

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

## 2015 小學高年級組第一輪檢測試題詳解

1. 請問下列哪一個選項的算式不正確？

(A)  $29 + 92 = (2 + 9) \times (9 + 2)$

(B)  $47 + 74 = (4 + 7) \times (7 + 4)$

(C)  $36 + 63 = (3 + 6) \times (6 + 3)$

(D)  $56 + 65 = (5 + 6) \times (6 + 5)$

(E)  $38 + 83 = (3 + 8) \times (8 + 3)$

### 【參考解法】

在選項(A)中， $29 + 92 = 121$ ， $(2 + 9) \times (9 + 2) = 11 \times 11 = 121$ ，故此算式正確；

在選項(B)中， $47 + 74 = 121$ ， $(4 + 7) \times (7 + 4) = 11 \times 11 = 121$ ，故此算式正確；

在選項(C)中， $36 + 63 = 99$ ， $(3 + 6) \times (6 + 3) = 81$ ，故此算式不正確；

在選項(D)中， $56 + 65 = 121$ ， $(5 + 6) \times (6 + 5) = 11 \times 11 = 121$ ，故此算式正確；

在選項(E)中， $38 + 83 = 121$ ， $(3 + 8) \times (8 + 3) = 11 \times 11 = 121$ ，故此算式正確。

因此選(C)。

### 【評註】

一個二位數，把它的兩個數碼對換位置，就變成了另一個二位數，我們稱這個數是原來數的反序數，這兩個數也互為反序數。部分反序數具有一種很奇妙的特性，例如 29 與 92 這對反序數，滿足  $29 + 92 = (2 + 9) \times (9 + 2)$ ，為了進一步探索反序數的這種特性，設兩位數的十位數與個位數分別為  $a$  和  $b$ ，且  $a$ 、 $b$  都不為 0。這個兩位數可寫成  $10a + b$ ，反序數為  $10b + a$ 。則

$$(10a + b) + (10b + a) = (a + b) \times (b + a)$$

$$11a + 11b = (a + b) \times (b + a)$$

$$11(a + b) = (a + b) \times (b + a)$$

所以， $a + b = 11$ 。此即表明，當一個二位數的兩個數碼之和為 11 時，這個二位數與它的反序數可以滿足選項中的算式。

答案：(C)

2. P、Q、R 為三位學生各在紙上寫出一個大於 2015 的整數。把 P 學生紙上的數減去 2013、把 Q 學生紙上的數減去 2014、把 R 學生紙上的數減去 2015，已知這三個差的乘積為 88407，請問下列哪一個選項的敘述正確？

(A) P、Q 寫在紙上的數都是奇數，R 寫在紙上的數是偶數

(B) Q、R 寫在紙上的數都是奇數，P 寫在紙上的數是偶數

(C) R、P 寫在紙上的數都是奇數，Q 寫在紙上的數是偶數

(D) 三位學生寫在紙上的數都是奇數

(E) Q 寫在紙上的數是奇數，P、R 寫在紙上的數都是偶數

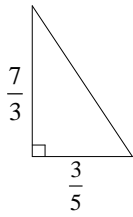
### 【參考解法】

由奇偶數的性質可知，要使這三個差相乘後的乘積為奇數，則這三個差必須都是奇數，即 P 學生紙上的數減去 2013、Q 學生紙上的數減去 2014、R 學生紙上的數減去 2015 都是奇數，所以 P 學生紙上的數為偶數、Q 學生紙上的數為奇數、R 學生紙上的數為偶數，故選(E)。

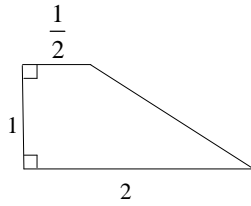
答案：(E)

3. 請問下列哪一個選項的圖形之面積最接近 1?

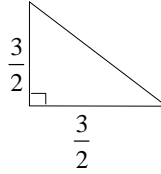
(A)



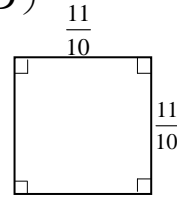
(B)



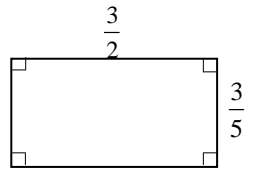
(C)



(D)



(E)



**【參考解法】**

選項(A)直角三角形的面積為  $\frac{1}{2} \times \frac{7}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{7}{10}$ ，與 1 相差  $\frac{3}{10}$ ；

選項(B)直角梯形的面積為  $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} + 2) \times 1 = \frac{5}{4}$ ，與 1 相差  $\frac{1}{4}$ ；

選項(C)等腰直角三角形的面積為  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}$ ，與 1 相差  $\frac{1}{8}$ ；

選項(D)正方形的面積為  $\frac{11}{10} \times \frac{11}{10} = \frac{121}{100}$ ，與 1 相差  $\frac{21}{100}$ ；

選項(E)矩形的面積為  $\frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{10}$ ，與 1 相差  $\frac{1}{10}$ 。

因為  $\frac{3}{10} = \frac{60}{200} > \frac{1}{4} = \frac{50}{200} > \frac{21}{100} = \frac{42}{200} > \frac{1}{8} = \frac{25}{200} > \frac{1}{10} = \frac{20}{200}$ ，所以  $\frac{9}{10}$  最接近 1，故選(E)。

答案：(E)

4. 將一個分數的分子減少 25%，分母增加 25%，請問將原來分數乘以什麼可得到新的分數？

(A)  $\frac{1}{2}$

(B)  $\frac{1}{4}$

(C)  $\frac{3}{4}$

(D)  $\frac{3}{5}$

(E) 1

**【參考解法】**

將該分數分子減少 25%，則所得到的分數是原來分數的  $\frac{3}{4}$  倍；將分母增加 25%，

則所得到的分數是原來分數的  $\frac{4}{5}$  倍，所以新得到的分數是原來分數的  $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

倍。故選(D)。

答案：(D)

5. 從 3 cm × 3 cm 的 16 個格點中移除 4 個，剩下的 12 個格點之排列方式如右圖所示。連接其中 3 個點構成一個三角形，請問這個三角形的面積的最大可能值為多少 cm<sup>2</sup>？

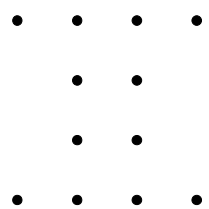
(A) 9

(B)  $\frac{9}{2}$

(C) 3

(D) 2

(E)  $\frac{3}{2}$



**【參考解法】**

因為三角形的面積為  $S = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$ ，要使面積最大，則底乘高的值必須最大。從圖中可知，兩個格點在水平方向之最大距離為 3 cm，在垂直方向之最大距離為 3 cm，所以，三角形面積的最大可能值為  $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} \text{ cm}^2$ 。任意選取在最外層正方形的四個頂點中的三個格點，所構成的三角形的面積即是最大的。故選(B)。

答案：(B)

6. 有兩個連續的正整數，若較小正整數的三分之一減去較大正整數的四分之一，所得的差等於 2，請問這兩個正整數之和為多少？

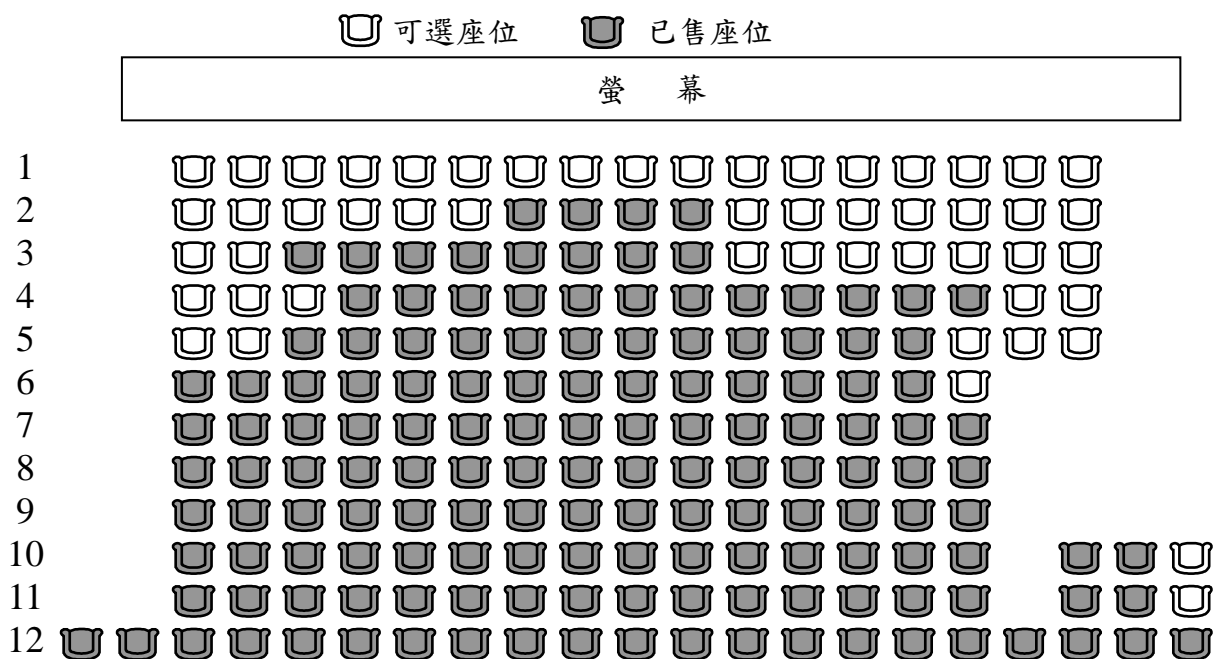
- (A) 31            (B) 45            (C) 55            (D) 79            (E) 103

**【參考解法】**

減去的數相當於較小正整數的四分之一又四分之一，故知較小正整數的十二分之一等於  $2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ 。可得知較小的正整數等於  $\frac{9}{4} \div \frac{1}{12} = 27$ ，較大正整數為 28，故這兩個正整數之和為 55。故選(C)。

答案：(C)

7. 下圖所示是某場電影的座位表，若不選第一排的座位，請問有多少種選擇橫排上三個連續空位的不同方案？



- (A) 15            (B) 16            (C) 17            (D) 18            (E) 19

**【參考解法】**

在除了第一排以外的可選座位中，有連續三個空位的區間有 2 組、連續六個空位的區間有 1 組、連續七個空位的區間有 2 組，故選擇橫排上三個連續空位的不同方案共有  $2 \times ((3-2) + (7-2)) + (6-2) = 16$  種。故選(B)。

答案：(B)

8. 小胡在兒童遊樂場只玩了「碰碰車」、「海盜船」與「驚險過山車」三種遊戲，每種至少玩一次。已知玩「碰碰車」每次收費 10 元、玩「海盜船」每次收費 15 元、玩「驚險過山車」每次收費 20 元。小胡恰好花費 110 元，請問他至多玩了幾次「驚險過山車」遊戲？
- (A) 1            (B) 2            (C) 3            (D) 4            (E) 5

**【參考解法】**

小胡恰好花費 110 元，那麼玩「海盜船」遊戲的次數一定是偶數。玩「驚險過山車」遊戲的次數要盡可能多，那麼玩其它兩項遊戲的次數要盡可能少。玩「海盜船」遊戲的次數至少為 2 次，玩「碰碰車」遊戲的次數至少為 1 次，此時最多還剩下  $110 - 15 \times 2 - 10 = 70$  元，那麼玩「驚險過山車」遊戲的次數至多為 3 次，多餘的 10 元玩「碰碰車」。故選(C)。

答案：(C)

9. 有一列正整數，已知第一個數為 2，且從第二個數開始，每個數都是前一個數的 3 倍除以 5 的餘數，例如，因為  $3 \times 2 = 6$  除以 5 的餘數為 1，所以第二個數為 1。請問這一系列數的前 2015 個數有多少個數為 1？
- (A) 403            (B) 504            (C) 672            (D) 1008            (E) 2014

**【參考解法 1】**

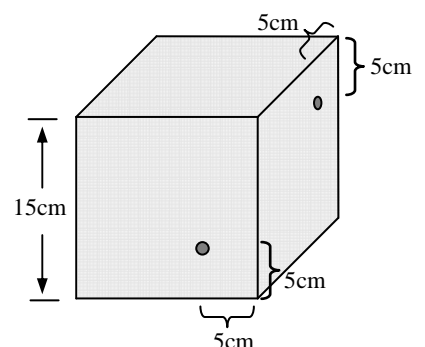
由題目條件可知第三個數為 3、第四個數為 4、第五個數為 2、第六個數為 1、第七個數為 3、第八個數為 4、第九個數為 2，...。可判斷出這一系列數是以 2、1、3、4 為週期依序循環重複出現。由  $2015 = 4 \times 503 + 3$ ，可得知這一系列數的前 2015 個數有  $503 + 1 = 504$  個數為 1。故選(B)。

**【參考解法 2】**

因 2、3、5 都互質， $3^0$  除以 5 的餘數為 1、 $3^1$  除以 5 的餘數為 3、 $3^2$  除以 5 的餘數為 4、 $3^3$  除以 5 的餘數為 2、 $3^4$  除以 5 的餘數為 1，以週期為四循環。而第三個數為 3、第四個數為 4、第五個數為 2...。故此列數以 2、1、3、4 為週期循環。由  $2015 = 4 \times 503 + 3$  知這一系列數的前 2015 個數有  $503 + 1 = 504$  個數為 1。故選(B)。

答案：(B)

10. 有一個稜長為 15 cm 的正立方體空心鐵盒，且六個面是完全封閉的。此鐵盒在其中兩個面上距離較近的稜都是 5 cm 的位置各鑽了一個小孔，如右圖所示。把這個鐵盒內裝滿水，然後將它的其中一個面放置在水平的桌面上，如果水面高於小孔則會從小孔流失。若不計鐵皮的厚度與孔的大小，請問最後這個鐵盒最多能剩下多少  $\text{cm}^3$  的水？



- (A) 1000            (B) 1125            (C) 1500            (D) 2250            (E) 3375

**【參考解法】**

要使這個鐵盒能剩下最多的水必須使二個小孔與桌面的距離都越大越好，因此當有一個孔在上表面，另一孔在側面偏上方時，這個盒子能裝最多的水。此時能裝的水之體積為  $15 \times 15 \times (15 - 5) = 2250 \text{ cm}^3$ 。故選(D)。

答案：(D)

11. 請問共有多少個小於 50 的質數比兩個相異質數之乘積大 1?  
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

【參考解法】

可判斷出這兩個相異質數的乘積為偶數，因此其中較小的質數必為 2，可能的乘積為 6、10、14、22、26、34、38、46 這 8 個可能值。而這些可能值加 1 後的和 15、27、35 與 39 不是質數，故知僅 4 個質數滿足條件。故選(C)。

答案：(C)

12. 小明有 2 枚相同的金幣，小亮有 3 枚相同的銀幣。已知小明的金幣的總重量等於小亮的銀幣的總重量。若小明與小亮互相交換一枚錢幣，則小明的錢幣總重量比小亮的錢幣總重量少 12 g。請問每枚金幣的重量為多少 g?  
 (A) 12 (B) 15 (C) 18 (D) 21 (E) 24

【參考解法】

可知在交換後，小亮比小明多了一枚銀幣且兩人金幣數量相等，故可判斷出銀幣的重量為 12 g。再因兩枚金幣的重量與三枚銀幣的重量相等，故可得知一枚金幣的重量為  $12 \times 3 \div 2 = 18\text{g}$ 。故選(C)。

答案：(C)

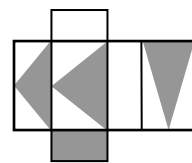
13. 有金宣茶每 kg 的價格為 320 元、烏龍茶每 kg 的價格 480 元。若將金宣茶與烏龍茶依照 3:5 的重量比例混合，則這種混合茶葉每 kg 的售價為 450 元。現有這金宣茶與烏龍茶各 10 kg，請問這一批茶葉最多可售得多少元?  
 (A) 8000 (B) 8080 (C) 8400 (D) 8480 (E) 9000

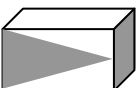
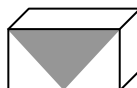

【參考解法】

將金宣茶與烏龍茶單獨出售可獲得  $10 \times (320 + 480) = 8000$  元，若將這兩種茶葉依照 3:5 的重量比例混合，則每 kg 的原價格為  $(3 \times 320 + 5 \times 480) \div 8 = 420$  元，故混合茶每 kg 能多獲得  $450 - 420 = 30$  元的收益。我們可取 10 kg 的烏龍茶與 6 kg 的金宣茶混合後得到混合茶 16 kg，出售後可多獲得  $16 \times 30 = 480$  元的收益，故這一批茶葉最多可售得  $8000 + 480 = 8480$  元。故選(D)。

答案：(D)

14. 請問下圖是哪一個選項內的盒子之展開圖?



- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

【參考解法】

拆開在選項(A)的盒子，將塗有陰影的矩形置於下方、三角形圖案置於最右側，則最左側應該為空白，故不符合；拆開在選項(C)的盒子，將塗有陰影的矩形置於下方、狹長三角形圖案置於最右側，則最左側三角形圖案方向應該相反，故不符合；拆開在選項(D)的盒子，將沒有陰影的矩形置於上方，則三角形圖案方向應該相反，故不符合；拆開在選項(E)的盒子，將塗有陰影的矩形置於下方、則三角形圖案方向應該相反，故不符合。故選(B)。

答案：(B)

15. 已知一個正整數與 315 的最大公因數為 3，且它與 45 的最小公倍數為 360。  
請問這個正整數是什麼？

- (A) 12            (B) 24            (C) 30            (D) 36            (E) 48

【參考解法】

因為這個數與  $45 = 3^2 \times 5$  的最小公倍數為  $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ ，所以這個數必為  $2^3$  的倍數。又因為這個數與  $315 = 3^2 \times 5 \times 7$  的最大公因數為 3，所以這個數必有質因數 3，且  $3^2$ 、5 都不是它的因數，即所求的正整數為  $2^3 \times 3 = 24$ 。故選(B)。

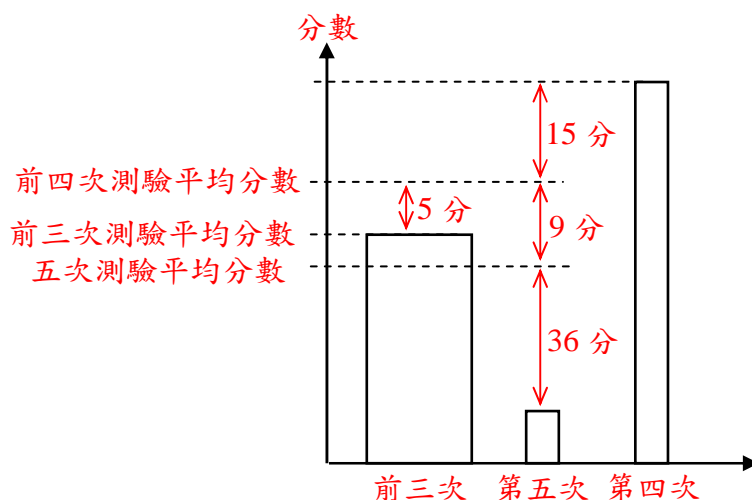
答案：(B)

16. 在第四次測驗後，小強此時的平均分數比前三次測驗的平均分數增加 5 分；第五次測驗後，小強此時的平均分數比前四次測驗的平均分數減少 9 分。若小強最後兩次測驗共得了 122 分，請問他第五次測驗得多少分？

- (A) 91            (B) 71            (C) 61            (D) 41            (E) 31

【參考解法 1】

前三次測驗的平均分數比第四次測驗後的平均分數低 5 分，可見第四次測驗的分數比前四次測驗的平均分數多  $5 \times 3 = 15$  分。前四次測驗的平均分數比第五次測驗後的平均分數高 9 分，可見第五次測驗的分數比五次測驗的平均分數少  $9 \times 4 = 36$  分，如圖所示。因已知最後兩次測驗的分數總和為 122 分，且由圖示可知最後兩次測驗的分數之差為  $15 + 9 + 36 = 60$  分，故第四次測驗的分數為  $(122 + 60) \div 2 = 91$  分、第五次測驗的得分為  $(122 - 60) \div 2 = 31$  分。



【參考解法 2】

若令前三次測驗的平均分數為  $a$ ，則可得

$$a + 5 - 9 = \frac{3a + 122}{5}$$

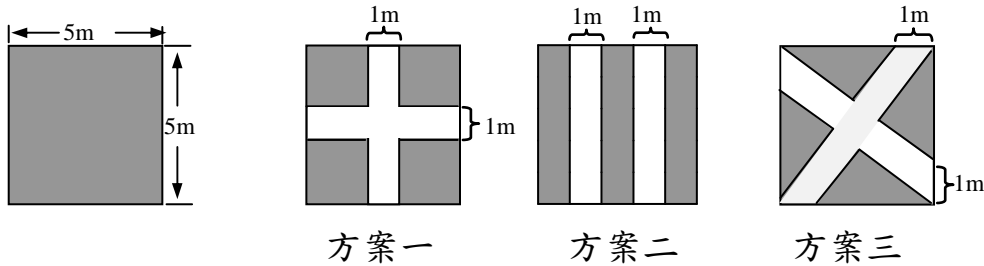
$$5a - 20 = 3a + 122$$

$$a = 71$$

因此前三次測驗的總分為  $71 \times 3 = 213$  分，前四次測驗的平均分數為  $71 + 5 = 76$  分，即前四次測驗的總分為  $76 \times 4 = 304$  分，故第四次測驗的得分為  $304 - 213 = 91$  分、第五次測驗的得分為  $122 - 91 = 31$  分。

答案：(E)

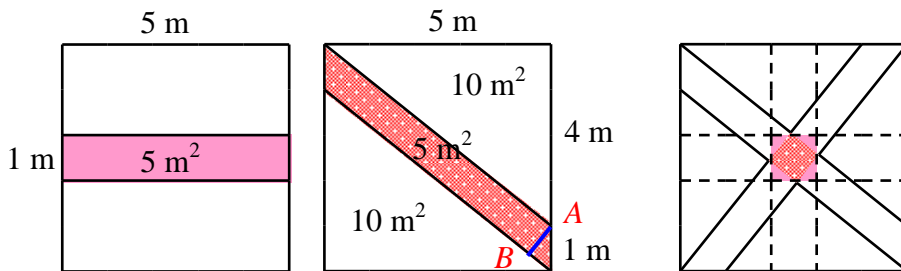
17. 規劃在一座邊長為 5 m 的正方形花園中修建兩條小徑，提出以下三個方案。為使沒被小徑佔用部份(圖中陰影部份)的面積盡可能大，請問下列哪一個選項的敘述正確？



- (A) 方案一沒被小徑佔用部份的面積最大  
 (B) 方案二沒被小徑佔用部份的面積最大  
 (C) 方案三沒被小徑佔用部份的面積最大  
 (D) 三個方案沒被小徑佔用部份的面積都一樣大  
 (E) 方案一與方案三沒被小徑佔用部份的面積相同

**【參考解法】**

在邊長為 5 m 的正方形花園設計方案中，方案一中的小徑占地面積為  $9 \text{ m}^2$ ，方案二中的小徑占地面積為  $10 \text{ m}^2$ ，所以方案一沒被小徑佔用部份的面積比方案二的大；由於方案一與方案三中每條小徑的占地面積均為  $5 \text{ m}^2$ ，故只須比較兩條小徑交叉重疊部分(圖中小正方形)的面積。而可判斷出方案一的小徑之寬為 1 m、方案三的小徑之寬  $AB$  小於 1 m，即方案三中小徑交叉重疊部分的正方形面積小於方案一中小徑交叉重疊部分的正方形面積，因此知方案一小徑的占地面積比方案三的小，所以方案一沒被小徑佔用部份的面積比方案三的大。綜上所述，方案一沒被小徑佔用部份的面積最大，故選(A)。



答案：(A)

18. 城市 B 在城市 A 與 C 之間，已知城市 B 與 C 之間的距離為 16 km。有一天，甲騎單車以勻速從城市 B 到 C。當甲行駛了 6 km 時，乙駕駛汽車以每小時 60 km 的勻速從城市 A 出發到 C。若此時甲繼續向城市 C 前進，則甲、乙兩人同時抵達城市 C；若此時甲掉頭朝向城市 B 騎，則甲、乙兩人同時抵達城市 B。請問甲的騎車速度為每小時多少 km？

- (A) 15      (B) 16      (C) 18      (D) 20      (E) 24



**【參考解法】**

由甲掉頭朝向城市 B 騎，則甲、乙兩人同時抵達城市 B 可得知，甲騎車 6 km 所用的時間等於乙開車從城市 A 到 B 所用的時間。同樣地，乙開車從城市 A 到 C 的路程中，當乙抵達城市 B 時，甲又繼續前進 6 km，這時甲距離城市 C 還有  $16 - 6 - 6 = 4$  km，而乙距離城市 C 為 16 km。因為甲、乙兩人同時抵達城市 C，故知乙的速度為甲的速度之 4 倍，即甲的速度為每小時  $60 \div 4 = 15$  km。故選(A)。

答案：(A)

19. 將八個符號 2、0、1、5、I、M、A、S 排成一排，要求所有數碼都必須位於字母前面且數碼 0 不能放在最前面。請問總共有多少種不同的排列方式？

- (A) 100      (B) 232      (C) 400      (D) 432      (E) 576

**【參考解法】**

先把四個數碼排定，因為數碼 0 不能放在最前面，所以共有  $3 \times 3 \times 2 \times 1 = 18$  種排列方式。接著將四個字母插入排好的數後面，共有  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  種排列方式，所以符合要求的排列方式總共有  $18 \times 24 = 432$  種。故選(D)。

答案：(D)

20. 某賓館共有 11 間客房，若每位服務員都恰有 7 間不同客房的鑰匙，且要求每間客房都至少有兩位服務員持有它的鑰匙，請問此賓館至少需要有多少位服務員？

- (A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

**【參考解法】**

因為每間客房都至少能被兩位服務員打開，所以 11 間客房至少需  $2 \times 11 = 22$  把鑰匙。再因  $3 \times 7 = 21$ ，故可得知僅 3 位服務員是不夠的，即至少需要 4 位服務員。第一、二位服務員持有 1~7 號客房的鑰匙，第三、四位服務員持有 5~11 號客房的鑰匙，即可符合要求。故選(B)。

答案：(B)

21. 四捨五入精確到個位數的意思為：若小數點後第一位數小於或等於 4，則捨去小數點以後的部分；若小數點後第一位數大於或等於 5，則捨去小數點以後的部分並將整數部分加 1。現已知有一個正整數，它的 4 倍除以 100 經四捨五入精確到個位後等於 18；它的 9 倍除以 100 經四捨五入精確到個位後等於 42。請問這個正整數是多少？

**【參考解法】**

可知這個正整數的 4 倍大於 1749 且小於 1850、這個正整數的 9 倍大於 4149 且小於 4250，故這個正整數大於  $4149 \div 9 = 461$  且小於  $1850 \div 4 = 462\frac{1}{2}$ ，因此知僅 462 滿足。

答案：462

22. 一個三位數的數碼和為 13，將它的三個數碼反序排列，若所得的三位數減去原來的三位數所得的差為 297。請問原來的三位數最大可能值為多少？

**【參考解法 1】**

可知新的三位數大約比原來的三位數多 300，因此可判斷出在原來的三位中，個位數碼比百位數碼多 3。現因此三位數的數碼和為 13，所以最大的可能值為 805，且有  $805 - 508 = 297$ ，滿足題意。

**【參考解法 2】**

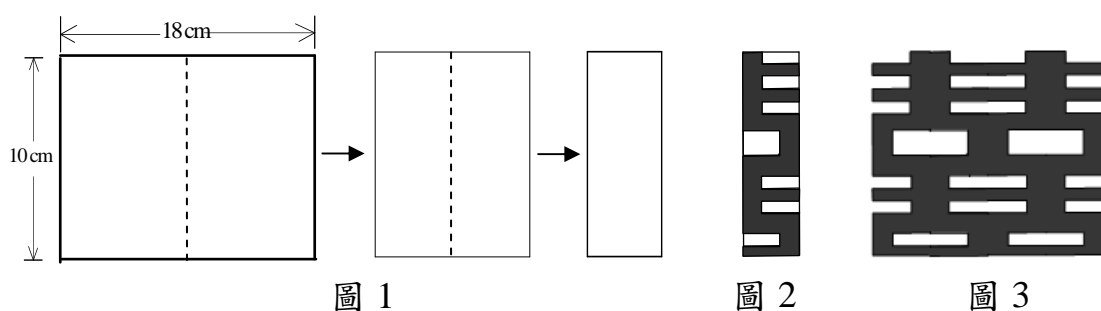
設原來的三位數為  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ ，由題意可知，

$$\overline{cba} - \overline{abc} = (100c + 10b + a) - (100a + 10b + c) = 99(c - a) = 297。$$

所以  $c - a = 3$ 。而  $a + b + c = 13$ ，為了使原來的整數取得最大值， $a$  必須盡可能大，因此應取  $b = 0$ ，此時  $a = 5$ 、 $c = 8$ ，即原來的三位數最大可能值為 508。

答案：508

23. 按照下面步驟可剪出一個「雙喜」的作品。首先，取出一張長為 18 cm，寬為 10 cm 的矩形紅紙，沿一邊的中線對摺兩次，成為一個 4.5 cm × 10 cm 的矩形，如圖 1 所示。接著，按圖 2 的方法在紙上剪出六個長為 3 cm、寬為 1 cm 大小相同的小矩形與一個面積是小矩形 2 倍的大矩形。將剪好的紙展開，如圖 3 所示，請問此「雙喜」的面積為多少  $\text{cm}^2$ ？



**【參考解法 1】**

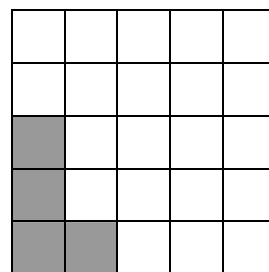
因為沿中線對摺兩次後，共有四層紙。按圖 2 的方法剪出六個小矩形與一個較大的矩形，共剪出的面積為  $6 \times 3 + 1 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$ ，所以圖 2 內剩下部份的面積為  $45 - 24 = 21 \text{ cm}^2$ ，所以將圖 2 展開後「雙喜」的面積為  $21 \times 4 = 84 \text{ cm}^2$ 。

**【參考解法 2】**

可知原紙張的面積為  $10 \times 18 = 180 \text{ cm}^2$ 。對於摺疊後的每一層來說，都移除了  $8 \times 3 \times 1 = 24 \text{ cm}^2$ ，且因沿中線對摺兩次後，共有四層紙，故知這四層一共剪掉了  $4 \times 24 = 96 \text{ cm}^2$ ，所以「雙喜」的面積為  $180 - 96 = 84 \text{ cm}^2$ 。

答案：084

24. 右圖中的陰影部分是一片 L 形四方塊，它由四個單位正方形以邊對邊連接而成的。欲將 L 形四方塊沿格線放置入  $5 \times 5$  方格表內，L 形四方塊可以旋轉或翻轉，請問共有多少種不同的擺放方法？



**【參考解法 1】**

由圖可知，每片 L 形四方塊唯一對應一個  $2 \times 4$  或  $4 \times 2$  矩形。L 形四方塊可以旋轉或翻轉，所以在每個  $2 \times 4$  或  $4 \times 2$  矩形內都有四種擺放的方法。而在  $5 \times 5$  方格表內共有  $3 \times 4 \times 2 = 24$  個  $2 \times 4$  或  $4 \times 2$  的矩形。所以共有  $24 \times 4 = 96$  種不同的擺放方法。

**【參考解法 2】**

可知 L 形四方塊在經過旋轉或翻轉後共有 8 種不同的形狀可放置在此方格表內。以給定的 L 形四方塊形狀來說，可以往上平移 1 或 2 個小方格，或者是往右平移 1、2 或 3 個小方格，因此共有  $(2+1) \times (3+1) = 12$  種擺放方法。再由對稱性可以判斷出這 8 種不同的形狀共有  $8 \times 12 = 96$  種不同的擺放方法。

答案：096

25. 某次選舉共有三位候選人，當開完前 60 張票時，他們的得票數分別為 10、35、15 張票，且尚有四十張投給這三位候選人的有效票。請問這三位候選人總共有多少種不同的得票情況可使得目前得到 10 張票的候選人之得票數贏過其他二人？

**【參考解法 1】**

在已開出的 60 張票中，得到 10 張票的候選人落後給領先的候選人 25 張票，因此他在最後的 40 張票中，至少需再得到 26 張票，且可不需再考慮第三位候選人的得票狀況。在另外的  $40 - 26 = 14$  張票中，他至少要跟原本領先的候選人得到相同的票數。因在合計至多 14 張票中，得票狀況共有  $1 + 2 + 3 + \dots + 14 = 105$  種，其中 8 種會使得兩人平手，因此可判斷出在其餘的  $105 - 8 = 97$  種得票狀況中，其中有一半是得到 10 張票的候選人當選的情況，故共有  $8 + 97 \div 2 = 58$  種不同的得票情況可使得他當選。

**【參考解法 2】**

令這三位候選人最終的得票數分別為  $36 + x$ 、 $35 + y$ 、 $15 + z$  票，其中  $x, y, z \geq 0$ ，則有  $x + y + z = 14$ 。故有以下情況：

當  $x = 14$  時， $y = z = 0$ ，只有 1 種可能；

當  $x = 13$  時， $(y, z) = (1, 0)$  及  $(0, 1)$ ，有 2 種可能；

當  $x = 12$  時， $(y, z) = (1, 1)$ 、 $(2, 0)$  及  $(0, 2)$ ，有 3 種可能；

當  $x = 11$  時， $(y, z) = (3, 0)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(1, 2)$  及  $(0, 3)$ ，有 4 種可能；

當  $x = 10$  時， $(y, z) = (4, 0)$ 、 $(3, 1)$ 、 $(2, 2)$ 、 $(1, 3)$  及  $(0, 4)$ ，有 5 種可能；

當  $x = 9$  時， $(y, z) = (5, 0)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(1, 4)$  及  $(0, 5)$ ，有 6 種可能；

當  $x = 8$  時， $(y, z) = (6, 0)$ 、 $(5, 1)$ 、 $(4, 2)$ 、 $(3, 3)$ 、 $(2, 4)$ 、 $(1, 5)$  及  $(0, 6)$ ，  
有 7 種可能；

當  $x = 7$  時， $(y, z) = (7, 0)$ 、 $(6, 1)$ 、 $(5, 2)$ 、 $(4, 3)$ 、 $(3, 4)$ 、 $(2, 5)$ 、 $(1, 6)$  及  $(0, 7)$ ，  
有 8 種可能；

當  $x = 6$  時， $(y, z) = (6, 2)$ 、 $(5, 3)$ 、 $(4, 4)$ 、 $(3, 5)$ 、 $(2, 6)$ 、 $(1, 7)$  及  $(0, 8)$ ，  
有 7 種可能；

當  $x = 5$  時， $(y, z) = (5, 4)$ 、 $(4, 5)$ 、 $(3, 6)$ 、 $(2, 7)$ 、 $(1, 8)$  及  $(0, 9)$ ，有 6 種可能；

當  $x = 4$  時， $(y, z) = (4, 6)$ 、 $(3, 7)$ 、 $(2, 8)$ 、 $(1, 9)$  及  $(0, 10)$ ，有 5 種可能；

當  $x = 3$  時， $(y, z) = (3, 8)$ 、 $(2, 9)$ 、 $(1, 10)$  及  $(0, 11)$ ，有 4 種可能；

當  $x = 2$  時， $(y, z) = (2, 10)$ 、 $(1, 11)$  及  $(0, 12)$ ，有 3 種可能；

當  $x = 1$  時， $(y, z) = (1, 12)$  及  $(0, 13)$ ，有 2 種可能；

當  $x = 0$  時， $(y, z) = (0, 14)$ ，只有 1 種可能；

因此共有  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 64$  種可能的得票情況。

答案：064