

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2018/2019 小學中年級組第二輪檢測試題詳解

1. 請問 $100 - 97 + 94 - 91 + 88 - 85 + \dots + 4 - 1$ 之值等於多少？

- (A) 45 (B) 48 (C) 51 (D) 54 (E) 57

【參考解答 1】

$$\begin{aligned}
 100 - 97 + 94 - 91 + 88 - 85 + \dots + 4 - 1 &= (100 - 97) + (94 - 91) + (88 - 85) + \dots + (4 - 1) \\
 &= \underbrace{3 + 3 + 3 + \dots + 3}_{17\text{項}} \\
 &= 3 \times 17 = 51
 \end{aligned}$$

故選 C。

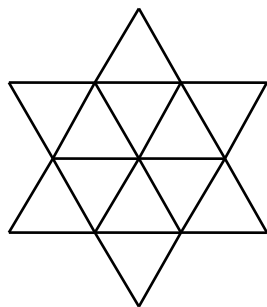
【參考解答 2】

$$\begin{aligned}
 100 - 97 + 94 - 91 + 88 - 85 + \dots + 4 - 1 &= (100 + 94 + 88 + \dots + 4) - (97 + 91 + 85 + \dots + 1) \\
 &= \frac{(100 + 4) \times 17}{2} - \frac{(97 + 1) \times 17}{2} \\
 &= (104 - 98) \times \frac{17}{2} \\
 &= 6 \times \frac{17}{2} = 51
 \end{aligned}$$

故選 C。

答案：(C)

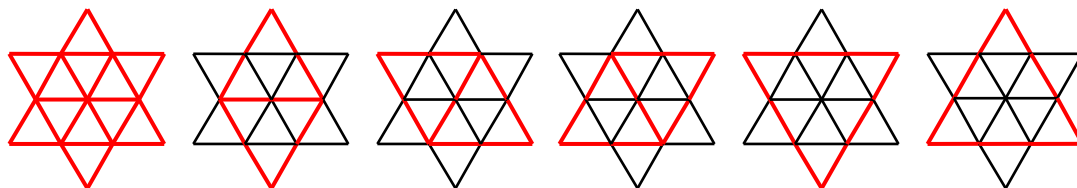
2. 下圖是由 12 個全等的等邊三角形構成的，請問圖中總共有多少個在不同位置的等邊三角形？



- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

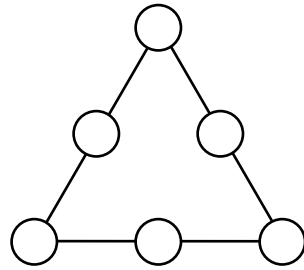
【參考解法】

我們將最小的等邊三角形之面積當作為 1 單位。則面積為 1 單位的等邊三角形有 12 個；面積為 4 單位的等邊三角形有 6 個；面積為 9 單位的等邊三角形有 2 個，故總共有 $12 + 6 + 2 = 20$ 個在不同位置的等邊三角形。故選 E。



答案：(E)

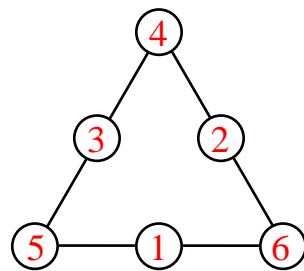
3. 把 1、2、3、4、5、6 這六個數不重複地填入下圖中的六個圓圈內，每個圓圈內恰填入一個數，使得三角形每條邊上三個數之和都相等，請問每條邊上三個數之和的最大值是多少？



- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

【參考解法】

要使每條邊上三個數之和取到最大值，則三條邊上之和的總和也要最大值，因為此時三角形的每個頂點都被計算兩次，故三個頂點處的圓圈分別要放最大的數 4、5、6，此時三條邊上的和之總和為 $1+2+3+4+5+6+4+5+6=36$ ，所以每條邊上三個數之和的最大值為 $36 \div 3 = 12$ 。我們可以依下圖方式達成。故選 D。



答案：(D)

4. 將一個兩位數乘以 3 再加上 10，然後交換它的個位與十位，最後得到的是 95、96、97、98、99 之中的一個整數，請問原來的兩位數是多少？

- (A) 21 (B) 22 (C) 23 (D) 24 (E) 25

【參考解法 1】

逆推回去，交換 95、96、97、98、99 的個位與十位，再減 10，得到的數分別為 49、59、69、79、89，這些數中只有 69 是 3 的倍數，故原來的兩位數是 $69 \div 3 = 23$ 。故選 C。

【參考解法 2】

將一個兩位數乘以 3 再加上 10，則所得的數除以 3 所得的餘數為 1。將這個數的個位與十位交換後所得的數除以 3 所得的餘數仍然為 1。在 95、96、97、98、99 這些數中只有 97 除以 3 所得的餘數為 1，故原來的兩位數是 $(79 - 10) \div 3 = 23$ 。故選 C。

答案：(C)

5. 某年的一月份共有 4 個星期六與 5 個星期日，請問這年的 1 月 17 日是星期幾？

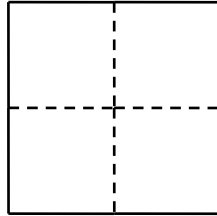
- (A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四 (E) 五

【參考解法】

一月份有 31 天，一共四個星期多出三天，而共有 4 個星期六與 5 個星期日，故該月第一天為星期日，因此 1 月 17 日是星期二。故選 B。

答案：(B)

6. 一個正方形的周長為 48 cm，將它沿虛線剪成四個全等的小正方形，如下圖所示，請問這四個小正方形的周長總和為多少 cm？



【參考解法 1】

正方形的周長是 48 cm，故它的每條邊長為 12 cm，剪成四個小正方形後，每個小正方形的邊長是 $12 \div 2 = 6$ cm，周長是 $6 \times 4 = 24$ cm，因此這四個小正方形的周長總和是 $24 \times 4 = 96$ cm。

【參考解法 2】

剪成四個小正方形後，這四個小正方形的周長總和比原大正方形的周長增加虛線部份的兩倍，即這四個小正方形的周長總和等於 $48 \times 2 = 96$ cm。

答案：96 cm

7. 小莉在三次購物時發現她每次正要付款時，錢包內的錢數正好等於所應付金額的五倍，完成這三次購物後她的錢包內還剩下 64 元，請問她在第一次購物前錢包內有多少錢？

【參考解法 1】

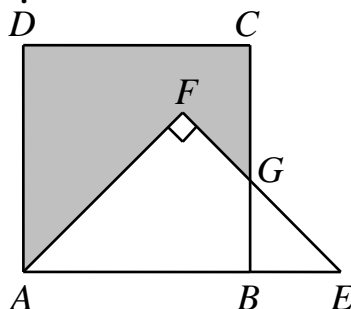
逆推回去，在第三次購物前她的錢包裡有 $64 \div 4 \times 5 = 80$ 元；第二次購物前她的錢包裡有 $80 \div 4 \times 5 = 100$ 元；故第一次購物前她的錢包裡有 $100 \div 4 \times 5 = 125$ 元。

【參考解法 2】

每次購物付完錢後她的錢包內剩餘的錢數正好等於此次購物前錢包內錢數的五分之四，故完成這三次購物後她的錢包內剩餘的錢數正好等於她在第一次購物前錢包內錢數的 $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{64}{125}$ 。故第一次購物前她的錢包裡有 $64 \div \frac{64}{125} = 125$ 元。

答案：125 元

8. 一個邊長為 10 cm 的正方形 ABCD 與一個斜邊長為 14 cm 的等腰直角三角形 AEF，其中點 E 在 AB 的延長線上， $\angle AFE = 90^\circ$ ，如下圖所示。請問圖中陰影部分的面積為多少 cm^2 ？



【參考解法 1】

可知 $BE = 14 - 10 = 4 \text{ cm}$ 且可判斷出 EBG 也是等腰直角三角形，因此它的面積等於 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ cm}^2$ ；而在等腰直角三角形 AEF 中，可知邊 AE 上的高之長度恰為邊 AE 之長度的一半，故其面積等於 $\frac{1}{2} \times 14 \times 7 = 49 \text{ cm}^2$ (或等腰直角三角形 AEF 的面積等於 $\frac{1}{4} \times AE \times AE = \frac{1}{4} \times 14 \times 14 = 49 \text{ cm}^2$)；再因 $ABCD$ 是邊長為 10 cm 的正方形，所以陰影部分的面積等於 $10 \times 10 - (49 - 8) = 59 \text{ cm}^2$ 。

【參考解法 2】

可知 $CG = CB - GB = CB - BE = CB - (AE - AB) = 10 - (14 - 10) = 6 \text{ cm}$ ，因為 AEF 為等腰直角三角形，所以 $\angle FAE = 45^\circ$ ，即點 F 在正方形的對角線上，且 CFG 也是等腰直角三角形，因此陰影部分的面積等於三角形 ACD 與三角形 CFG 的面積之和，即 $\frac{1}{2} \times 10 \times 10 + \frac{1}{4} \times 6 \times 6 = 59 \text{ cm}^2$ 。

答案：59 cm²

9. 某班有 40 位學生，其中會騎單車的有 23 位，會游泳的有 33 位，兩項運動都不會的有 5 位，請問這個班裡會騎單車但不會游泳的學生共有多少位？

【參考解法】

由題意可知，兩項運動至少會一項的有 $40 - 5 = 35$ 位。因此，兩項運動都會的有 $23 + 33 - 35 = 21$ 位。故只會騎單車不會游泳的學生共有 $23 - 21 = 2$ 位。

答案：2 位

10. 一列全長為 300 m 的火車以每秒 30 m 的速度通過一座長度為 1500 m 的橋，請問這列火車從剛上橋到全部離開橋需費時多少秒？

【參考解法】

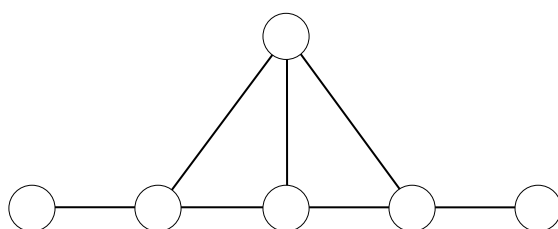
這列火車從剛上橋到離開橋所行駛路程等於橋長加上火車全長，也就是路程為 $1500 + 300 = 1800 \text{ m}$ 。所以火車從剛上橋到全部離開橋需費時 $1800 \div 30 = 60$ 秒。

答案：60 秒

【評註】

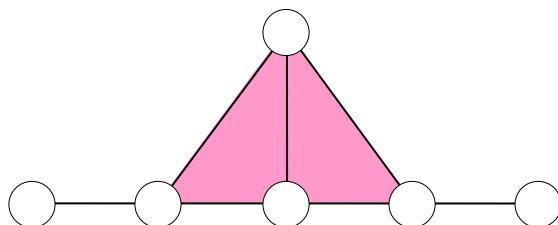
火車過橋問題的特點是：過橋的時間是不僅與橋長有關，而且還與火車的全長有關。

11. 用紅、黃、藍、黑四種顏色將如下圖所示的六個圓圈全都塗色，要求每個圓圈只塗一種顏色，且每條線段兩端的圓圈內所塗的顏色都不相同，請問總共有多少種不同的塗色方法？(圖形翻轉後相同的塗色方法視為不相同。)



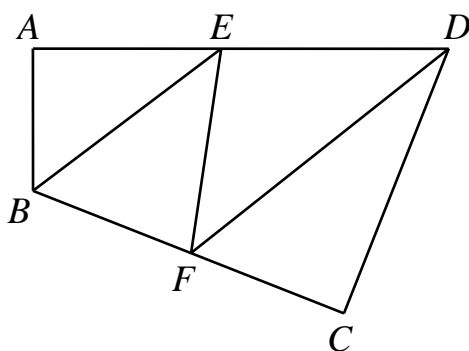
【參考解法】

關注中間三角形區域的四個圓圈，底下三個圓圈所塗的顏色都與頂端圓圈所塗的顏色不相同。底下兩側的兩個圓圈所塗的顏色都與底下中央的圓圈所塗的顏色不相同。因此頂端圓圈所塗的顏色有四種選擇，底下中央的圓圈所塗的顏色有三種選擇，底下右側的兩個圓圈所塗的顏色有二種選擇，底下左側的兩個圓圈所塗的顏色也有二種選擇。最後，全圖左右兩個圓圈所塗的顏色各有三種選擇，因此全圖六個圓圈總共有 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 432$ 種不同的塗法。



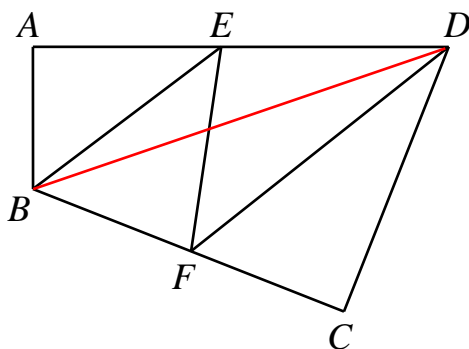
答案：432 種

12. 在四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$ ，點 E 、 F 分別在邊 AD 、 BC 上且 $AB = 5\text{cm}$ 、 $CD = 10\text{cm}$ 、 $DE = 8\text{cm}$ 、 $BF = 6\text{cm}$ ，如下圖所示。若三角形 BEF 的面積比三角形 DEF 的面積少 4cm^2 ，請問三角形 DEF 的面積為多少 cm^2 ？



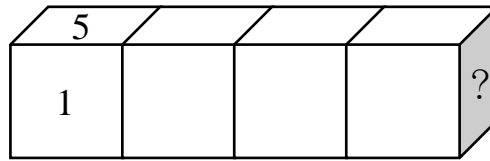
【參考解法】

連接 BD 。可知三角形 BDE 的面積為 $\frac{1}{2} \times DE \times AB = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 = 20\text{cm}^2$ 、三角形 BFD 的面積為 $\frac{1}{2} \times BF \times CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 = 30\text{cm}^2$ 。因此三角形 BEF 的面積與三角形 DEF 的面積之和為 $20 + 30 = 50\text{cm}^2$ ，又因為三角形 DEF 的面積與三角形 BEF 的面積之差為 4cm^2 ，故三角形 DEF 的面積為 $(50 + 4) \div 2 = 27\text{cm}^2$ 。



答案：27 cm^2

13. 將 1、2、3、4、5、6 這六個數不重複地分別寫在每個正立方體的六個面上，且任意兩個相對面上的數之和等於 7，將四個正立方體如下圖所示連接在一起，相鄰兩個正立方體相連接的面上數之和等於 8，請問圖中“？”處的數是多少？



【參考解法】

由於每個正立方體任意兩個相對面上數之和等於 7，所以 1 與 6 相對、2 與 5 相對、3 與 4 相對，則左邊第一個正立方體右側面上的數可以是 3 或 4；若該數是 3，則第二個正立方體左側面的數是 5，右側面的數是 2；第三個正立方體左側面的數是 6，右側面的數是 1；第四個正立方體左側面的數是 7，矛盾。因此左邊第一個正立方體右側面的數是 4，則第二個正立方體左側面的數是 4，右側面的數是 3；第三個正立方體左側面的數是 5，右側面的數是 2；第四個正立方體左側面的數是 6，可得右邊第一個正立方體右側面的數是 1。

答案：1

14. 一隻老鼠從左上角標有“T”的小方格開始，按照“IMAS2019”的路徑從一個小方格走到下一個有公共邊的小方格，請問行走這八個小方格的不同路徑總共有多少條？

I	M	A	S	
M	A	S	2	0
A	S	2	0	1
S	2	0	1	9
	0	1	9	

【參考解法】

下面表格中的每個數表示到達該小方格的路徑數，該數可以通過遞歸得出：每個正方形用先前已經填入數的相鄰正方形內的數之和填入。從表格中可知，長度為八的不同路徑總共有 $34 + 34 = 68$ 條。

1	1	1	1	
1	2	3	4	4
1	3	6	10	14
1	4	10	20	34
	4	14	34	

答案：68 條

【評分標準】

計算出到達標有 2 的小方格之路徑數 $4+6+4=14$ ，給 5 分。

計算出到達標有 0 的小方格之路徑數 $4+10+10+4=28$ ，再給 5 分。

計算出到達標有 1 的小方格之路徑數 $14+20+14=48$ ，再給 5 分。

計算出到達標有 9 的小方格之路徑數 $34+34=68$ ，再給 5 分。

15. 一個無限項的數列按一定規律排列如下：

1、2、3、5、8、3、1、4、5、9、4、...

從第三個數起，每一個數都等於它前面緊鄰的兩個數的和之個位數碼。請問這個數列中的第 2019 項是什麼？

【參考解法 1】

當考慮這個數列中的數除以一个固定的數時，它的餘數會出現一個循環的模式。因 $10=2\times 5$ ，故現分別考慮除以 2 以及除以 5 的情況。

觀察除以 2 之後所得的餘數，其模式為 1、0、1、1、0、1、1、0、1、...，其循環周期為 3。

觀察除以 5 之後所得的餘數，其模式為 1、2、3、0、3、3、1、4、0、4、4、3、2、0、2、2、4、1、0、1、1、2、3、0、.....，其循環周期為 20。

因為 2019 除以 3 的餘數為 1，所以這個數列中的第 2019 項除以 2 的餘數為 1。

因為 2019 除以 20 的餘數為 19，所以這個數列中的第 2019 項除以 5 的餘數為 0。

這個數列中的第 2019 項是一個除以 2 的餘數為 1 且除以 5 的餘數為 0 的一個數碼，所以這個數為 5。

【參考解法 2】

這個數列中的各項為 1、2、3、5、8、3、1、4、5、9、4、3、7、0、7、7、4、1、5、6、1、7、8、5、3、8、1、9、0、9、9、8、7、5、2、7、9、6、5、1、6、7、3、0、3、3、6、9、5、4、9、3、2、5、7、2、9、1、0、1、1、2、3、5、8、3、1、4、5、9、.....

發現它會出現循環周期為 60 的模式。因 $2019=60\times 33+39$ ，故第 2019 項會與第 39 項的數碼相同，所以這個數為 5。

答案：5

【評註】

此數列為費波那契數列的個位數碼，其循環周期為 60。

【評分標準】

發現這個數列奇偶性的周期，給 5 分。

發現這個數列除以 5 的餘數 20 為週期循環出現，再給 5 分。

(或發現這個數列以 60 為週期循環出現，給 10 分)

給出正確答案沒有理由，給 10 分。