝氏度} + \text{華氏度} = \text{攝氏度} + \text{攝氏度} \times \frac{9}{5} + 32 = 60,$$

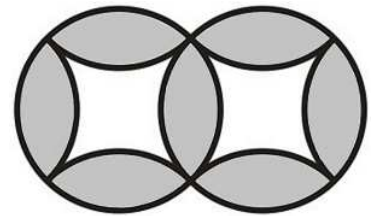
$$\text{即，攝氏度} \times \frac{14}{5} = 28, \text{也就是攝氏度} = 10。$$

所以在 10 攝氏度時，華氏度的值為 50，二者之和為 60。



答案：10 $^{\circ}\text{C}$

7. 如圖所示，半徑都為 10 cm 的兩個圓相交，每個圓內的四段圓弧的形狀都相同且長度相等。請問陰影部分的總面積是多少 cm^2 ？（ π 取 3.14）

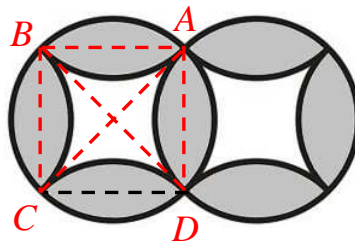


【參考解法】

如圖所示，連接 AB 、 BC 、 CD 、 DA 、 AC 、 BD ，由題意可知 $ABCD$ 為正方形，

且 $AC = BD = 20 \text{ cm}$ 。因此，正方形 $ABCD$ 的面積為 $\frac{1}{2} \times AC \times BD = 200 \text{ cm}^2$ 。

設圖中每塊陰影部分的面積為 S ，由圖形的對稱性可知，圓的面積減去正方形 $ABCD$ 的面積等於 $2S$ 。因此， $2S = 3.14 \times 10^2 - 200 = 114 \text{ cm}^2$ ，即 $S = 57 \text{ cm}^2$ 。所以，陰影部分的面積是 $7S = 399 \text{ cm}^2$ 。



答案：399 cm^2

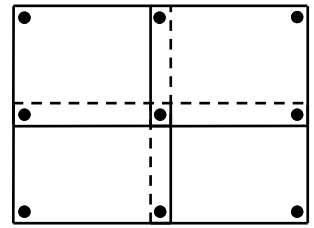
8. 有 29 名羽毛球運動員分成三隊，每隊若干名隊員，進行單打比賽，規定同隊的運動員之間不比賽，不同隊的運動員兩兩都比賽一場，請問比賽的場數最多為多少場？

【參考解法】

當 A 隊比 B 隊的人數至少多 2 人時，此時 A 隊的隊員 X 會與 B 隊的每一位隊員都比賽一場；若把隊員 X 調到 B 隊，則隊員 X 會與 A 隊其餘的隊員都比賽一場。可知把隊員 X 從 A 隊調到 B 隊後，比賽的總場數會增加。所以，當三隊運動員人數相等或相差 1 時，比賽總場數最多。此時，三隊運動員人數分別是 10、10、9。所以，比賽的場數最多為 $10 \times 10 + 10 \times 9 + 10 \times 9 = 280$ 場。

答案：280 場

9. 某班要在一面牆上同時展示 40 張大小相同的繪畫作品，將這些作品排成一個矩形區域。現需要在每張作品的四個角落都釘上圖釘，兩張作品如果有角落相鄰，那麼相鄰的角落可以共用一枚圖釘（例如下圖，可以用 9 枚圖釘將 4 張作品釘在牆上），請問最少需要多少枚圖釘？



【參考解法一】40 幅作品的排列方式有 1×40 、 2×20 、 4×10 、 5×8 四種：

1×40 所需要的圖釘為 $(1+1) \times (40+1) = 82$ 枚，

2×20 所需要的圖釘為 $(2+1) \times (20+1) = 63$ 枚，

4×10 所需要的圖釘為 $(4+1) \times (10+1) = 55$ 枚，

5×8 所需要的圖釘為 $(5+1) \times (8+1) = 54$ 枚。

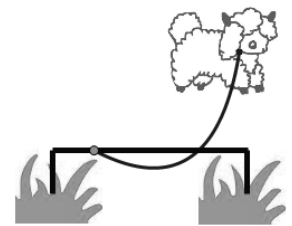
故最少需要 54 枚圖釘。

【參考解法二】

要用最少枚圖釘，則作品的相鄰角落越多越好，且讓作品有四個角落相鄰的情況越多越好，即作品排成矩形區域內部角落越多越好。40 幅作品的排列方式有 1×40 、 2×20 、 4×10 、 5×8 四種。當排成 1×40 時，沒有內部角落；當排成 2×20 時，有 19 個內部角落；當排成 4×10 時，有 27 個內部角落；當排成 5×8 時，有 28 個內部角落。故排成 5×8 所需要的圖釘 $(5+1) \times (8+1) = 54$ 枚為最少。

答案：54 枚

10. 如圖，一隻羊被 10 m 長的繩子拴在一條長度為 3 m 且平行於地面的鐵杆上。繩子可以在鐵杆內自由滑動和旋轉，杆的周圍都是平坦的草地。若不計羊的大小和杆的高度，請問羊能吃到草的面積為多少 m^2 ？（ π 取 3.14）



【參考解法】

根據題意可知羊能吃到草的區域如下圖所示，該區域由兩個半徑為 10 m 的半圓與一個長為 3 m、寬為 20 m 的長方形組成。所以羊能吃到草的面積為

$$\pi \times 10^2 + 3 \times 20 = 374 \text{ m}^2。$$

答案：374 m^2

11. 有一串字元只包含 A、B、C 三種字母。小亮用數碼 0 和 1 對這串字元進行編碼：“101”表示字母 A、“11”表示字母 B、“0”表示字母 C，編碼後得到“111010101111100110101”。請問這串字元共由多少個字母組成？

【參考解法】

若編碼後一開始的數碼為 0，則此數碼必代表 C；若編碼後一開始的數碼為 1，且下一個字母也為 1，則這兩個連續的 1 必代表 B；若編碼後一開始的數碼為 1、下一個字母為 0 且第三個數碼為 1，則這三個連續的數碼必代表 A。利用此規則，可知題中之字串可唯一地分隔開來：

“11 101 0 101 11 11 0 0 11 0 101”，

對應的字串為“BACABBCCBCA”，共有 11 個字母。

答案：11 個

12. 把 1 到 10 共十個正整數分為兩組，使得第一組數的乘積可被第二組數的乘積整除，請問商的最小值是多少？

【參考解法】

注意到 7 只有自己可被 7 整除，故 7 必須在被除數上，因此商不小於 7。剩下的數 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2$ ，故可以讓第二組的乘積等於

$2^4 \times 3^2 \times 5^1$ ，例如， $\frac{3 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{1 \times 2 \times 4 \times 9 \times 10} = 7$ ，故商的最小值為 7。

答案：7

13. 小華在黑板上寫了三個正整數 a, b, c ，且滿足 $a + c = 2b$ ，然後將這三個數之間的逗號去掉，得到了一個五位數。請問這個五位數的最大值可能是多少？

【參考解法】

由於 a, b, c 的位數之和為 5，且滿足 $a + c = 2b$ ，所以 (a, b, c) 對應的位數只能是 $(2, 2, 1)$ 或 $(1, 2, 2)$ 。

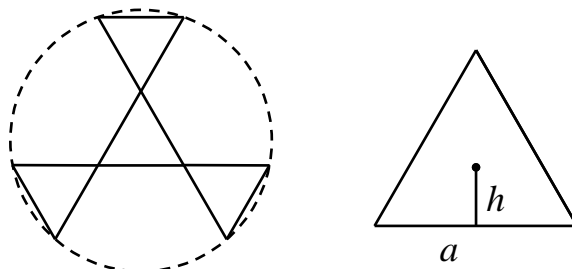
如果 (a, b, c) 對應的位數是 $(2, 2, 1)$ ，則 a 最大為 99， c 最大為 9， b 最大為 54，那麼這個五位數的最大值可能是 99549。

如果 (a, b, c) 對應的位數是 $(1, 2, 2)$ ，則 a 最大為 9， c 最大為 99， b 最大為 54，那麼這個五位數的最大值可能是 95499。

綜上所述，這個五位數的最大值可能是 99549。

答案：99549

14. 小莉用四個邊長都為 6 cm 的正三角形紙板製作一個“風車”，有公共頂點的兩個正三角形都有兩組對應邊分別共線（即在同一條直線上），如下左圖所示。已知正三角形的中心到邊的距離 h 與邊長 a 的關係滿足： $a^2 = 12h^2$ 。請問小莉製作的“風車”旋轉一周掃過的最大圓（即圖中的虛線內部）的面積為多少 cm^2 ？（ π 取 3.14）



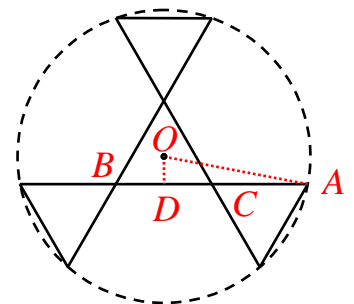
【參考解法】

如圖所示，由於此風車之對稱中心即為風車旋轉一周掃過的最大圓的圓心，令此圓的半徑為 OA 。設 O 到 BC 邊的距離為 $OD = h$ cm，由題目可知， $AD = 9$ cm 且 $6^2 = 12h^2$ ，即 $h^2 = 3$ 。(5分)

由勾股定理可得： $OA^2 = OD^2 + AD^2 = 3 + 81 = 84$ 。(10分)

所以風車旋轉一周掃過的最大圓的面積為

$$\pi \times OA^2 = 3.14 \times 84 = 263.76 \text{ cm}^2 \text{。}(5分)$$

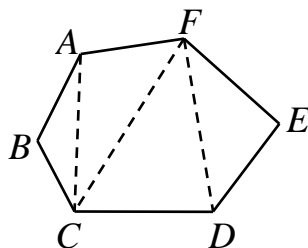


答案：263.76 cm^2

【評分標準】

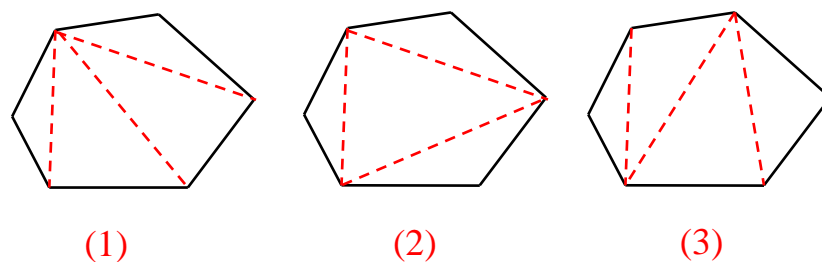
- 求出 OD^2 (即 $h^2=3$) 得 5 分；
- 用勾股定理求出 $OA^2=84$, 給 10 分；
- 用公式正確求出圓的面積, 得 5 分；
- 只給出正確答案而沒有寫解題過程, 只給 5 分。

15. 已知六邊形 $ABCDEF$, 連接它的三條對角線 (這三條對角線的交點不能在六邊形的內部), 使得這三條對角線將六邊形分割成四個三角形 (圖中的虛線為一種分割方式), 如下圖所示。請問共有多少種不同的分割方式?



【參考解法】

由於這三條對角線的交點不得在六邊形的內部, 故共只有以下 3 種類型的分割方式: (5 分)



在類型(1)中, 由於每個頂點都可以引出三條這樣的對角線, 所以這種類型對應 6 種分割方式。(5 分)

在類型(2)中, 這種分割方式對應三個不相鄰的頂點, 所以這種類型對應 2 種分割方式。(5 分)

在類型(3)中, 這三條對角線形成了一條摺線, 而每個頂點都可以引出一條這樣的摺線, 所以這種類型共對應 6 種分割方式。(5 分)

綜上所述, 共有 $6+2+6=14$ 種不同的分割方式。

答案: 14 種

【評分標準】

- 對分割方式正確分類, 得 5 分；
- 正確求出每種類型的分割數, 各得 5 分；
- 只給出正確答案而沒有寫解題過程, 得 5 分。