

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2013 小學高年級組第一輪檢測試題詳解

1. 請問算式 $3 \times 11 \times 61 + 3 + 11 + 61$ 的值等於什麼？
(A) 2013 (B) 2088 (C) 2113
(D) 4026 (E) 4052169

【參考解法 1】

因為 $3 \times 11 \times 61 + 3 + 11 + 61 = 2013 + 3 + 11 + 61 = 2088$ ，故選(B)。

【參考解法 2】

顯然 $3 \times 11 \times 61 + 3 + 11 + 61$ 為四個奇數相加，故其和為偶數，所以(A)、(C)、(E)不合；又 $3 \times 11 \times 61 + 3 + 11 + 61 \leq 40 \times 61 + 100 \leq 2540$ ，所以(D)不合。故選(B)。

答案：(B)

2. 請問下列哪一項時間最接近於一天的時間？
(A) 0.9 天 (B) 1.2 天 (C) 23 小時
(D) 26 小時 (E) 1410 分鐘

【參考解法】

我們首先把所有時間都化成以分鐘為單位。一天=1440 分鐘，0.9 天=1296 分鐘，1.2 天=1728 分鐘，23 小時=1380 分鐘，26 小時=1560 分鐘。而：

$$1440 - 1296 = 144$$

$$1728 - 1440 = 288$$

$$1440 - 1380 = 60$$

$$1560 - 1440 = 120$$

$$1440 - 1410 = 30$$

所以 1410 分鐘最接近於一天的時間。故選(E)。

答案：(E)

3. 小王從家到學校只有兩種方式可供選擇：(a) 步行 3 分鐘到離家較近的公車站，然後乘 15 分鐘的公車到學校；(b) 步行 5 分鐘到離家較近的地鐵站，然後乘 6 分鐘的地鐵到離學校較近的地鐵站，再步行 5 分鐘到學校。如果不計等車的時間，請問小王從家到學校至少需要多少分鐘？
(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19

【參考解法】

從家到學校，若小王選擇第一種方式需要 $3+15=18$ 分鐘，選擇第二種方式則需要 $5+6+5=16$ 分鐘，所以小王從家到學校至少需要 16 分鐘。故選(B)。

答案：(B)

4. 請問下列哪一個數可被 6 整除？
(A) 98 (B) 163 (C) 192 (D) 212 (E) 254

【參考解法】

設巧克力小方格的邊長為 1。若想在最後剩下的巧克力為基礎下重新構造一個大的正方形，可知這個大正方形的邊長至少為 8。而剩下的部分共有 24 個小方格。所以小亮至少已吃掉 $8 \times 8 - 24 = 40$ 個小方格的巧克力。故選(D)。

答案：(D)

8. 將分數 $\frac{22}{7}$ 化成小數後，請問應取到小數點後第幾位才能使得結果與 3.14159 的差最小（不需要做四捨五入且用大數減小數）？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

【參考解法】

$\frac{22}{7} = 3.142857$ ，逐一取小數點後的數，得到

$$3.14159 - 3.1 = 0.04159$$

$$3.14159 - 3.14 = 0.00159$$

$$3.142 - 3.14159 = 0.00041$$

$$3.1428 - 3.14159 = 0.00121$$

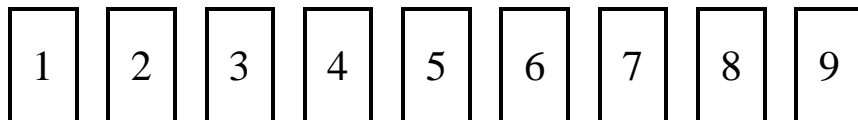
$$3.14285 - 3.14159 = 0.00126$$

⋮

由上面可知，取到小數後第 3 位時結果與 3.14159 的差最小。若取小數點後的數位超過 3，則結果與 3.14159 的差不斷增大。故選(C)。

答案：(C)

9. 如圖，9 張卡片分別寫有 1 到 9 的數，從中抽出一張，使得剩下的卡片上的數之總和是抽出卡片上的數之 8 倍。請問抽出的這張卡片上的數是什麼？



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

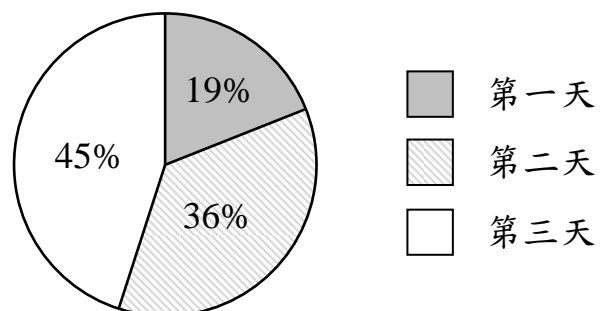
【參考解法】

由題意可知這九張卡片上的數之總和是抽出卡片上的數之 $8+1=9$ 倍。而 $1+2+3+\dots+8+9 = 45 = 9 \times 5$ ，所以抽出的卡片上的數是 5。故選(A)。

答案：(A)

10. 王媽媽用三天編製一批手機吊飾，下圖是每天編製數量佔總數量的百分比。已知第一天王媽媽編製了 152 個手機吊飾，請問第三天她編製了多少個手機吊飾？

- (A) 190 (B) 360 (C) 450
(D) 720 (E) 800



【參考解法 1】

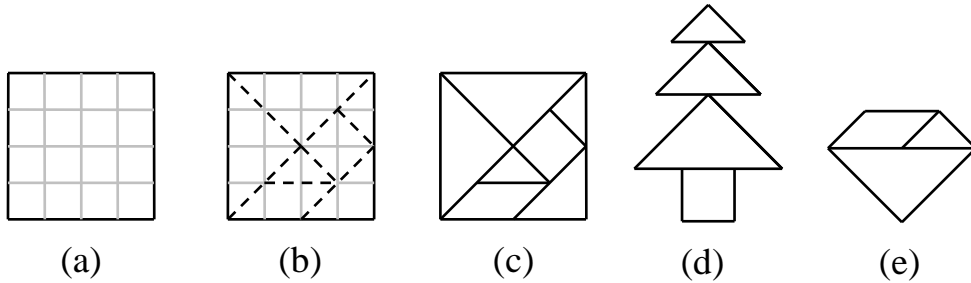
由題意可知這批手機吊飾總共有 $152 \div 19\% = 800$ ，所以王媽媽第三天編製了 $800 \times 45\% = 360$ 個手機吊飾。故選(B)。

【參考解法 2】

由題意可知王媽媽第三天編製的手機吊飾數量是第一天編製的手機吊飾數量的 $\frac{45}{19}$ 倍，所以王媽媽第三天編製了 $152 \times \frac{45}{19} = 360$ 個手機吊飾。故選(B)。

答案：(B)

11. 七巧板的製作過程如圖所示，用鉛筆在一張正方形紙板上畫出 4×4 的方格（如圖(a)），然後用刀沿著圖(b)中的虛線將紙板割開，就得到七巧板的七片配件（如圖(c)）。現在用這套七巧板的七片配件拼成如圖(d)與(e)的兩個圖形，請問圖(d)的面積與圖(e)的面積之比是什麼？



- (A) 1 : 1 (B) 3 : 1 (C) 5 : 3 (D) 9 : 7 (E) 11 : 5

【參考解法】

設圖(a)中每個小方格的面積為 1 平方單位，由圖(b)可得知七巧板每片配件的面積分別為 1、1、2、2、2、4、4 平方單位，所以圖(d)的面積為 $1+2+4+2=9$ 平方單位，圖(e)的面積為 $1+2+4=7$ 平方單位。故選(D)。

答案：(D)

12. 有四個連續的二位數，將每個數的兩個數碼相乘，依序得到乘積 24、28、32、36，請問這四個連續的二位數之總和是什麼？

- (A) 120 (B) 136 (C) 160 (D) 172 (E) 190

【參考解法 1】

將 24、28、32、36 分別表示成兩個數碼之積的形式，即可得

$$24 = 3 \times 8 = 4 \times 6$$

$$28 = 4 \times 7$$

$$32 = 4 \times 8$$

$$36 = 4 \times 9 = 6 \times 6$$

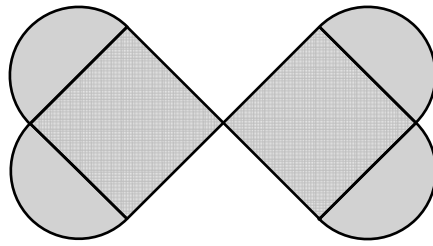
因這四個兩位數為四個連續的兩位數，故此時可判斷出這四個連續的正整數為 46、47、48、49，其和為 190。故選(E)。

【參考解法 2】

由題意可知，這些所得到的乘積不包含數碼 0，所以這四個兩位數的十位數必須相同。設它們的十位數碼為 a 。由於兩個相鄰的個位數是互質的，所以 24、28、32、36 的最大公因數為 a 。因此， $a=4$ ，且這四個數的個位數分別為 6、7、8、9。即這四個整數之和是 $46+47+48+49=190$ 。故選(E)。

答案：(E)

13. 小莉用兩個大小相同的正方形和四個大小相同的半圓拼成一個蝴蝶的形狀，如下圖所示。已知半圓的直徑與正方形的邊長都為 6 cm。請問整個圖形的面積為多少 cm^2 ？（ π 取 3.14）



- (A) 36 (B) 72 (C) 128.52 (D) 185.04 (E) 298.08

【參考解法】

由題意可知每個正方形的面積為 $6^2 = 36\text{cm}^2$ ，而四個大小相同的半圓可以拼成兩個圓，每個圓的面積為 $\pi\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3.14 \times 9 = 28.26\text{cm}^2$ ，所以整個圖形的面積為 $36 \times 2 + 28.26 \times 2 = 128.52\text{cm}^2$ 。故選(C)。

答案：(C)

14. 一個箱子裏面裝有十顆白球和十顆黑球，小明按照以下規則玩遊戲：每一次他可選擇兩種方式之一進行操作：(a) 從箱子裏拿出一個白球和一個黑球放置在箱子外；(b) 如果箱子外有黑球，從箱子裏拿出一個白球放置在箱子外並從箱子外已取出的球中拿出一個黑球放回箱子裏。遊戲剛開始時，箱子外面沒有球，請問經過 6 次操作後，小明算了一下箱子外面的球數之總數。請問小明所算的球數共有多少種可能的值？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

【參考解法】

因為白球每次都拿出一個，所以箱子外面不同球數的情況由黑球決定。由遊戲的規則可知，如果進行六次(a)操作則箱子外面有 6 個黑球；如果進行五次(a)操作一次(b)操作則箱子外面有 4 個黑球；如果進行四次(a)操作二次(b)操作則箱子外面有 2 個黑球；如果進行三次(a)操作三次(b)操作則箱子外面有 0 個黑球。不可能進行三次以上(b)操作，否則箱子外沒有足夠的黑球，所以箱子外面的球數有 6、8、10、12 四種可能，故選(C)。

答案：(C)

15. 有甲、乙兩個水桶，甲桶中裝了 $\frac{1}{6}$ 滿的水，乙桶中裝了 60 升的水，如果把

乙桶中的水全部倒到甲桶中，那麼甲桶將裝有 $\frac{1}{2}$ 滿的水；如果現在把甲桶中

的水全部倒到乙桶中，那麼乙桶剛好裝滿水。請問乙桶的容量為多少升？

- (A) 70 (B) 80 (C) 90 (D) 100 (E) 180

【參考解法】

由題意可知甲桶的容量的 $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 為 60 升，因此甲桶的容量為 $60 \div \frac{1}{3} = 180$ 升，

故乙桶的容量為 $180 \times \frac{1}{2} = 90$ 升。故選(C)。

答案：(C)

16. 下圖中的字母 X、Y、Z 分別代表三個數。另外，其它小方格填入的數為與該數同行和同列的兩個字母之和，例如： $X + Y = 16$ 。請問 X、Y、Z 這三個數之乘積是什麼？

+	X	Y	Z
X		16	19
Y	16		23
Z	19	23	

- (A) 780 (B) 800 (C) 850 (D) 900 (E) 960

【參考解法】

由 $X+Y=16$ ， $X+Z=19$ ，可知 $Z-Y=3$ 。而 $Y+Z=23$ ，由此可得 $Y=10$ ， $Z=13$ ， $X=6$ 。所以 X、Y、Z 這三個數之積是 $6 \times 10 \times 13 = 780$ 。故選(A)。

答案：(A)

17. 定義新運算 $a \ominus b = \frac{a+b}{2}$ ，如果 $\frac{3}{4} \ominus \left(\frac{1}{6} \ominus \square \right) = \frac{1}{2}$ ，請問 \square 裡應填入什麼？

- (A) 3 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{13}{24}$ (D) 4 (E) $\frac{1}{4}$

【參考解法】

可觀察出新運算即計算兩數之平均值，首先把括弧看成一個整體，則括弧裡的數與 $\frac{3}{4}$ 之平均等於 $\frac{1}{2}$ ，即 $\frac{1}{6} \ominus \square = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ，從而 \square 與 $\frac{1}{6}$ 之平均等於 $\frac{1}{4}$ ，所以可

得 $\square = \frac{1}{4} \times 2 - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ 。故選(B)。

答案：(B)

18. 小明在做一道將三個正整數連乘的習題時，錯當成把這三個正整數相加。令人驚奇的是，他所得的結果竟然與這三個正整數連乘的正確答案相同。請問這三個正整數的總和是什麼？

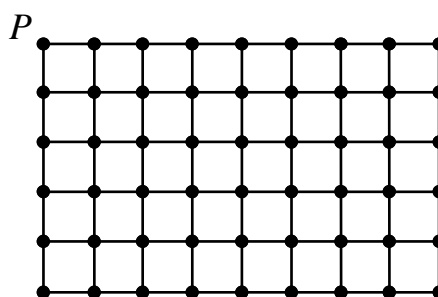
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

【參考解法】

設這三個數從小到大分別為 a 、 b 、 c 。顯然可知 a 、 b 、 c 不可以都等於 1，否則 $abc=1 \neq 1+1+1=3$ ，所以 $c \geq 2$ 。由題意可知， a 只能是 1，否則三個數的乘積將大於它們之和(因為 $abc \geq 2bc = bc + bc > 2b + c \geq a + b + c$)，所以 $1+b+c=bc$ 。同樣，如果 b 大於或等於 3，則 bc 大於或等於 c 的 3 倍，而 $1+b+c$ 小於 c 的 3 倍，所以 b 只能是 2。因此， $1+2+c=2c$ ，得 $c=3$ 。故這三個正整數之總和為 $1+2+3=6$ ，故選(D)。

答案：(D)

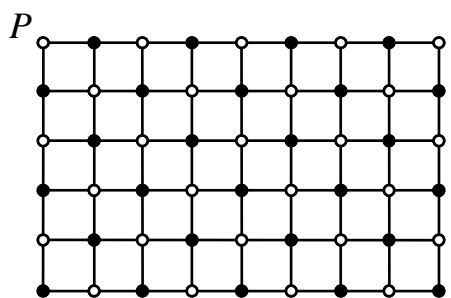
19. 在 5×8 的網格中有 54 個格點，每個正方形小方格邊長為 1 cm，如圖所示。一隻螞蟻從 P 點出發，沿著格線經過其它每個格點恰一次，最後回到 P 點。請問這隻螞蟻所經過的路徑最長為多少 cm？



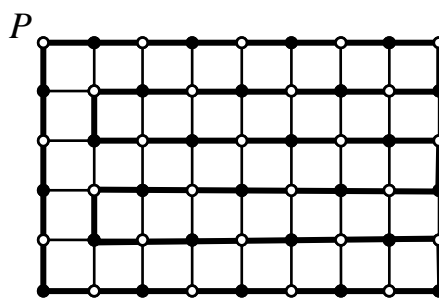
- (A) 26 (B) 30 (C) 36
(D) 54 (E) 93

【參考解法】

如圖(a)所示，將所有格點用黑白交替塗色，黑點和白點各有 27 個。從 P 點出發，最開始走到黑點，然後走到白點，接著走到黑點，...，交替移動。因為螞蟻每次只能從白點爬到黑點，或從黑點拍到白點，且每個格點經過一次且僅一次，所以這隻螞蟻經過所有點回到 P 時，它爬行的路徑是一條黑白點交替的圈，相鄰兩點的距離為 1 cm，且起點和終點都是 P ，這個圈上共有 54 個點。所以這隻螞蟻所經過的路徑長為 54 cm，也是最長路徑。圖(b)中標粗的線給出一種這樣路徑。故選(D)。



(a)



(b)

答案：(D)

20. P 、 Q 、 R 、 S 四位小朋友在計算 $\frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{9} + \frac{9}{11}$ 時， P 不小心把 $\frac{4}{5}$ 的分子、分母顛倒了， Q 不小心把 $\frac{5}{6}$ 的分子、分母顛倒了， R 不小心把 $\frac{7}{9}$ 的分子、分母顛倒了， S 不小心把 $\frac{9}{11}$ 的分子、分母顛倒了。請問哪一位小朋友計算出來的結果與正確答案的值相差最小？

- (A) P (B) Q (C) R
(D) S (E) 無法確定

【參考解法 1】

P 不小心把 $\frac{4}{5}$ 的分子、分母顛倒了，所以他算出來的和比正確的值大 $\frac{5}{4} - \frac{4}{5} = \frac{9}{20}$ ；

Q 不小心把 $\frac{5}{6}$ 的分子、分母顛倒了，所以他算出來的和比正確的值大 $\frac{6}{5} - \frac{5}{6} = \frac{11}{30}$ ；

R 不小心把 $\frac{7}{9}$ 的分子、分母顛倒了，所以他算出來的和比正確的值大 $\frac{9}{7} - \frac{7}{9} = \frac{32}{63}$ ；

S 不小心把 $\frac{9}{11}$ 的分子、分母顛倒了，所以他算出來的和比正確的值大 $\frac{11}{9} - \frac{9}{11} = \frac{40}{99}$ 。

可知 $\frac{11}{30} < \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ 而 $\frac{9}{20} > \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ 、 $\frac{32}{63} > \frac{1}{2} > \frac{2}{5}$ 、 $\frac{40}{99} > \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ ，所以 Q 所求出的和與正確值相差最小。故選(B)。

【參考解法 2】

兩個小於 1 的分數，如果 $a > b$ ，則 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，從而 $\frac{1}{a} - a < \frac{1}{b} - b$ ，所以分子、分母寫顛倒的分數應該是四個分數中最大的那個，這樣才能使得所求的和與正確值相差最小。故選(B)。

答案：(B)

21. 三名工人要為公園內的七塊大小一樣的草坪除草，每一名工人完成一塊草坪的除草工作需要三小時。為了避免彼此干擾，每一塊草坪在同一時段只能由一名工人進行除草工作。他們要完成這七塊草坪的除草工作，請問至少需要多少小時？

【參考解法】

設完成一塊草坪的除草工作為 1，則每名工人每小時完成的工作量為 $\frac{1}{3}$ 。所以

三名工人完成七塊草坪的除草工作至少需要 $7 \div (\frac{1}{3} \times 3) = 7$ 小時。下面說明他們可以

只用 7 小時完成所有草坪的除草工作。首先讓三名工人各自完成一塊草坪的除草工作，這需要 3 小時。接下來，每位工人各花一小時在第四塊草坪除草，各花三小時在某一塊草坪除草。即接下來的四小時，第一名工人分別在第 4、5、5 塊草坪除草，第二名工人分別在第 6、4、6、6 塊草坪除草，第三名工人分別在第 7、7、4、7 塊草坪除草。故總共需要 $3+1+3=7$ 小時。

答案：007

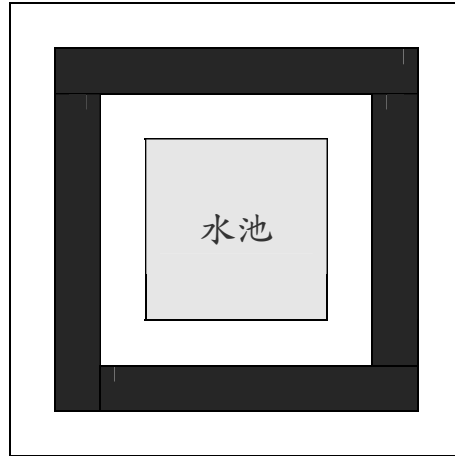
22. 小杰到指定的八家書店買 n 種不同的書，他發現在任兩家書店中，這 n 種書中都恰有一種書只在這兩家書店販售，請問 n 的值是什麼？

【參考解法】

每家書店用一個點表示，如果兩家書店有一種相同的書，就在這兩個點之間連接一條線段。依題意可知，每兩個頂點之間恰好只有一條線段。所以 n 的值是 $7 \times 8 \div 2 = 28$ 。

答案：028

23. 花園裡有一個正方形水池，老王在水池的週邊鋪上大小相同的黑、白兩種正方形瓷磚，每塊瓷磚的邊長為 0.5 m。鋪設的瓷磚共有三圈，最內圈與最外圈鋪上白瓷磚，中間一圈則鋪上黑瓷磚，如圖所示。假設鋪的瓷磚之間不留空隙，且瓷磚與水池之間也沒有空隙。鋪完後，老王發現白瓷磚比黑瓷磚多用了 60 塊。請問水池的面積是多少 m^2 ？



【參考解法 1】

假設水池的邊長為 x m，由題意可知 x 是瓷磚邊長的整數倍，且最內圈白瓷磚有 $4 \times 2x + 4 = 8x + 4$ 塊，中間一圈黑瓷磚有 $4(2x + 2) + 4 = 8x + 12$ 塊，最外圈白瓷磚有 $4(2x + 4) + 4 = 8x + 20$ 塊，所以

$$(8x + 4) + (8x + 20) - (8x + 12) = 60$$

化簡得 $8x = 48$ ，即 $x = 6$ 。所以水池的面積為 36 m^2 。

【參考解法 2】

可知最內圈的白瓷磚數量會比黑瓷磚數量少 8 塊，而最外圈的白瓷磚數量會比黑瓷磚數量多 8 塊，因此內、外兩圈的白瓷磚數量恰為黑瓷磚數量的 2 倍，再由白瓷磚比黑瓷磚多 60 塊即可得知黑磁磚數量恰為 60 塊，所以最內圈的白瓷磚數量為 52 塊，因此水池的邊長為 $(52 - 4) \div 4 \times 0.5 = 6 \text{ m}$ 。所以水池的面積為 36 m^2 。

答案：036

24. 將 1 至 200 的所有正整數按順序排成一行 1234567891011...198199200，再將這個多位數從左往右每三個數碼分割開，得到一串三位數 123、456、789、101、112、...。請問分割得到的第 35 個三位數是什麼？

【參考解法】

前 34 個分割得到的三位數的數碼個數是 $(35 - 1) \times 3 = 102$ 。

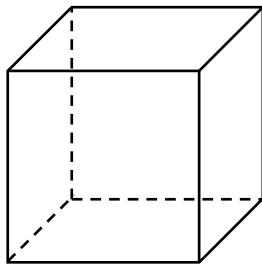
因為 1 至 99 共有 $9 + (99 - 10 + 1) \times 2 = 189$ 個數碼，所以分割得到的第 35 個三位數應該是由原來兩位數的數碼組成的。

$$(102 - 9) \div 2 = 46 \cdots 1,$$

故前 34 個分割得到的三位數的數碼包含一位數 1 到 9、兩位數 10 到 55、以及 56 的第一個數碼。所以分割得到的第 35 個三位數是 657。

答案：657

25. 在一枚正立方體骰子的各面上填寫一個互不相同的正整數，使得任意相鄰兩個面上的數之差至少為 2。請問這枚骰子六個面上的數之總和的最小值是什麼？



【參考解法】

要使得六個面上的數之總和最小，則這六個面上最小的數必須是 1，否則各個面的數可以同時減去 1，從而使得總和減少。同樣，1 的對面上的數必須為 2，否則除 1 以外的各面可以同時減去 1，從而使得總和減少。剩下的四個面與 2 都相鄰，所以這四個面上最小的數必須為 $2+2=4$ ，如果超過 4，同樣可以把這四個面上的數都減去 1，從而使得總和減少。我們可將 5 填寫在 4 的對面上，以時，剩下的二個面與 5 都相鄰，所以這二個面上最小的數必須為 $5+2=7$ ，如果超過 7，同樣可以把這二個面上的數都減去 1，從而使得總和減少。我們可將 8 填寫在 7 的對面上，由此可以得到六面上的數之總和最小時，這六個面上填寫的數分別是 1、2、4、5、7、8。故六個面上的數之總和的最小值是 $1+2+4+5+7+8=27$ 。

答案：027