

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2016/2017 小學中年級組第二輪檢測試題詳解

1. 請問 5、7、11、15、19 中哪一個數不能寫成兩個質數之和？

- (A) 5 (B) 7 (C) 11 (D) 15 (E) 19

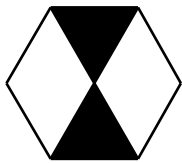
【參考解法】

$5=2+3$ 、 $7=2+5$ 、 $15=2+13$ 、 $19=2+17$ ，而若能將 11 表示成兩個質數之和，則這兩個質數必為一奇一偶，而偶質數必為 2，因此奇質數為 $11-2=9$ ，與 9 不是質數矛盾。

答案：(C)

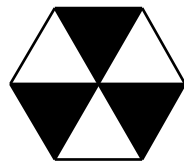
2. 遊樂園有射飛鏢遊戲，射中正六邊形內部的黑色區域可得獎品。請問以下哪一個選項的黑色區域最容易被射中？

(A)



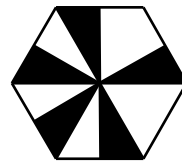
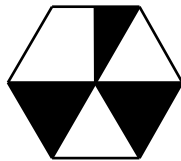
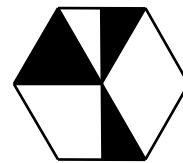
(D)

(B)



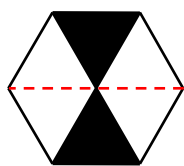
(E)

(C)

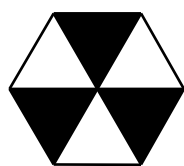


【參考解法】

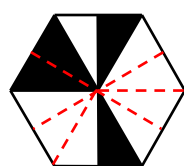
用一些線段將選項(A)、(B)、(C)、(D)、(E)中的正六邊形分割為數個相等的小三角形，如下圖所示：



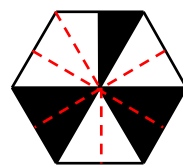
(A)



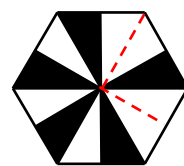
(B)



(C)



(D)



(E)

選項(A)中的黑色區域佔了整個正六邊形內 6 個小三角形的 2 個，即所佔的面積為正六邊形的 $\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ 、選項(B)中的黑色區域佔了整個正六邊形內 6 個小三角形的

3 個，即所佔的面積為正六邊形的 $\frac{3}{6} = \frac{6}{12}$ 、選項(C)中的黑色區域佔了整個正

六邊形內 12 個小三角形的 4 個，即所佔的面積為正六邊形的 $\frac{4}{12}$ 、選項(D)中的

黑色區域佔了整個正六邊形內 12 個小三角形的 5 個，即所佔的面積為正六邊形的 $\frac{5}{12}$ 、選項(E)中的黑色區域佔了整個正六邊形內 12 個小三角形的 5 個，即所

佔的面積為正六邊形的 $\frac{5}{12}$ 。因 $\frac{6}{12} > \frac{5}{12} > \frac{4}{12}$ ，所以選項(B)中的黑色區域最容易被射中。

答案：(B)

3. 請問 $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2016 \text{ 個 } 2} + \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{2017 \text{ 個 } 3}$ 的個位數碼是什麼？

- (A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 7 (E) 9

【參考解法】

$\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{n \text{ 個 } 2}$ 的個位數碼為以 2、4、8、6 這四個數碼依序循環重複出現的、

$\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{n \text{ 個 } 3}$ 的個位數碼為以 3、9、7、1 這四個數碼依序循環重複出現的。因

$2016 = 4 \times 504$ 、 $2017 = 4 \times 504 + 1$ ，所以 $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2016 \text{ 個 } 2}$ 的個位數碼為 6 而 $\underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{2017 \text{ 個 } 3}$

的個位數碼為 3，因此 $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{2016 \text{ 個 } 2} + \underbrace{3 \times 3 \times \cdots \times 3}_{2017 \text{ 個 } 3}$ 的個位數碼是 $6 + 3 = 9$ 。

答案：(E)

4. 小明購買鉛筆與原子筆共 9 支。已知每支原子筆 3 元、每支鉛筆 2 元，小明共花費 22 元。請問小明購買了多少支原子筆？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

【參考解法 1】

若小明購買的全部都是原子筆，則共需 $9 \times 3 = 27$ 元，比原來多 $27 - 22 = 5$ 元，而每支原子筆比鉛筆貴 $3 - 2 = 1$ 元，故知鉛筆有 $5 \div 1 = 5$ 支、原子筆有 $9 - 5 = 4$ 支。

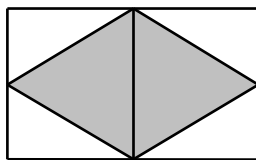
【參考解法 2】

若小明購買的全部都是鉛筆，則共需付款 $9 \times 2 = 18$ 元，比原來少 $22 - 18 = 4$ 元，每支鉛筆比原子筆便宜 $3 - 2 = 1$ 元，故知原子筆有 $4 \div 1 = 4$ 支、鉛筆有 $9 - 4 = 5$ 支。

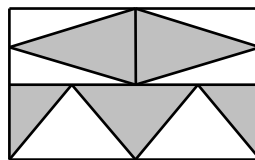
答案：(C)

5. 在下列各選項中，都是在一個長 10 cm、寬 6 cm 的長方形內部嵌入若干個塗上陰影的三角形，而這些塗上陰影三角形的頂點都為所在線段的等分點或端點上。請問哪一項中塗上陰影的三角形之面積和最大？

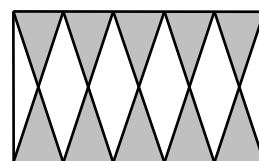
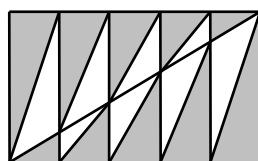
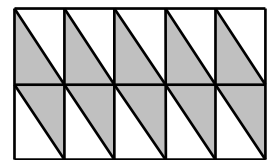
- (A) (B) (C)



(D)



(E)



【參考解法 1】

由三角形的面積公式可知：

選項(A)中的塗上陰影三角形的面積之和為 $2 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 2) \times 6 = 30 \text{ cm}^2$ ；

選項(B)中的塗上陰影三角形的面積之和為

$2 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 2) \times (6 \div 2) + [10 \times (6 \div 2) - 2 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 2) \times (6 \div 2)] = 30 \text{ cm}^2$ ；

選項(C)中的塗上陰影三角形的面積之和為 $10 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 5) \times (6 \div 2) = 30 \text{ cm}^2$ ；

選項(E)中的塗上陰影三角形的面積之和為 $10 \times \frac{1}{2} \times (6 \div 2) \times (10 \div 5) = 30 \text{ cm}^2$ 。

故知選項(A)、選項(B)、選項(C)與選項(E)中的塗上陰影三角形的面積之和都恰為長方形面積的一半。

選項(D)中的所有塗上陰影三角形恰被長方形的一條對角線分成全等的兩部分，其面積總和相等。現只關注對角線下方的五個塗上陰影三角形，可知這五個三角形的底邊都相等，都等於 2 cm。而其高之比由左至右分別為 1 : 2 : 3 : 4 : 5，其長度分別等於 1.2 cm、2.4 cm、3.6 cm、4.8 cm、6 cm。因此知五個塗上陰影

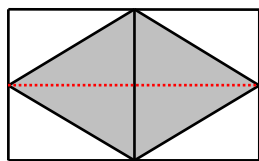
三角形的面積之和為 $\frac{1}{2} \times (1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 6) \times 2 = 18 \text{ cm}^2$ ，即長方形內所有塗

上陰影三角形面積之和為 36 cm^2 。

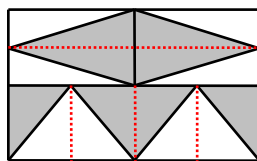
故知選項(D)的塗上陰影三角形的面積之和最大。

【參考解法 2】

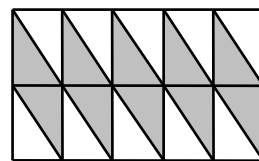
用一些線段將在選項(A)、(B)、(C)、(E)中長方形內的三角形分割為小三角形，易知塗上陰影部份的三角形一一對應於沒有塗上陰影部份的三角形，故塗上陰影三角形的面積之和都恰為長方形面積的一半。



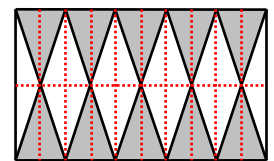
(A)



(B)

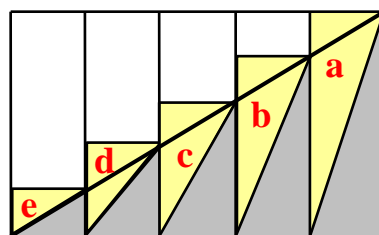
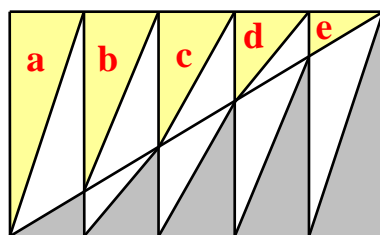


(C)



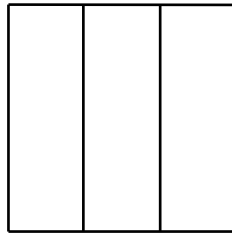
(D)

將在選項(D)中長方形內塗上陰影的三角形移動合併在一起，可得如下右圖的情況，易知塗上陰影三角形的面積之和大於長方形面積的一半。



答案：(D)

6. 將一個面積為 81 cm^2 的正方形分割成三個完全相同的小長方形，如下圖所示，請問每一個小長方形的周長為多少 cm ？



【參考解法】

正方形的面積為 81 cm^2 ，故它的邊長為 9 cm 。分成三個完全相同的長方形後，則每一個長方形的長為 9 cm 、寬為 3 cm ，因此它的周長是 $2 \times (3 + 9) = 24 \text{ cm}$ 。

答案：24 cm

7. 小華粗心把一個加數的十位數碼上的數碼「3」看成「5」，把另一個加數的百位數碼上的數碼「9」看成「6」，最後計算得到的結果是 2017。請問原來正確的答案應該是什麼？

【參考解法】

將十位數碼上的數碼「3」看成「5」，即是多加了 20；將百位數碼上的數碼「9」看成「6」，即是少加了 300，所以原來正確的答案應該是 $2017 - 20 + 300 = 2297$ 。

答案：2297

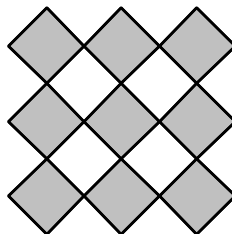
8. 某旅館服務生把四間客房的鑰匙隨意分給住在這四間客房的旅客，其中恰好有 2 人能打開自己的房門。請問這四名旅客拿到的鑰匙共有多少種不同可能的情況？

【參考解法】

從四名旅客中選出兩個能打開自己房門的旅客，有 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ 種情況。根據題意，另兩名旅客只能是互相拿了對方的鑰匙，僅 1 種情況。所以這四名旅客拿到的鑰匙共有 $6 \times 1 = 6$ 種不同的情況。

答案：6 種

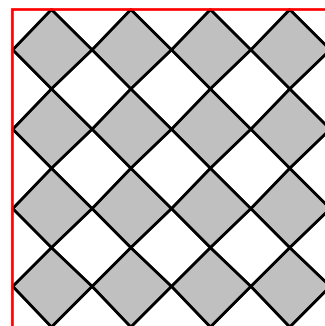
9. 用 9 塊黑色正方形瓷磚與 4 塊白色正方形瓷磚可黑白相間擺成對角線上各有 5 塊正方形瓷磚的圖形，且其外圍都是黑色正方形瓷磚，如下圖所示。



如果要擺成一個類似的圖形，使對角線上各有 7 塊正方形瓷磚，請問共需要多少塊黑色正方形瓷磚？

【參考解法 1】

觀察圖形，擺成對角線上有 7 塊正方形瓷磚共需
 $1+2+3+4+3+2+1=4^2=16$ 塊黑色正方形瓷磚。



【參考解法 2】

當對角線上有 7 塊正方形瓷磚時，每行各有 4 塊是黑色瓷磚，共有 4 行，故共有 $4 \times 4 = 16$ 塊黑色正方形瓷磚。

【參考解法 3】

可畫出一個大正方形恰把所排出的圖形圍住，如圖所示。此時大正方形內除了對角線外每一斜行上的黑色區域與白色區域的面積都相等，而把大正方形四個角落上的區域合併，則對角線上的黑色區域與白色區域的面積也相等，故大正方形內的黑色區域與白色區域的面積相等。若令小正方形瓷磚的邊長為 1，則可判斷出這個大正方形的對角線長為 8，故大正方形的面積為 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$ ，即知

黑色正方形瓷磚共有 $\frac{1}{2} \times 32 = 16$ 塊。

答案：16 塊

10. 已知 A、B、C、D、E 五輛汽車的平均重量是 200 kg，其中 A、B、C 的平均重量是 198 kg，C、D、E 的平均重量是 203 kg，請問 C 的重量是多少 kg？

【參考解法】

可知 A、B、C、D、E 之總重量為 $200 \times 5 = 1000$ kg，而 A、B、C 之總重量為 $198 \times 3 = 594$ kg，C、D、E 之總重量為 $203 \times 3 = 609$ kg，故可判斷出 C 的重量是 $594 + 609 - 1000 = 203$ kg。

答案：203 kg

11. 將 1、2、3、4、5、6 這六個數碼分別填入下列的○中，每個數碼恰用一次且每個○恰填入一個數碼，而造成兩個三位數。請問這兩個三位數可能之最小正整數差是多少？

$$\bigcirc\bigcirc\bigcirc - \bigcirc\bigcirc\bigcirc = \underline{\hspace{2cm}}$$

【參考解法】

由於百位數碼不相同且差為正整數，故最少相差 1。為了使得到的差達到最小值，應該讓被減數的十位數碼與個位數碼所構成的二位數盡可能的小，減數的十位數碼與個位數碼所構成的二位數盡可能的大，故可能的差之最小正整數值為 $412 - 365 = 47$ 。

答案：47

12. 將十二個正整數 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12 兩兩配成六對，其中有五對數中的兩數之和分別是 4、6、14、20、21，請問剩下的一對數中的兩數之乘積是多少？

【參考解法】

兩個相異正整數之和為 4 只可能為 $4=1+3$ ，故知 1 與 3 配成一對；接著此時可判斷出兩個相異正整數之和為 6 只可能為 $6=2+4$ ，故知 2 與 4 配成一對。而由兩個相異正整數之和分別為 21 與 20，只可能分別是 $21=9+12=10+11$ 與 $20=8+12=9+11$ ，再因 9 與 12 分別出現在 20 的兩個加式中，故只能取 $21=10+11$ 、 $20=8+12$ 。剩下的數中，僅 $9+5=14$ ，因此 9 與 5 配成一對，故 6 與 7 配成最後一對，它們的乘積為 42。

答案：42

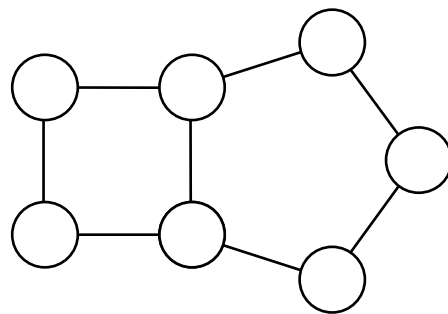
13. 兩個三位數的和為 999，且組成這兩個三位數的數碼都互不相同。請問這樣的兩個三位數共有多少組？

【參考解法】

兩個三位數之和為 999，由和的個位數碼是 9 可判斷出兩個數的個位數碼相加時不會發生進位，接著由和的十位數碼是 9 可判斷出兩個數的十位數碼相加時不會發生進位，接著由和的百位數碼是 9 可判斷出兩個數的百位數碼相加時不會發生進位，即整個加式中都不會有進位的情況。因為共有 $(9, 0)$ 、 $(8, 1)$ 、 $(7, 2)$ 、 $(6, 3)$ 、 $(5, 4)$ 這五種情況可以使得數碼和為 9，而兩個三位數的百位數碼不得為 0，故只能是後面的四種情況之一，當兩個三位數的百位數碼確定後，其選出的十位數可以互換、選出的個位數也可以互換，因此共有 $4 \times (4 \times 2) \times (3 \times 2) = 192$ 組。

答案：192 組

14. 將 1、2、3、4、5、6、7 不重複地填入下圖中的小圓內，每一個小圓內恰填入一個數使得左側正方形頂點上的四個小圓內的數之和為 15，右側正五邊形頂點上的五個小圓內的數之和為 24。請問總共有多少種不同的填法？



【參考解法】

所有小圓內的數之和為 $1+2+3+4+5+6+7=28$ ，故中間兩個小圓內的數之和為 $15+24-28=11$ ，由此知最左邊一行上兩個小圓內的數之和為 $15-11=4$ ，而兩個相異數之和為 4 只可能為 $4=1+3$ ，故知最左邊一行上兩個小圓只能填 1 與 3，共有 2 種填法(5 分)；中間的兩個小圓內的數之和為 11，故此時兩個相異數之和為 11 只可能為 $11=5+6=4+7$ ，因此共有 $2 \times 2 = 4$ 種填法(5 分)；剩下最右邊三個小圓的三數之和為 $24-11=13$ ，只可能是剩下的三個數 2、4、7 或者是 2、5、6。因此最右邊三個小圓內的數之填法共有 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 種(5 分)，因此總共有 $2 \times 4 \times 6 = 48$ 種不同的填法。(5 分)

答案：48 種

15. 已知一個袋子中裝有分別標上號碼 1~2017 的 2017 個小球，現從中取出若干個小球。使得取出的小球中保證存在有三個小球，其中兩個小球上的號碼之和恰等於另一個小球上的號碼，請問至少要取出多少個小球？

【參考解法】

因 $2017 = 1008 + 1009 < 1009 + 1010$ ，故可知若只取出 1009 個小球時，當取出號碼為 1009~2017 這 1009 個的小球時，任何兩個小球的號碼之和都大於 2017，不能保證存在有這樣的三個小球。(10 分)

現證明 1010 個符合要求。設取出的 1010 個小球中號碼最大的是 M ，則 M 與取出的其它小球的號碼之差有 1009 個不同的值，且均小於 2017。(5 分) 由於未被取出的小球只有 1007 個，至少有一個差 $M - x$ 是取出的小球的號碼 y ，其中 x 是取出的小球的號碼。於是 x 、 y 、 $x + y = M$ 都是取出的小球的號碼，符合要求。(5 分)

答案：1010 個