

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

## 2016/2017 小學高年級組第二輪檢測試題詳解

1. 請問算式  $44 \times 49 \times 25$  的值為多少？

- (A) 43900      (B) 52900      (C) 53200      (D) 53825      (E) 53900

【參考解法】

$$44 \times 49 \times 25 = 11 \times 49 \times 25 \times 4 = 539 \times 100 = 53900。$$

答案：(E)

2. 某旅館服務生把四間客房的鑰匙隨意分給住在這四間客房的旅客，其中恰好有 2 人能打開自己的房門。請問這四名旅客拿到的鑰匙共有多少種不同可能的情況？

- (A) 3              (B) 4              (C) 6              (D) 8              (E) 10

【參考解法】

從四名旅客中選出兩個能打開自己房門的旅客，有  $\frac{4 \times 3}{2} = 6$  種情況。根據題意，另兩名旅客只能是互相拿了對方的鑰匙，僅 1 種情況。所以這四名旅客拿到的鑰匙共有  $6 \times 1 = 6$  種不同情況。

答案：(C)

3. 請問  $3^4 \times 5^6 \times 7^{10}$  有多少個因數與 15 互質？

- (A) 10              (B) 11              (C) 20              (D) 21              (E) 44

【參考解法】

$3^4 \times 5^6 \times 7^{10}$  與 15 互質的因數只能是質因數分解式之形式為  $7^i$  的數，其中  $i = 0, 1, 2, \dots, 10$ ，故共有 11 個數。

答案：(B)

4. 共有教師與學生 20 人前往博物館參觀，已知每張門票票價原為 200 元，教師可獲減價 10% 的優惠、而學生可獲減價 50% 的優惠。若全部支付的門票總費用為 2640 元，請問其中有多少位教師？

- (A) 6              (B) 8              (C) 10              (D) 14              (E) 16

【參考解法 1】

可知每張教師門票為  $200 \times 90\% = 180$  元、每張學生門票為  $200 \times 50\% = 100$  元。

設教師有  $x$  位，則學生有  $20 - x$  位，故得  $180x + 100(20 - x) = 2640$ ，解得  $x = 8$ 。

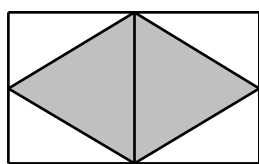
【參考解法 2】

可知每張教師門票為  $200 \times 90\% = 180$  元、每張學生門票為  $200 \times 50\% = 100$  元，即每張學生門票比每張老師門票便宜  $180 - 100 = 80$  元。若全部都是學生，則總費用應為  $20 \times 100 = 2000$  元，比實際支付的費用少  $2640 - 2000 = 640$  元，故可得知其中總共有  $640 \div 80 = 8$  位老師。

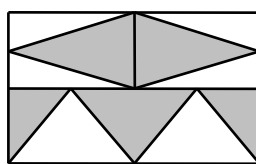
答案：(B)

5. 在下列各選項中，都是在一個長 10 cm、寬 6 cm 的長方形內部嵌入若干個塗上陰影的三角形，而這些塗上陰影三角形的頂點都為所在線段的等分點或端點上。請問哪一項中塗上陰影的三角形之面積和最大？

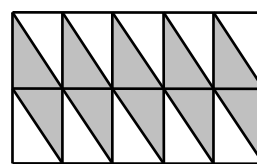
(A)



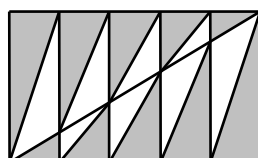
(B)



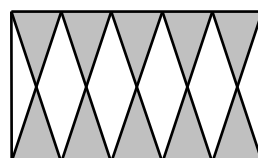
(C)



(D)



(E)



**【參考解法 1】**

由三角形的面積公式可知：

選項(A)中的塗上陰影三角形的面積之和為  $2 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 2) \times 6 = 30 \text{ cm}^2$ ；

選項(B)中的塗上陰影三角形的面積之和為

$2 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 2) \times (6 \div 2) + [10 \times (6 \div 2) - 2 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 2) \times (6 \div 2)] = 30 \text{ cm}^2$ ；

選項(C)中的塗上陰影三角形的面積之和為  $10 \times \frac{1}{2} \times (10 \div 5) \times (6 \div 2) = 30 \text{ cm}^2$ ；

選項(E)中的塗上陰影三角形的面積之和為  $10 \times \frac{1}{2} \times (6 \div 2) \times (10 \div 5) = 30 \text{ cm}^2$ 。

故知選項(A)、選項(B)、選項(C)與選項(E)中的塗上陰影三角形的面積之和都恰為長方形面積的一半。

選項(D)中的所有塗上陰影三角形恰被長方形的一條對角線分成全等的兩部分，其面積總和相等。現只關注對角線下方的五個塗上陰影三角形，可知這五個三角形的底邊都相等，都等於 2 cm。而其高之比由左至右分別為 1:2:3:4:5，其長度分別等於 1.2 cm、2.4 cm、3.6 cm、4.8 cm、6 cm。因此知五個塗上陰影

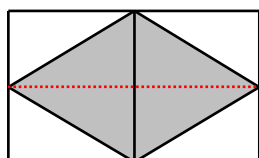
三角形的面積之和為  $\frac{1}{2} \times (1.2 + 2.4 + 3.6 + 4.8 + 6) \times 2 = 18 \text{ cm}^2$ ，即長方形內所有塗

上陰影三角形面積之和為  $36 \text{ cm}^2$ 。

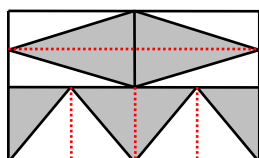
故知選項(D)的塗上陰影三角形的面積之和最大。

**【參考解法 2】**

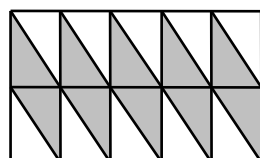
用一些線段將在選項(A)、(B)、(C)、(E)中長方形內的三角形分割為小三角形，易知塗上陰影部份的三角形一一對應於沒有塗上陰影部份的三角形，故塗上陰影三角形的面積之和都恰為長方形面積的一半。



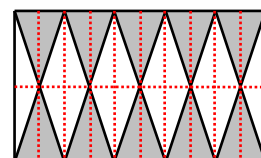
(A)



(B)

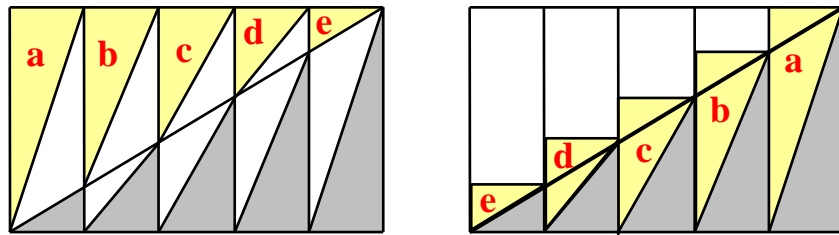


(C)



(D)

將在選項(D)中長方形內塗上陰影的三角形移動合併在一起，可得如下右圖的情況，易知塗上陰影三角形的面積之和大於長方形面積的一半。



答案：(D)

6. 用 2、0、1、7 這四個數碼各一個排成被 11 除餘 4 的四位數，請問這樣的四位數共有多少個？

**【參考解法 1】**

要求被 11 除餘 4，可以這樣考慮：這樣的數減去 4 後，就能被 11 整除。所以得到一個「被 11 除餘 4」的判定法則：將偶數位數碼相加得到一個和數、將奇數位數碼相加後再減去 4 而得另一個和數，如果這兩個和數的大數減去小數之差不被 11 整除，則這個數是被 11 除餘 4 的數，若否就不是。把 2、0、1、7 排成一個被 11 除餘 4 的四位數，可以把這 4 個數碼分成兩組，每組 2 個數碼，其中一組作為千位數碼與十位數碼，並將它們的和記作 A；另外一組作為百位數碼與個位數碼，並將它們之和減去 4 記作 B。可知分組情況有：

	千位數碼與十位數碼	A	百位數碼與個位數碼	B	大數減去小數
(1)	7、2	7+2	1、0	1+0-4	1
(2)	7、1	7+1	2、0	2+0-4	1
(3)	7、0	7+0	2、1	2+1-4	8
(4)	2、1	2+1	7、0	7+0-4	0 或 11
(5)	2、0	2+0	7、1	7+1-4	2
(6)	1、0	1+0	7、2	7+2-4	4

可發現僅有第(4)種滿足要求。所以，這樣的四位數是 1027、1720、2017、2710，共有 4 個。

**【參考解法 2】**

用 2、0、1、7 這四個數碼各一個排成的四位數共有以下的 18 個。

1027、1072、1207、1270、1702、1720、2017、2071、2107、2170、2701、2710、7012、7021、7102、7120、7201、7210。

被 11 除餘 4，即奇數位數碼之和比偶數位數碼之和大 4 或小 7。而只有 1027、1720、2017、2710 這 4 個四位數符合。

答案：4 個

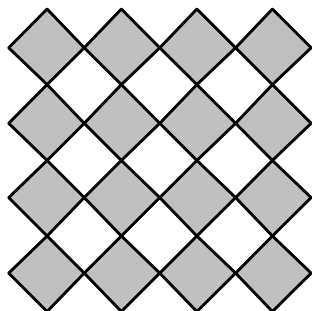
7. 已知一個三角形的兩條邊的長度分別是 6 cm 與 13 cm，第三條邊的長度也是整數 cm，請問這個三角形的周長最小可能是多少 cm？

**【參考解法】**

由三角形的兩邊差必小於第三邊之長度知第三邊的長度大於 $13-6=7\text{ cm}$ ，故其長度至少為 $8\text{ cm}$ ，因此周長最小為 $13+6+8=27\text{ cm}$ 。

答案：27 cm

8. 用 16 塊黑色正方形瓷磚與 9 塊白色正方形瓷磚可黑白相間擺成對角線各為 7 塊正方形瓷磚的圖形，且其外圍都是黑色正方形瓷磚，如下圖所示。



如果要擺成一個類似的圖形，使對角線有 11 塊正方形瓷磚，請問共需要多少塊黑色正方形瓷磚？

**【參考解法 1】**

觀察圖形，擺成對角線為 11 塊正方形瓷磚共需 $1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1=6^2=36$ 塊黑色正方形瓷磚。

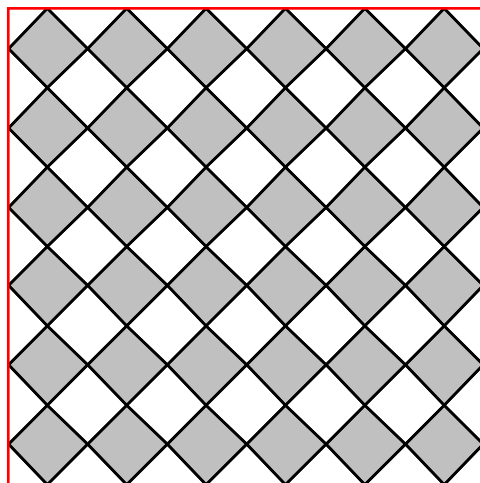
**【參考解法 2】**

可知對角線有 11 塊正方形瓷磚時，每行各有 6 塊是黑色瓷磚，共有 6 行，故共有 $6\times 6=36$ 塊黑色正方形瓷磚。

**【參考解法 3】**

可畫出一個大正方形恰把所排出的圖形圍住，如圖所示。此時大正方形內除了對角線外每一斜行上的黑色區域與白色區域的面積都相等，而把大正方形四個角落上的區域合併，則對角線上的黑色區域與白色區域的面積也相等，故大正方形內的黑色區域與白色區域的面積相等。若令小正方形瓷磚的邊長為 1，則可判斷出這個大正方形的對角線長為 12，故大正方形的面積為 $\frac{1}{2}\times 12\times 12=72$ ，即知黑色正方形瓷磚共有 $\frac{1}{2}\times 72=36$ 塊。

答案：36 塊



9. 將數 1、2、3、4 分別填入 $4\times 4$ 方格表的小方格中，使得每一行、每一列上的四個數都不相同。若已填入部分小方格的數，如右圖所示，請問圖中 A、B 位置上的數之和是多少？

	A	4	
B		1	
1	2	3	4
3	4	2	1

【參考解法】

A 下方的空格不能填 1、2、4，故只能填 3，因此 A 格只能填 1；  
B 上方的空格不能填 1、3、4，故只能填 2，因此 B 格只能填 4。  
故所求和為  $1+4=5$ ，完整的填法如右圖所示。

2	1	4	3
4	3	1	2
1	2	3	4
3	4	2	1

答案：5

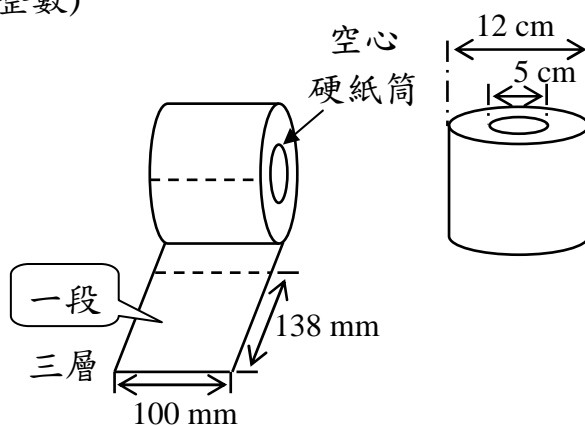
10. 小虎與小亮都郵寄了一件重量超過 10 kg 的包裹，郵局的收費標準為：10 kg 以下每 kg 的運費為 6 元，超出 10 kg 的部分每 kg 平均運費比原價低 2 元。已知小虎郵寄的包裹比小亮郵寄的包裹重 20% 且郵寄費多 12 元。請問小虎郵寄的包裹之重量為多少 kg？

【參考解法】

由題意知，小虎與小亮兩人的包裹都超過 10 kg，小虎郵寄的包裹比小亮郵寄的包裹郵寄費多 12 元，又知超出 10 kg 的部分每 kg 平均運費為  $6-2=4$  元。故小虎郵寄的包裹比小亮郵寄的包裹重  $12 \div 4 = 3$  kg，已知小虎郵寄的包裹比小亮郵寄的包裹重 20%，故小亮的包裹重量為  $3 \div 20\% = 15$  kg，即可得知小虎郵寄的包裹之重量為  $15+3=18$  kg。

答案：18 kg

11. 如圖是一個圓柱狀的捲筒衛生紙，中間有一個硬紙板做成的空心圓筒，衛生紙等分成若干小段繞在圓筒上。其包裝上標注：「138 mm × 100 mm (長 × 寬) / 段，3 層」，表示每小段的長為 138 mm、寬為 100 mm，並含有三層。已知每層衛生紙的厚度為 0.13 mm、中間圓筒的外部直徑是 5 cm、整卷衛生紙的直徑是 12 cm，請問一個捲筒衛生紙共有多少段？(圓周率  $\pi$  取 3.14，所得結果四捨五入保持整數)



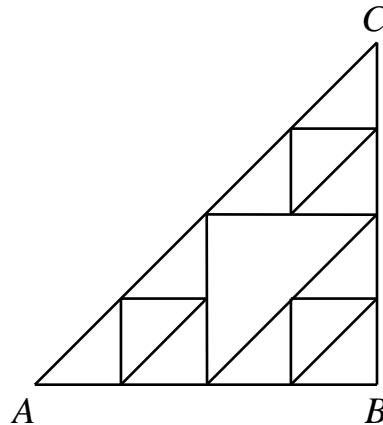
【參考解法】

因圓柱的體積為底圓面積與高之乘積，且高  $100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$ ，故衛生紙的體積為  $3.14 \times (\frac{12}{2})^2 \times 10 - 3.14 \times (\frac{5}{2})^2 \times 10 = 934.15 \text{ cm}^3$ 。而接著再由  $138 \text{ mm} = 13.8 \text{ cm}$ 、 $0.13 \text{ mm} = 0.013 \text{ cm}$  知每一段衛生紙的體積為  $10 \times 13.8 \times 0.013 \times 3 = 5.382 \text{ cm}^3$ ，故一個捲筒衛生紙共有  $\frac{934.15}{5.382} \approx 173.57 \approx 174$  段。

答案：174 段



12. 下圖是由一些等腰直角三角形拼成的圖形，若一隻螞蟻欲沿著三角形的邊從 A 點爬到 C 點，規定在爬行的過程中只能向右方、上方或者斜右上方爬行。請問這隻螞蟻總共有多少條不同的爬行路徑？

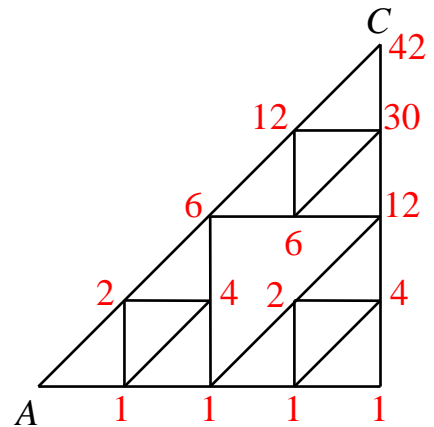


**【參考解法】**

如圖所示，圖中各點的數即為螞蟻從起點到該點的不同路徑數：

故從 A 點爬到 C 點共有 42 條不同的爬行路徑。

答案：42 條



13. 從 1 到 174 的所有正整數中選出 12 個互不相同且總和恰為 2017 的正整數。請問總共有多少種不同的選取方式？

**【參考解法】**

從 1 到 174 的所有正整數中選出 12 個互不相同的正整數，其和最大為

$$174+173+172+171+170+169+168+167+166+165+164+163=2022。$$

所以只需從 163、164、165、166、167、168、169、170、171、172、173、174 這些數中總共減掉 5。下面分情況討論：

- (1) 僅有一個數減去 5。為了避免重複，這個數不能大於或等於 168，共有以下 5 種方式：

$$174+173+172+171+170+169+168+167+166+165+164+158=2017$$

$$174+173+172+171+170+169+168+167+166+165+163+159=2017$$

$$174+173+172+171+170+169+168+167+166+164+163+160=2017$$

$$174+173+172+171+170+169+168+167+165+164+163+161=2017$$

$$174+173+172+171+170+169+168+166+165+164+163+162=2017$$

- (2) 有一個數減去 4、另一個數減去 1。可知只能從小於 166 的數減去 4 且將 163 減 1，但不可以有重複的數，故得到二條和為 2017 的等式：

(a) 165 減去 4 且將 163 減 1

$$174+173+172+171+170+169+168+167+166+164+162+161=2017$$

(b) 164 減去 4 且將 163 減 1

$$174+173+172+171+170+169+168+167+166+165+162+160=2017$$

(3) 減去不大於 3 的數。可知只能從小於 166 的數減去 3 且從小於 165 的數減去 2 或減 1，但都不可能沒有不重複的數，故此情況沒有符合的等式。

綜上所述，共有 7 種不同的選擇方式。

答案：7 種

14. 已知一個袋子中裝有分別標上號碼 1~2017 的 2017 個小球，現從中取出若干個小球。使得取出的小球中保證存在有三個小球，其中兩個小球上的號碼之和恰等於另一個小球上的號碼，請問至少要取出多少個小球？

【參考解法】

因  $2017 = 1008 + 1009 < 1009 + 1010$ ，故可知若只取出 1009 個小球時，當取出號碼為 1009~2017 這 1009 個的小球時，任何兩個小球的號碼之和都大於 2017，不能保證存在有這樣的三個小球。(10 分)

現證明 1010 個符合要求。設取出的 1010 個小球中號碼最大的是  $M$ ，則  $M$  與取出的其它小球的號碼之差有 1009 個不同的值，且均小於 2017。(5 分) 由於未被取出的小球只有 1007 個，至少有一個差  $M - x$  是取出的小球的號碼  $y$ ，其中  $x$  是取出的小球的號碼。於是  $x$ 、 $y$ 、 $x + y = M$  都是取出的小球的號碼，符合要求。

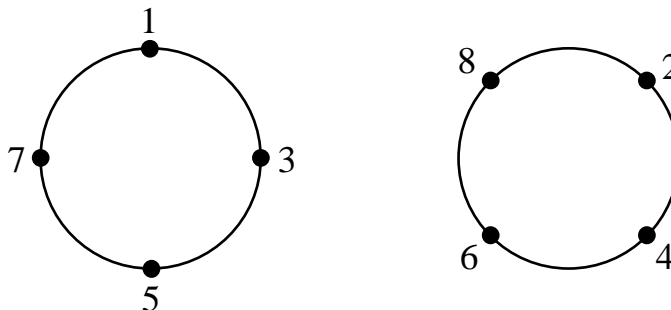
(5 分)

答案：1010 個

15. 從 1、2、3、4、5、6、7、8 這八個數中取出互不相同的數至少二個，使得所取出的數中，任何兩個數之差都不等於 2 也不等於 6 (例如，如果取出 1，就不能同時取出 3 或 7)。請問共有多少種不同的取法？

【參考解法 1】

由題意，可以把這八個數分成兩組寫在二個圓周上，如下圖所示。可以判斷出每組中相鄰的兩個數不能同時取出，而其中一組的數的取法不影響另一組的數的取法。因此，每組最多能取出兩個數，也就一次總共最多能取出 4 個數。



下面按取出的數個數分情況討論：

(1) 共取出 2 個數：

若每組取 1 個，則有  $4 \times 4 = 16$  種；若其中一組取 2 個、另一組不取，則有  $2 \times 2 = 4$  種。故共有  $16 + 4 = 20$  種取法；(5 分)



(2) 共取出 3 個數：

只能是其中一組取 2 個、另一組取 1 個，共  $2 \times 2 \times 4 = 16$  種。(5 分)

(3) 共取出 4 個數：

只能是兩組各取 2 個，共  $2 \times 2 = 4$  種。(5 分)

綜上所述，總共有  $20 + 16 + 4 = 40$  種取法。(5 分)

**【參考解法 2】**

由題意，可以把這 8 個數分成如下圖所示的兩組，可以判斷出每組中相鄰的兩個數不能同時取出，故在同一組中有不取、取 1 個、取 2 個這三種情況，而每一種情況的取法數依序為 1、4、2 種，故同一組的取法總數為  $1 + 4 + 2 = 7$  種。

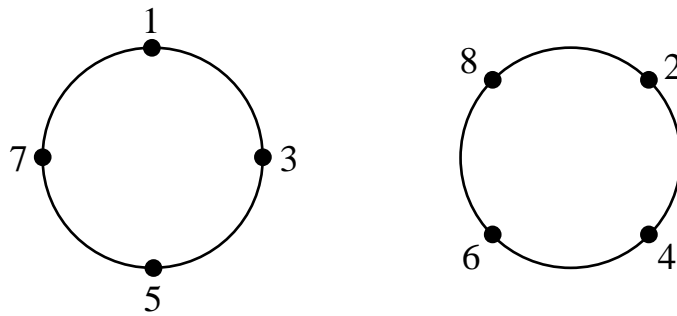
(5 分)

因其中一組的數的取法不影響另一組的數的取法，故知兩組一起共有  $7 \times 7 = 49$  種取法。(5 分)

但這包括其中一組不取另一組取 1 個與兩組都不取出數的情況，此不符合要求。

(5 分)

所以總共有  $49 - 4 - 4 - 1 = 40$  種取法。(5 分)



答案：40 種