

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2015 初中組第一輪檢測試題詳解

1. 請問代數式 $\sqrt{(-2)^8} + (1+2+2^2+\dots+2^{2015})^0 + |-16|$ 的值是什麼？
 (A) 0 (B) 32 (C) 33
 (D) $2^{2016} - 1$ (E) $2^{2016} + 31$

【參考解法】

原式 = $16 + 1 + 16 = 33$ ，故選(C)。

答：(C)

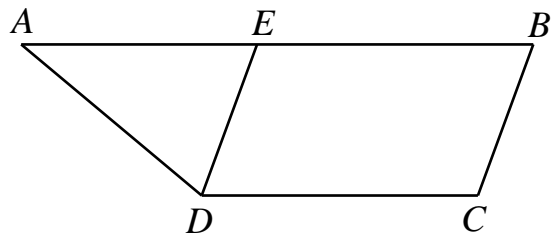
2. 某人午睡時將鬧鐘定在下午 1 時 30 分，並在 12 時 35 分睡著，請問當鬧鐘響時，他總共睡著了多長時間？
 (A) 1 小時 5 分 (B) 55 分 (C) 95 分
 (D) 105 分 (E) 11 小時 5 分

【參考解法】

可知 12 時 35 分到下午 1 時共 25 分鐘、下午 1 時到下午 1 時 30 分共 30 分鐘，所以他總共睡著了 $25 + 30 = 55$ 分，故選(B)。

答：(B)

3. 在四邊形 $ABCD$ 中。已知 $AB \parallel DC$ 、 $BC \parallel ED$ 、 $AD = AE$ 、 $\angle C = 110^\circ$ ，如右圖所示，請問 $\angle A$ 等於多少度？
 (A) 20° (B) 35° (C) 40°
 (D) 55° (E) 70°



【參考解法】

由於 $BCDE$ 為平行四邊形，可知 $\angle DEB = \angle C = 110^\circ$ ，因此 $\angle DEA = 70^\circ$ ，故 $\angle A = 180^\circ - 2\angle DEA = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$ ，故選(C)。

答：(C)

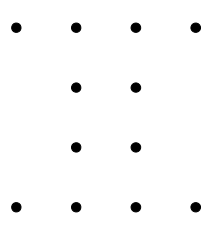
4. 某服裝店舉行優惠活動，購買衣服一件減價 51%，一次購買衣服兩件則減價 55%。小莉 花費 90 元一次購買兩件衣服，如果她分為兩次購買，請問會多花費多少元？
 (A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 4 (E) 3.6

【參考解法】

兩件衣服的原價為 $90 \div 45\% = 200$ 元，如果分為兩次購買需要 $200 \times 49\% = 98$ 元，所以多費花了 8 元，故選(B)。

答：(B)

5. 從 $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$ 的 16 個格點中移除 4 個，剩下的 12 個格點之排列方式如右圖所示。連接其中 3 個點構成一個三角形，請問這個三角形的面積的最大可能值為多少 cm^2 ？
 (A) 9 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 3 (D) 2 (E) $\frac{3}{2}$



【參考解法】

因為三角形的面積為 $S = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ，要使面積最大，則底乘高的值必須最大。從圖中可知，兩個格點在水平方向之最大距離為 3 cm，在垂直方向之最大距離為 3 cm，所以，三角形面積的最大可能值為 $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} \text{ cm}^2$ 。任意選取在最外層正方形的四個頂點中的三個格點，所構成的三角形的面積即是最大的。故選(B)。

答案：(B)

6. A 班的學生比 B 班多 17 人、B 班的學生比 C 班少 15 人。請問下列哪一個選項可能是這三個班級的學生總人數？

- (A) 150 (B) 151 (C) 152 (D) 153 (E) 154

【參考解法】

可先假設 B 班沒有學生，則此時學生總數為 $17 + 15 = 32$ 人。接著可以每次都同時將每一班都增加 1 人而不會影響到各班之間的人數差異，因此將學生總數除以 3 之後所得的餘數必為 2，選項中只有 152 符合，故選(C)。

答：(C)

7. 從 0、1、2、3、4、5 中選出兩個相異的數 x 、 y ，請問 $2(x+y)^2 + (x-y)^2$ 的最大可能值是什麼？

- (A) 75 (B) 163 (C) 175 (D) 187 (E) 200

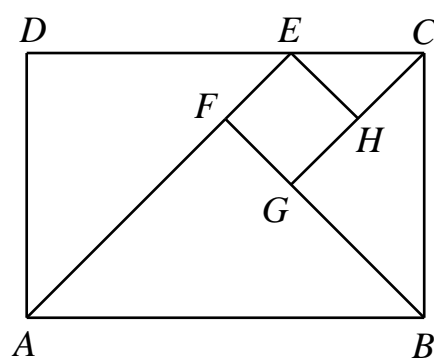
【參考解法】

由於 $2(x+y)^2 + (x-y)^2 = 3x^2 + 3y^2 + 2xy$ ，所以要取 x 、 y 盡可能地大，所以原式之最大值為 $3 \times 5^2 + 3 \times 4^2 + 2 \times 4 \times 5 = 163$ ，故選(B)。

答：(B)

8. 將矩形 $ABCD$ 分割為四個等腰直角三角形與一個正方形，如圖所示。已知正方形 $EFGH$ 的面積為 100 cm^2 ，請問矩形 $ABCD$ 的面積為多少 cm^2 ？

- (A) 750 (B) 1000 (C) 1100
(D) 1200 (E) 1600



【參考解法】

由於正方形 $EFGH$ 的面積為 100 cm^2 ，它的邊長為 $EH = GH = 10 \text{ cm}$ ，可知四個等腰直角三角形的腰長分別為 10 cm 、 20 cm 、 30 cm 、 $20\sqrt{2} \text{ cm}$ ，即矩形 $ABCD$ 的面積為 $100 + \frac{1}{2} \times (100 + 400 + 900 + 800) = 1200 \text{ cm}^2$ ，故選(D)。

答：(D)

9. 有一群學生到旅館住宿，若 5 個人同住一間房間，則有 6 個人沒房間住；若 6 個人同住一間房間，則房間剛好足夠但只有其中一間房間沒住滿 6 個人。請問下列哪一個選項不可能是這群學生的總人數？

- (A) 46 (B) 51 (C) 56 (D) 61 (E) 66

【參考解法】

設旅館總共有 x 間房間，則學生總人數為 $5x+6$ ，依題意得 $5x+6=6(x-1)+y$ ，其中 $y=1、2、3、4、5$ ，化簡得 $12-x=y$ ，故對應的 x 可取值 $11、10、9、8、7$ ，學生總人數 $5x+6$ 可能為 $61、56、51、46、41$ ，因此不可能為 66 ，故選(E)。

答：(E)

10. 已知五邊形的其中一個內角為 48° ，第二個內角是它的 3 倍，第三個內角比第二個內角小 30° ，第四個內角比第五個內角小 10° 。請問第四個內角是多少度？

- (A) 112 (B) 122 (C) 132 (D) 142 (E) 152

【參考解法】

可知第二個內角為 144° ，第三個內角為 114° ，設第四個內角為 x° ，則第五個內角為 $x+10^\circ$ ，因此 $48+144+114+x+(x+10)=540$ ，解得 $x=112$ ，故選(A)。

答：(A)

11. 有衣服三件、褲子三件、鞋子三雙，每樣都有紅、白、黑色各一。現在要從中選出一件衣服、一條褲子與一雙鞋子，請問有多少種不同的選擇方式使得至少有一樣是白色的？

- (A) 8 (B) 9 (C) 18 (D) 19 (E) 27

【參考解法】

所有的選擇方式共 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 種，其中沒有任何一樣是白色的有 $2 \times 2 \times 2 = 8$ 種選擇方式，故至少有一樣是白色的有 $27 - 8 = 19$ 種不同的選擇方式，故選(D)。

答：(D)

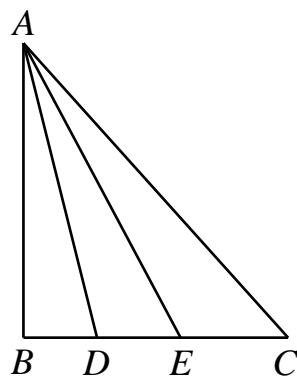
12. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB \perp BC$ 、 $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC$ 、 $\angle ADC - \angle C = 56^\circ$ ，如右圖所示，請問 $\angle BAC$ 為多少度？

- (A) 42° (B) 45° (C) 51° (D) 60° (E) 84°

【參考解法】

設 $\angle BAD$ 、 $\angle DAE$ 、 $\angle EAC$ 的度數為 x° ，則 $\angle C = 90^\circ - 3x^\circ$ ， $\angle ADC = \angle C + 56^\circ = 146^\circ - 3x^\circ$ 。

在 $\triangle ADC$ 中， $(146 - 3x) + (90 - 3x) + 2x = 180$ ，解得 $x = 14$ ，因此 $\angle BAC$ 為 42° ，故選(A)。



答：(A)

13. 已知 $\frac{a}{b} = a+1$ 、 $\frac{b}{a} = a-1$ ，請問 $\frac{b^2}{(a-1)^2}$ 的值為多少？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

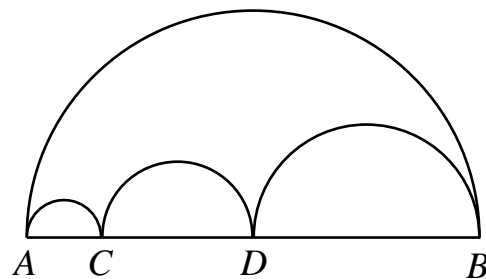
【參考解法】

兩式相乘可得 $1 = \frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = (a+1)(a-1) = a^2 - 1$ ，因此 $a^2 = 2$ ，又由 $\frac{b}{a} = a-1$ 可得

$\frac{b}{a-1} = a$ ，因此 $\frac{b^2}{(a-1)^2} = a^2 = 2$ ，故選(B)。

答：(B)

14. 以線段 AB 為直徑畫一個大半圓，並且在線段 AB 上取兩點 C 、 D ，使得 $AC:CD:DB=1:2:3$ ，分別以 AC 、 CD 、 DB 為直徑在大半圓內部畫三個小半圓，如圖所示。請問三個小半圓的面積總和佔大半圓面積的幾分之幾？



- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{13}{36}$ (D) $\frac{7}{12}$ (E) $\frac{7}{18}$

【參考解法】

令 AB 的長度為 12 單位，則 AC 、 CD 、 DB 的長度分別為 2、4、6 單位，可知三

個小半圓面積總和與大半圓面積之比為 $\frac{\frac{1}{2}\pi \times (1^2 + 2^2 + 3^2)}{\frac{1}{2}\pi \times 6^2} = \frac{7}{18}$ ，故選(E)。

答：(E)

15. 有 1 元、5 元與 10 元的硬幣總值 60 元，這些硬幣恰好可分別分為等值的三堆、四堆、五堆，請問這些硬幣總共最少有多少枚？

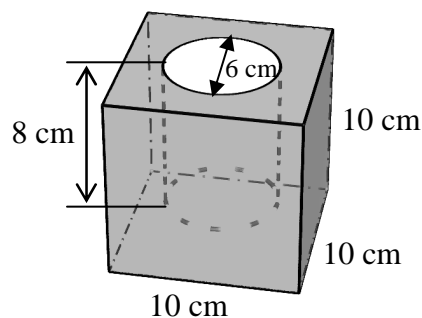
- (A) 6 (B) 11 (C) 15 (D) 16 (E) 20

【參考解法】

因可將這些硬幣分為五堆，每堆 12 元，故知至少有 10 枚 1 元硬幣，即這些硬幣總共最少有 15 枚。若恰為 15 枚，則必有 5 枚 10 元硬幣，此時可知無法將這 15 枚硬幣分為四堆，每堆 15 元，因此這些硬幣總共最少有 16 枚，而 10 枚 1 元、2 枚 5 元、4 枚 10 元即恰為 16 枚的情況且可滿足題意，故選(D)。

答：(D)

16. 有一個立體模型是將一個邊長為 10 cm 的正立方體金屬，在正中央挖除一個直徑為 6 cm、高為 8 cm 的圓柱體，如右圖所示，請問這個立體模型的體積為多少 cm^3 ？ (π 取 3.14)



- (A) 426.08 (B) 517.46 (C) 573.94
(D) 717.46 (E) 773.92

【參考解法】

這個立體模型的體積為 $10^3 - \pi \times 3^2 \times 8 = 1000 - 72\pi = 773.92 \text{ cm}^3$ ，故選(E)。

答：(E)

17. 已知 a 、 b 、 c 都是正整數，請問 $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$ 可能取下面哪一個選項的值？

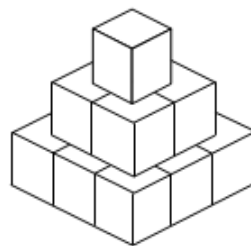
- (A) 24 (B) 54 (C) 48 (D) 60 (E) 100

【參考解法】

由於 $a+b+c$ 、 $a+b-c$ 、 $a-b+c$ 、 $-a+b+c$ 的奇偶性相同，故取值為偶數時必定為 $2^4 = 16$ 的倍數，而當 $a=b=c=2$ 時，可取值為 48。故選(C)。

答：(C)

18. 一個三層的立體模型是由 14 個單位正立方體構造成的，底層由 9 個正立方體排成 3×3 的形狀，中間層由 4 個正立方體排成 2×2 的形狀，頂層則只有 1 個正立方體，如右圖所示。現將這塊積木的表面部分(包括底部)全部塗上紅色，請問這 14 個正立方體中未被塗色部分的表面積總和為多少單位？



- (A) 20 (B) 31 (C) 42 (D) 53 (E) 64

【參考解法】

從這個立體模型的上方與下方各看到 9 個單位正立方體，而從這個立體模型的每個側面可各看到 6 個單位正立方體，因此有 $9 \times 2 + 6 \times 4 = 42$ 單位的表面積曝露在外而被塗上紅色，從這 14 個正立方體的總表面積扣除這些即為所求，即未被塗色部分的面積總和為 $14 \times 6 - 42 = 42$ 單位，故選(C)。

答：(C)

19. 某次選舉共有四位候選人，當開完前 50 張票時，他們的得票數分別為 11、12、13、14 張票，且尚有六張投給這四位候選人的有效票。請問這四位候選人總共有多少種不同的得票情況可使得目前得到 13 張票的候選人之得票數贏過其他三人？

- (A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

【參考解法】

為了使目前得到 13 張票的候選人保證贏過其他三人，他至少要從剩下的 6 票中獲得 2 票。令這四位候選人最終的得票數分別為 $15+x$ 、 $14+y$ 、 $12+z$ 、 $11+t$ 票，其中 $x, y, z, t \geq 0$ ，則有 $x+y+z+t=4$ 。故有以下情況：

當 $x=4$ 時， $y=z=t=0$ ，只有 1 種可能；

當 $x=3$ 時， $(y, z, t) = (1, 0, 0)$ 及其輪換，有 3 種可能；

當 $x=2$ 時， $(y, z, t) = (1, 1, 0)$ 、 $(2, 0, 0)$ 及其輪換，有 6 種可能；

當 $x=1$ 時，若 $y=0$ 時，則 $(z, t) = (3, 0)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(1, 2)$ 、 $(0, 3)$ ；

若 $y=1$ 時，則 $(z, t) = (1, 1)$ 、 $(2, 0)$ 、 $(0, 2)$ 。

此情況共有 7 種可能；

當 $x=0$ 、 $y=0$ 時， $(z, t) = (1, 3)$ 、 $(2, 2)$ ，有 2 種可能。

因此總共有 $1+3+6+7+2=19$ 種可能的得票情況，故選(D)。

答：(D)

20. 已知 x, y, z 是三個相異的正質數，且 $x+y+z$ 與 $x^2+y^2+z^2$ 也都是質數，請問 $x+y+z$ 的最小可能值是多少？

- (A) 17 (B) 19 (C) 23 (D) 29 (E) 31

【參考解法】

不妨假設 $x < y < z$ 。可知 x 不可能為 2，否則 $x+y+z$ 為偶數，不符合題意；

若 $x > 3$ ，則 $x^2 \equiv y^2 \equiv z^2 \equiv 1 \pmod{3}$ ，因此 $x^2+y^2+z^2$ 為 3 的倍數，不符合題意；

故可推知 $x=3$ 。此時可得知 $x+y+z$ 不可能為 17，否則 $x=y=3$ 或 $y=z=7$ ，不符合題意；

若 $x+y+z=19$ ，則 $(x, y, z) = (3, 5, 11)$ ，但 $x^2+y^2+z^2$ 的個位數碼為 5，不符合題意；因此知 $x+y+z$ 的最小值為 23，此時 $(x, y, z) = (3, 7, 13)$ 。故選(C)。

答：(C)

