

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

第二章 整式的加減

一、整式

2.1 代數式

在小學裡我們已經知道，可以用字母表示數。例如：長方形的面積可以寫成

$$S = ab,$$

這裡字母 S 表示長方形的面積，字母 a 、 b 分別表示長方形的長與寬。

我們知道，數的運算律可以用字母簡明地寫成：

加法交換律 $a + b = b + a$ ；

加法結合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$ ；

乘法交換律 $ab = ba$ ；

乘法結合律 $(ab)c = a(bc)$ ；

分配律 $a(b + c) = ab + ac$ 。

這裡字母 a 、 b 、 c 表示任意的有理數。

在代數裡，我們通常用字母表示數。

例如，汽車每小時走 40 km，那麼 2 小時、2.5 小時、 $1\frac{3}{4}$ 小時所走的 km 數就分別是：

$$40 \times 2, 40 \times 2.5, 40 \times 1\frac{3}{4}。$$

如果用字母 t 表示汽車行駛的小時數，那麼汽車所走的 km 數就是

$$40t。$$

如果用字母 v 表示汽車每小時所走的 km 數、 t 表示汽車行駛的小時數，那麼汽車所走的 km 數就是

$$vt。$$

從上面的例子可以看出來，用字母表示數，能夠把數量或數

量關係一般地而又簡明地表達出來。

在上面的一些例子裡，我們得到許多含有字母的式子，如 ab 、 $a + b$ 、 $40t$ 、 vt 等等。像這樣用運算符號²把數或表示數的字母連結而成的式子，叫作**代數式**。

單獨一個數或一個字母，像 -31 、 0 、 x ，也是代數式。

代數式裡的每個字母都表示數，因此，數的一些運算規律也適用於代數式。

用代數式表示一些數量或數量關係，對以後的學習非常重要。

【例 1】 用代數式表示：

(1) x 與 5 的差；

(2) b 除以 8 的商；

(3) x 的 $\frac{1}{3}$ ；

(4) y 的 50% 。

解 (1) $x - 5$ ； (2) $\frac{b}{8}$ ； (3) $\frac{1}{3}x$ ； (4) $\frac{50}{100}y$ 。

【例 2】 根據圖 2-1，求長方形的周長 l 。

解 $l = a \times 2 + b \times 2 = 2a + 2b$ 。

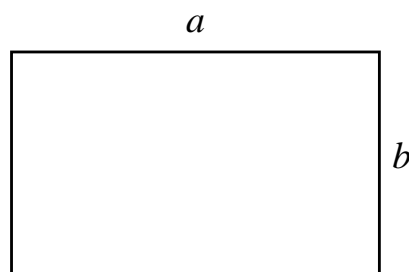


圖 2-1

注意：數與表示數的字母相乘時，如果省略乘號，應當把數寫在字母的前面，如 $a \times 2$ 應寫成 $2a$ 。

練習

1. 用代數式表示：

(1) 15 與 S 的和；

(2) x 與 3 的差；

(3) a 乘以 15 的積；

(4) a 除以 15 的商；

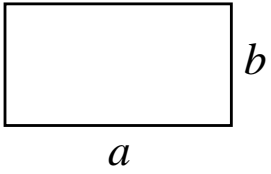
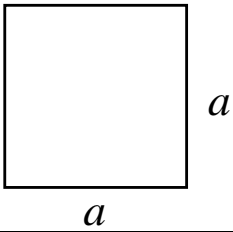
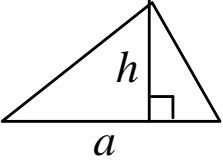
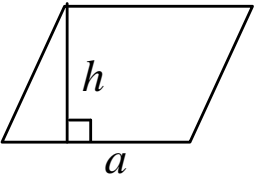
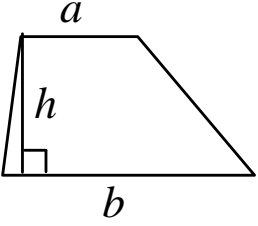
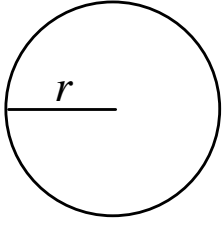
(5) y 的 70% ；

(6) d 的 a 倍之 $\frac{2}{3}$ ；

² 這裡的運算是指加、減、乘、除、乘方、開方。開方運算以後再講。

練習

2. 填寫下表：

名稱	圖形	文字表示的公式	字母的意義	字母表示的公式
長方形		周長 = 長 \times 2 + 寬 \times 2 面積 = 長 \times 寬	l : 周長 s : 面積 a : 長 b : 寬	$l = 2a + 2b$ $s = ab$
正方形		周長 = 邊長 \times 4 面積 = 邊長 ²	l : 周長 s : 面積 a : 邊長	
三角形		面積 = $\frac{1}{2}$ \times 底 \times 高	s : 面積 a : 底 h : 高	
平行四邊形		面積 = 長 \times 高	s : 面積 a : 底 h : 高	
梯形		面積 = $\frac{1}{2}$ \times (上底 + 下底) \times 高	s : 面積 a : 上底 b : 下底 h : 高	
圓		周長 = 2 \times 圓周率 \times 半徑 面積 = 圓周率 \times 半徑 ²	c : 周長 s : 面積 π : 圓周率 r : 半徑	

【例 3】用代數式表示：

- (1) x 與 -1 的和之 $\frac{2}{5}$ ； (2) 比 a 的 $\frac{5}{9}$ 大 4 之數；
(3) 比 m 的相反數少 5 之數；
(4) 比 n 的倒數大 2 之數。

解 (1) $\frac{2}{5}(x-1)$ ； (2) $\frac{5}{9}a+4$ ；
(3) $-m-5$ ； (4) $\frac{1}{n}+2$ 。

【例 4】設某數為 x ，用代數式表示：

- (1) 某數與 3 的和之 3 倍；
(2) 4 除以某數平方的商減 -5 之差。

解 (1) $3(x+3)$ ； (2) $\frac{4}{x^2}+5$ 。

【例 5】設甲數為 x ，乙數為 y ，用代數式表示：

- (1) 甲、乙兩數的平方和；
(2) 甲、乙兩數的和與甲、乙兩數的差之積。

解 (1) x^2+y^2 ； (2) $(x+y)(x-y)$ 。

【例 6】設甲數為 x ，用代數式表示乙數：

- (1) 乙數比甲數多 5； (2) 甲、乙兩數的和為 16。

解 (1) $x+5$ ； (2) $16-x$ 。

練習

1. 用代數式表示：

- (1) a 與 -8 的差之 2 倍； (2) x 的 5% 與 y 的 6% 之和；
(3) 比 x 的倒數小 8 之數； (4) 比 a 的 $\frac{3}{4}$ 多 b 之數。

練習

- 設某數為 x ，用代數式表示：
 - 某數的 8 倍與 7 之和；
 - 某數的立方與 -3 之差；
 - 5 與某數的差之 2 倍；
 - 某數除以 2 的商與 7 之差。
- 用代數式表示：
 - a 與 b 的和乘以 c ；
 - a 與 b 的差之平方；
 - a 、 b 兩數的平方差；
 - a 、 b 的積除以 a 、 b 的差。
- 設甲數為 x ，乙數為 y ，用代數式表示：
 - 甲數與乙數的和之絕對值；
 - 甲數的 2 倍與乙數之和乘以甲數的 2 倍與乙數之差。
- 設甲數為 x ，用代數式表示乙數：
 - 乙數比甲數 2 倍少 6；
 - 甲、乙兩數的差為 15。

【例 7】如圖 2-2，陰影區域的外正方形之邊長是 a cm，內正方形的邊長是 b cm。用代數式表示陰影區域的面積。

解 邊長是 a cm 的正方形面積是 a^2 cm^2 ；邊長是 b cm 的正方形面積是 b^2 cm^2 。所以陰影區域的面積是 $(a^2 - b^2)$ cm^2 。

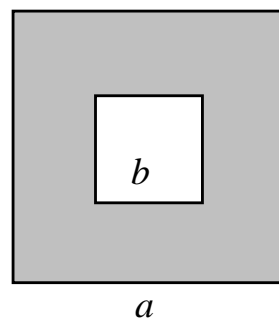


圖 2-2

【例 8】甲、乙兩地之間公路全長 245 km，從甲地乘汽車到乙地，每小時走 v km，用代數式表示：

- 汽車從甲地到乙地需要走多少小時？
- 如果每小時加快 3 km，需要走多少小時？
- 加快速度後可以早到多少小時？

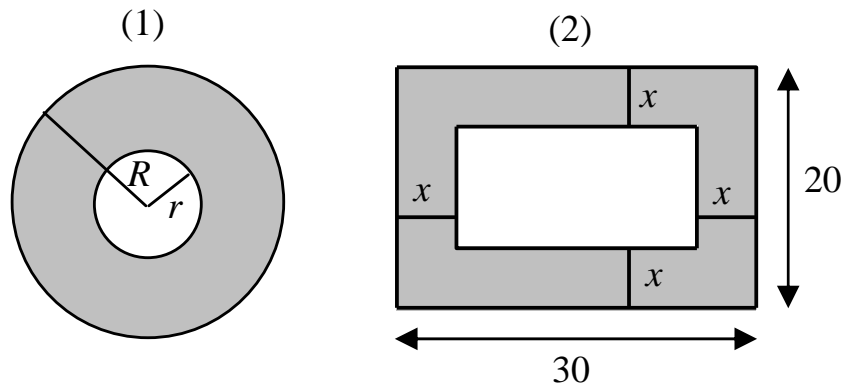
解

- 汽車從甲地到乙地需要走 $\frac{245}{v}$ 小時；
- 如果每小時加快 3 km，需要走 $\frac{245}{v+3}$ 小時；

(3) 加快速度後可以早到 $\left(\frac{245}{v} - \frac{245}{v+3}\right)$ 小時。

練習

1. 寫出表示下列各種零件斷面(陰影部分)面積的代數式：



第 1 題

2. 某農莊有 m 畝水稻要收割，原計畫每天收割 S 畝，雇工來支援後，每天多收割 50 畝。用代數式表示：
 - (1) 按原計畫多少天割完？
 - (2) 雇工支援後，多少天割完？
 - (3) 雇工支援後，提早多少天割完？
3. 某班同學共 50 人，有五分之四的同學每人做好事 a 件，其餘同學每人做好事比 a 件多一件，用代數式表示全班同學共做好事多少件。

【例 9】用代數式表示：

- (1) 含鹽 18% 的鹽水 a kg，其中含純鹽多少 kg？
- (2) 濃度為 75% 的酒精溶液 x g，其中含純酒精多少 g？
含水多少 g？

說明：「含鹽 18% 的鹽水」，就是指 1 kg 這樣的鹽水中，含純鹽 $\frac{18}{100}$ kg；
「濃度為 75% 的酒精溶液」，就是指 1 g 這樣的酒精溶液中，含純酒精 $\frac{75}{100}$ g。

解

(1) a kg 這樣的鹽水中，其中含純鹽 $\frac{18}{100}a$ kg；

(2) x g 這樣的酒精溶液中，其中含純酒精 $\frac{75}{100}x$ g，含

$$\text{水} \left(x - \frac{75}{100}x \right) = \frac{25}{100}x \text{ g}。$$

練習

1. 用代數式表示：

(1) 含鹽 25% 的鹽水 m kg，含純鹽多少 kg？含水多少 kg？

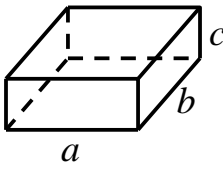
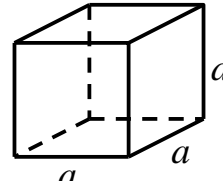
(2) 濃度為 72% 的糖水溶液 y kg，含純糖多少 kg？含水多少 kg？

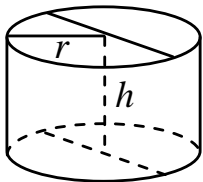
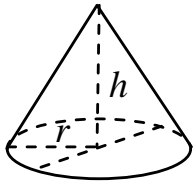
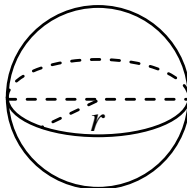
2. 某農莊原有稻田 260 畝，現在比原來增加 75%，現有稻田多少畝？

3. 稻穀的出米率一般是 72%，現有稻穀 $(G + 10)$ kg，能加工出白米多少 kg？

習題七

1. 填寫下表

名稱	圖形	文字表示的公式	字母的意義	字母表示的公式
長方體		體積 = 長 × 寬 × 高	V ：體積 a ：長 b ：寬 c ：高	
正方體		體積 = 稜長 ³	V ：體積 a ：稜長	

名稱	圖形	文字表示的公式	字母的意義	字母表示的公式
圓柱		體積 = 底面積 × 高	V : 體積 r : 底半徑 h : 高	
圓錐		體積 = $\frac{1}{3}$ × 底面積 × 高	V : 體積 r : 底半徑 h : 高	
球		體積 = $\frac{4}{3}\pi$ × 球半徑 ³	V : 體積 r : 球半徑	

2. 練習本每本售價 9 元，鉛筆每支售價 6 元。

- (1) 買 5 本練習本與 4 枝鉛筆共需多少元？
- (2) 買 2 本練習本與 y 枝鉛筆共需多少元？
- (3) 買 x 本練習本與 3 枝鉛筆共需多少元？
- (4) 買 x 本練習本與 y 枝鉛筆共需多少元？

3. 用代數式表示：

- (1) a 與 b 的和乘以 6 之積；
- (2) x 與 y 的積之 2 倍；
- (3) a 、 b 兩數的積與 1 之和；
- (4) a 與 5 的差除以 b 之商。

4. 用代數式表示：

- (1) x 的 $1\frac{1}{2}$ 倍與 7 之和；
- (2) y 的 b 倍之 $\frac{2}{3}$ ；
- (3) x 的相反數與 -2 之差；
- (4) a 與 b 的和除以 c 之商；
- (5) 比 x 與 y 的積大 13 之數；
- (6) 比 a 的 160% 少 108 之數；
- (7) a 除 b 的商與 c 的倒數之差；

(8) x 平方的 3 倍與 y 的 25% 之和；

(9) m 、 n 兩數的立方差；

(10) m 、 n 兩數差的立方。

5. 用代數式表示：

(1) 比 a 、 b 兩數的和之 2 倍大 c 的數；

(2) a 、 b 、 c 三數和的平方；

(3) 比 a 、 b 兩數的立方差之 3 倍小 c 的數；

(4) a 、 b 、 c 三數的立方和減去 a 、 b 、 c 三數的積。

6. 設某數為 x ，用代數式表示：

(1) 某數的平方之 2 倍與 13 之和；

(2) -3 的絕對值與某數的差之 3 倍；

(3) 某數與這個數的相反數之差；

(4) 某數的立方與 3 之差除以這個數的商。

7. 設甲數為 x ，乙數為 y ，用代數式表示：

(1) 甲、乙兩數乘積的 3 倍；

(2) 甲、乙兩數和的平方與甲、乙兩數差的平方之積；

(3) 甲數的 2 倍與乙數除以 3 之差；

(4) 甲、乙兩數的平方和與甲、乙兩數乘積之和。

8. 設甲數為 x ，用代數式表示乙數：

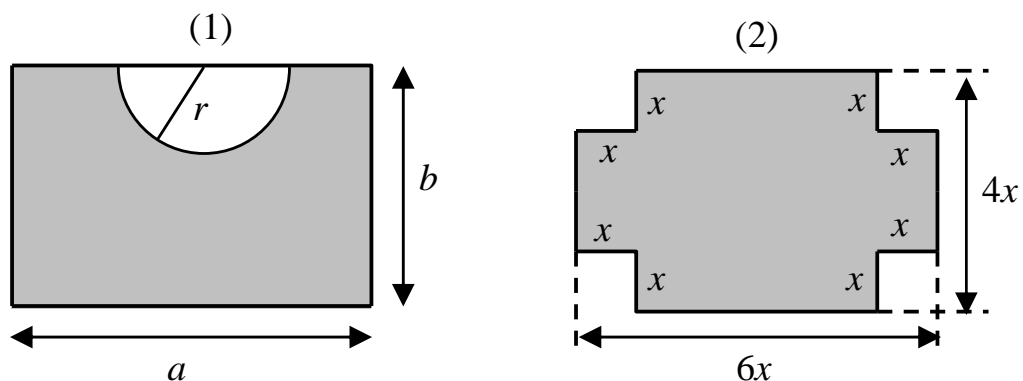
(1) 甲數比乙數少 10；

(2) 甲、乙兩數的和為 15；

(3) 甲數的 3 倍比乙數多 6；

(4) 甲的 2 倍比乙數少 9。

9. 用代數式表示下列圖中陰影部分的面積：



(第 9 題)

10. 某農莊有菜田 m 畝，計畫每畝施加化肥 a kg；有稻田 n 畝，計畫每畝施加化肥 b kg。用代數式表示共需化肥的 kg 數。
11. 某農莊稻米豐收，有 m 畝地每畝產稻米 a kg，另有 n 畝地每畝產稻米 b kg。用代數式表示平均每畝產量。
12. 某汽車廠八月份生產汽車 s 輛，九月份的產量是八月份的產量之 2 倍少 5 輛。用代數式表示九月份的產量。
13. 用耕耘機耕地 120 畝，原計畫每天耕 x 畝，需要幾天耕完？如果每天多耕 5 畝，需要幾天耕完？比原計畫提早幾天耕完？
14. 某工廠要製造 a 個成品，原計畫每天製造 b 個，要多少天完成？如果比原計畫多製造 d 個，可以提前幾天完成？
15. 某工廠原有工人 a 人，今年招募增加了一些工人，人數是原來工人人數的 6%，現在這家工廠共有多少工人？
16. 李先生每月薪水為 m 元，其中的 45% 繳納房租。用代數式表示李先生每月剩下的錢之元數。
17. 有濃度 20% 的鹽水 n kg。含純鹽多少 kg？含水多少 kg？
18. 某汽車廠 2013 年裝配的汽車數比 2012 年增加 5 倍，已知這個汽車廠 2012 年裝配的汽車是 q 輛，用代數式表示 2013 年裝配的汽車數。
19. 依次大 1 的正整數，如 14、15、16，叫作連續正整數。三個連續正整數裡，(1) 中間的數是 m ，用代數式表示其它兩個；(2) 最大的數是 n ，用代數式表示其它兩個。
20. 一列慢車由甲站開往乙站，每小時走 56 km；同時，一列快車由乙站開往甲站，每小時走 72 km。 t 小時後兩車相遇。用代數式表示甲、乙兩站之間的距離。

21. 有一個水池需要抽水，單獨用甲抽水機 a 小時可抽完，單獨用乙抽水機 b 小時可抽完。用代數式表示：
- (1) 單獨用甲抽水機，1 小時能完成任務的幾分之幾？
 - (2) 單獨用乙抽水機，1 小時能完成任務的幾分之幾？
 - (3) 同時開動甲、乙抽水機，1 小時能完成任務的幾分之幾？
22. 開挖一條渠道，甲工程隊單獨挖 a 天可以完成。甲工程隊挖了 3 天，餘下的由其他工程隊完成。用代數式表示餘下的任務。

2.2 代數式的值

我們知道，底是 a cm、高是 h cm 的三角形之面積，可用代數式

$$\frac{1}{2}ah \text{ (cm}^2\text{)}$$

來表示。現在，我們根據這個代數式來計算下面三個三角形的面積(圖 2-3)。

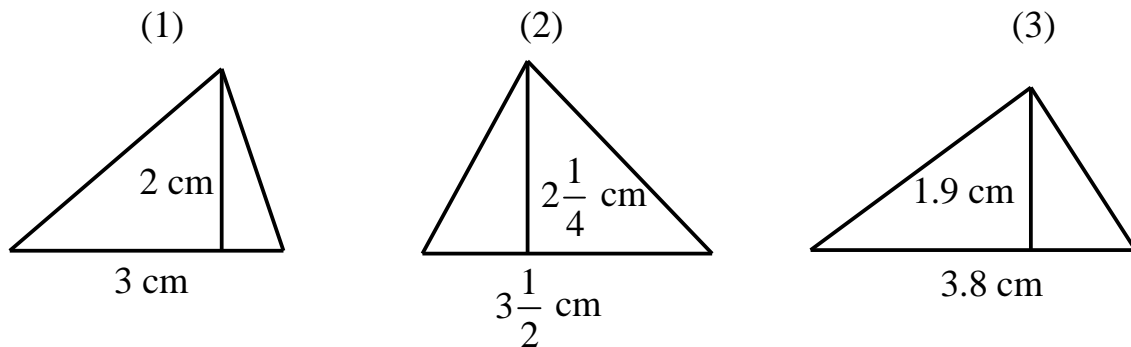


圖 2-3

在(1)中， $a = 3$ 、 $h = 2$ ，

$$\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3 ;$$

在(2)中， $a = 3\frac{1}{2}$ 、 $h = 2\frac{1}{4}$ ，

$$\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{63}{16} = 3\frac{15}{16} ;$$

在(3)中， $a = 3.8$ 、 $h = 1.9$ ，

$$\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \times 3.8 \times 1.9 = 3.61。$$

所以三個三角形的面積分別是 3 cm^2 、 $3\frac{15}{16} \text{ cm}^2$ 、與 3.61 cm^2 。

用數值代替代數式裡的字母，計算後所得的結果，叫作**代數式的值**。

從上面的例子中可以看到，改變字母 a 、 h 所取的值時，代數式 $\frac{1}{2}ah$ 的值也就隨著改變。因此，代數式的值是由代數式裡字母所取的值確定的。

代數式裡的字母，雖然可以取各種不同的數值，但是這些數值不應當使代數式與它所表示的實際數量失掉意義。例如，上例中的代數式 $\frac{1}{2}ah$ ，由於它所表示的是三角形之面積，所以 a 與 h 都不能取負數或零。又如，在代數式 $\frac{12}{x}$ 裡，因為零不能做除數，所以 x 不能取零。

【例 1】 根據下面所給 x 的值，求代數式 $-2x+5$ 的值：

- (1) $x = 4$ ； (2) $x = 0$ ； (3) $x = -5$ 。

解

- (1) 當 $x = 4$ 時， $-2x+5 = -2 \times 4 + 5 = -3$ ；
(2) 當 $x = 0$ 時， $-2x+5 = -2 \times 0 + 5 = 5$ ；
(3) 當 $x = -5$ 時， $-2x+5 = -2 \times (-5) + 5 = 15$ 。

從例 1 可以看出，當我們給 x 一個值，代數式 $-2x+5$ 就取得一個確定的值(圖 2-4)。

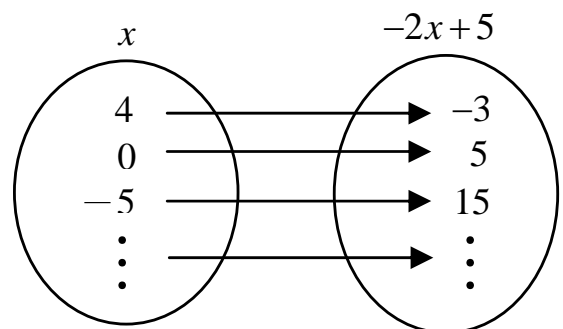


圖 2-4

練習

填表：

x	-2	-1	0	1	2
$4x-5$	-13				
x^2+2			2		

【例 2】 求 $a = -2$ 時，代數式 $2a^3 - \frac{1}{2}a^2 + 3$ 的值。

解 當 $a = -2$ 時，

$$\begin{aligned} 2a^3 - \frac{1}{2}a^2 + 3 &= 2 \times (-2)^3 - \frac{1}{2} \times (-2)^2 + 3 \\ &= -16 - 2 + 3 \\ &= -15 \end{aligned}$$

【例 3】 當 $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = -2$ 時，求下列代數式的值：

(1) $2x^2 - y + 3$; (2) $\frac{4x - 2y}{xy}$ 。

解 (1) 當 $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = -2$ 時，

$$\begin{aligned} 2x^2 - y + 3 &= 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - (-2) + 3 \\ &= 5\frac{1}{2} \end{aligned}$$

(2) 當 $x = \frac{1}{2}$ 、 $y = -2$ 時，

$$\frac{4x - 2y}{xy} = \frac{4 \times \frac{1}{2} - 2 \times (-2)}{\frac{1}{2} \times (-2)} = \frac{2 + 4}{-1} = -6 。$$

【例 4】當 (1) $x = -5$ 、 $y = 3$ 時； (2) $x = 5$ 、 $y = -3$ 時，求代數式

$$|x| + |y| - 2|x| \cdot |y|$$

的值。

解

(1) 當 $x = -5$ 、 $y = 3$ 時，

$$\begin{aligned} |x| + |y| - 2|x| \cdot |y| &= |-5| + |3| - 2|-5| \cdot |3| \\ &= 5 + 3 - 2 \times 5 \times 3 \\ &= -22 \end{aligned}$$

(2) 當 $x = 5$ 、 $y = -3$ 時，

$$\begin{aligned} |x| + |y| - 2|x| \cdot |y| &= |5| + |-3| - 2|5| \cdot |-3| \\ &= 5 + 3 - 2 \times 5 \times 3 \\ &= -22 \end{aligned}$$

練習

- 求 $x = -2$ 時，代數式 $x^3 - 3x^2 + 2x + 7$ 的值。
- 當 $x = -3$ 、 $y = 4$ 時，求代數式 $x^2 + 3xy - y^2 - 5$ 的值。
- 求 $a = 2$ 、 $b = -1$ 、 $c = -1\frac{1}{2}$ 時，下列各代數式的值：
 - $a^2 - b^2 + 2bc$ ；
 - $\frac{2c}{a+b}$ 。
- 當 $x = -3$ 、 $y = 4$ 時，求下列各代數式的值：
 - $|x| + 3|y|$ ；
 - $|x + 3y|$ 。

【例 5】圖 2-5 中的渠道橫斷面是梯形，用代數式表示它的面積，並計算當 $a = 2.8$ 、 $b = 0.8$ 、 $h = 1$ (單位：m) 時，渠道橫斷面的面積。

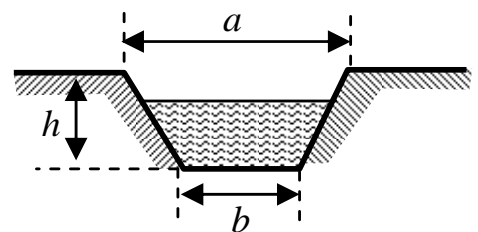


圖 2-5

解

因為渠道的橫斷面是梯形，它

的兩底分別是 a 、 b ，高是 h ，所以，表示渠道橫斷面面積的代數式是

$$\frac{1}{2}(a+b)h。$$

當 $a = 2.8$ 、 $b = 0.8$ 、 $h = 1$ 時，

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(a+b)h &= \frac{1}{2}(2.8+0.8) \times 1 \\ &= \frac{1}{2} \times 3.6 \times 1 \\ &= 1.8\end{aligned}$$

答：渠道橫斷面的面積是 1.8 m^2 。

【例 6】工人常把圓柱形鋼管堆成如圖 2-6 (1) 的形狀，下面一層比上面一層多放一根。只要數出頂層의 根數 a 、底層的根數 b 與層數 n ，就可用公式 $\frac{n(a+b)}{2}$ 算出這堆鋼管的根數。計算當 $n = 6$ 、 $a = 4$ 、 $b = 8$ 時，這堆鋼管的根數。

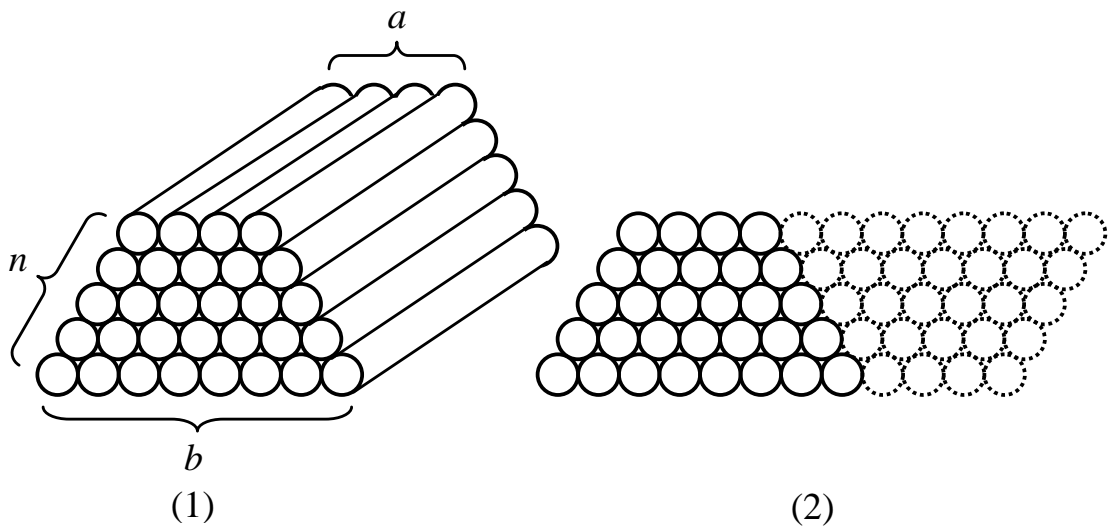


圖 2-6

解

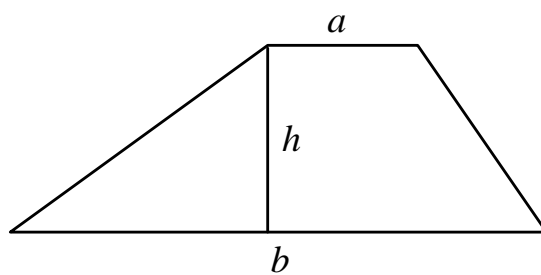
當 $n = 6$ 、 $a = 4$ 、 $b = 8$ 時，

$$\frac{n(a+b)}{2} = \frac{6 \times (4+8)}{2} = 36。$$

答：當 $n = 6$ 、 $a = 4$ 、 $b = 8$ 時，有 36 根鋼管。

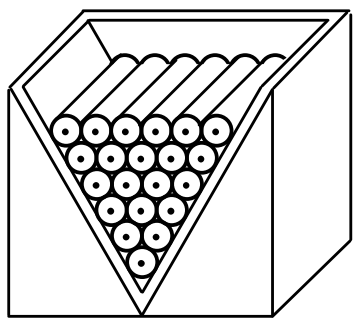
練習

1. 堤壩的橫截面是梯形，尺寸如圖所示(單位：m)，用代數式表示它的面積。當 $a = 2$ 、 $b = 13$ 、 $h = 3$ 時，計算它的面積。

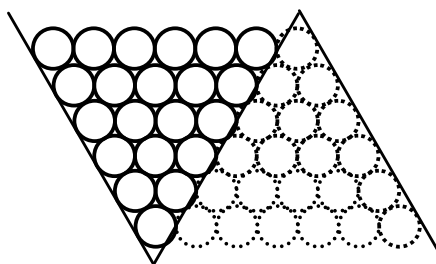


(第1題)

2. 有一種放鉛筆的V形槽盒如圖所示，第一層放1支，第二層放2支，依次每層增放1支。只要數一數頂層的支數 n ，就可用公式 $\frac{n(n+1)}{2}$ 算出槽盒內鉛筆的支數。分別計算當 $n=6$ 、 $n=11$ 時，槽盒內鉛筆的支數。



(1)



(2)

(第2題)

習題八

1. 根據下面所給 x 的值，求代數式 $\frac{3}{5}x - 3$ 的值：

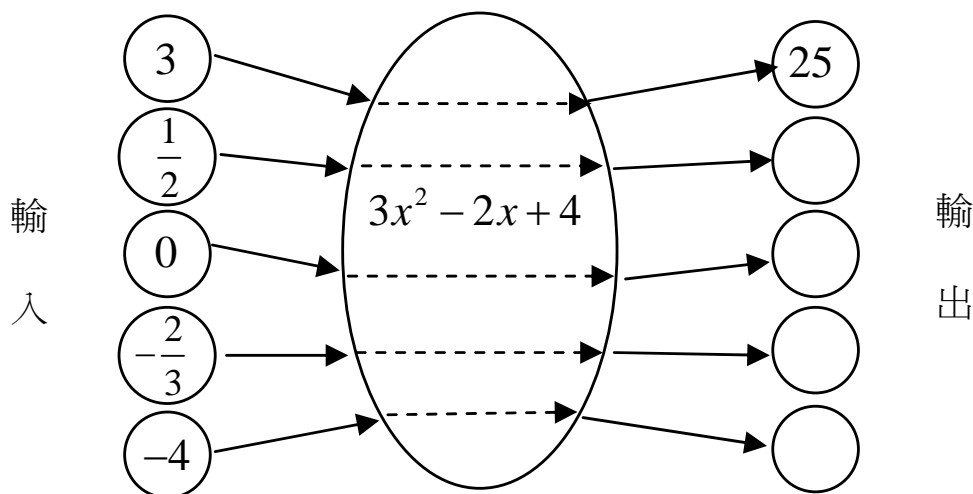
(1) $x = 5$; (2) $x = 1\frac{1}{5}$; (3) $x = 0$;

(4) $x = -1$; (5) $x = -2\frac{1}{2}$ 。

2. 根據下面所給 a 的值，求代數式 $3a^3 - 2a^2 + a + 5$ 的值：

(1) $a = 2$; (2) $a = 0$; (3) $a = -1$; (4) $a = \frac{1}{3}$ 。

3. 用 x 表示輸入數，求下列輸出數：



(第3題)

4. 當 $x = -1$ 、 $y = 6$ 時，求下列各代數式的值：

- (1) $3x + 2y$; (2) xy^2 ; (3) $(xy)^2$;
 (4) $x + y^2$; (5) $(x + y)^2$ 。

5. 當 $x = -1$ 、 $y = 6$ 時，求下列各代數式的值：

- (1) $\frac{x+y}{x-y}$; (2) $\frac{x^2-y^2}{xy-y}$; (3) $\frac{x^2+y^2}{x+y}$; (4) $\frac{x^3-y^3}{x-y}$ 。

6. 當 $a = 2$ 、 $b = -3$ 、 $c = -1$ 時，求下列各代數式的值：

- (1) $3a - 4b + c$; (2) $b^2 - 4ac$;
 (3) $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$; (4) $\frac{c}{a+b}$;
 (5) $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$; (6) $(a-b)(b-c)(c-a)$ 。

7. 填寫下面的表：

x	-4	$-3\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{2}{3}$	0	$1\frac{2}{3}$	2	$3\frac{1}{2}$	4
$ x $									
$ x-1 -3$									
x^2+1									
x^2-x+1									

8. 當 $m = 25.87$ 、 $n = 19.04$ 時，計算下列代數式的值：
- (1) $m^2 - n^2$ ； (2) $m^3 + n^3$ 。
9. 取 $\pi = 3.14$ ，計算直徑為 $D = 69.5$ cm 的球之體積 V (結果保留兩位有效數字，球的體積公式是 $V = \frac{1}{6}\pi D^3$)。
10. (1) 一切偶數可以用 $2n$ (n 為整數) 表示，當 $n = 0、1、2、3$ 時，依次求出這些偶數。
(2) 一切奇數可以用 $2n + 1$ (n 為整數) 表示，當 $n = 0、1、2、3$ 時，依次求出這些偶數。
11. 如果芒果樹的穴距為 a m，行距為 b m，那麼每畝芒果樹的穴數是 $\frac{600000}{ab}$ 。計算當 $a = 4$ 、 $b = 5$ 時，每畝芒果樹的穴數。
12. 有 m 支球隊進行單循環比賽(每一支參加比賽的隊伍都與其他各隊恰比賽一次)，總共比賽的場數是用代數式 $\frac{m(m-1)}{2}$ 計算的。現在有 4 支球隊進行比賽，總共比賽幾場？8 支球隊呢？10 支球隊呢？
13. 電燈的瓦數是 a ，那麼 t 小時的用電量是 $\frac{at}{1000}$ 度。如果平均每
天用電 3 小時，用一個 25 瓦的燈泡比一個 40 瓦的燈泡每月(以 30 天計算)可節約多少度電？
14. 有一座圓柱形糧倉，內圓半徑是 2.5 m，儲糧高為 3.5 m。試根據圓柱體的體積公式 $V = \pi r^2 h$ ，求出這一座糧倉能儲存稻穀多少 kg (每 m^3 的稻穀約重 1150 kg)。
-
-

2.3 整式

看下面的代數式：

$$2x, -\frac{3}{4}a^2, \frac{4x^2y^3}{7}, ab^3, -x^2yz。$$

這些代數式，都是數與字母的積，這樣的代數式叫作**單項式**。單獨一個數或字母，如 -5 、 x ，也是單項式。

單項式 $2x$ 中的數字因數是 2 ， $-\frac{3}{4}a^2$ 中的數字因數是 $-\frac{3}{4}$ ，

$\frac{4x^2y^3}{7}$ (可以看作 $\frac{4}{7}x^2y^3$)中的數字因數是 $\frac{4}{7}$ 。單項式中的數字因數

叫作單項式(或字母因數)的**數字係數**，簡稱**係數**。 $2x$ 、 $-\frac{3}{4}a^2$ 、

$\frac{4x^2y^3}{7}$ 的係數分別是 2 、 $-\frac{3}{4}$ 、 $\frac{4}{7}$ 。

當一個單項式的係數是 1 或 -1 時。「 1 」通常略去不寫。例如， $1ab^3$ 寫成 ab^3 ， $-1x^2yz$ 寫成 $-x^2yz$ 。

單項式 $2x$ 中，字母 x 的指數是 1 ； $-\frac{3}{4}a^2$ 中，字母 a 的指數是 2 ； $\frac{4x^2y^3}{7}$ 中，字母 x 與 y 的指數之和是 $2+3=5$ ； $-x^2yz$ 中，字母 x 、 y 、 z 的指數之和是 $2+1+1=4$ 。一個單項式中，所有字母的指數之和叫作這個**單項式的次數**。例如， $2x$ 是一次單項式， $-\frac{3}{4}a^2$ 是二次單項式， $\frac{4x^2y^3}{7}$ 是五次單項式， $-x^2yz$ 是四次單項式。

練習

1. (口答) 下列代數式，哪些是單項式？哪些不是？

$$-2x^3, ab, 1+x, \frac{4ab^2}{5}, -y, 6x^2 - \frac{1}{2}x + 7。$$

2. 下列單項式各是幾次單項式？它們的係數各是什麼？

$$8x, -2a^2bc, xy^2, -t^2, \frac{3x^2y}{10}, \frac{5}{7}vt, -10xyz。$$

再來看下面的代數式：

$$4x-5、6x^2-\frac{1}{2}x+7、a^2+ab+b^2。$$

在這些代數式中， $4x-5$ 是單項式 $4x$ 與 -5 的和， $6x^2-\frac{1}{2}x+7$ 是單項式 $6x^2$ 、 $-\frac{1}{2}x$ 與 $+7$ 的和， a^2+ab+b^2 是單項式 a^2 、 $+ab$ 與 $+b^2$ 的和。

幾個單項式的和叫作**多項式**。在多項式中，每個單項式叫作多項式的**項**。例如，多項式 $6x^2-\frac{1}{2}x+7$ 中， $6x^2$ 、 $-\frac{1}{2}x$ 、 $+7$ 都是它的項。要特別注意項的符號。如多項式 $6x^2-\frac{1}{2}x+7$ 中的第二項是 $-\frac{1}{2}x$ ，不是 $\frac{1}{2}x$ 。

一個多項式，含有幾項，就叫幾項式。例如， $4x-5$ 是二項式， $6x^2-\frac{1}{2}x+7$ 、 a^2+ab+b^2 都是三項式。

多項式裡，次數最高的項之次數，就是這個多項式的**次數**。例如， $4x-5$ 是一次二項式， $6x^2-\frac{1}{2}x+7$ 、 a^2+ab+b^2 都是二次三項式。

多項式裡，不含字母的項叫作**常數項**。例如，在多項式 $4x-5$ 裡， -5 是常數項，在多項式 $6x^2-\frac{1}{2}x+7$ 裡， $+7$ 是常數項。

為了計算方便，我們可以根據加法交換律，把一個多項式的各項按照某一個字母的指數從大到小(或從小到大)的順序來排列。例如，多項式

$$x^3+5x-6-4x^2$$

可以按字母 x 的指數從大到小的順序把它寫成

$$x^3-4x^2+5x-6，$$

或者按字母 x 的指數從小到大的順序把它寫成

$$-6 + 5x - 4x^2 + x^3。$$

按照某一個字母的指數從大到小來排列的多項式，叫作按這個字母的**降幂排列**。按照某一個字母的指數從小到大來排列的多項式，叫作按這個字母的**升幂排列**。例如，把多項式

$$3x^2y + 4xy^2 - x^3 - 5y^3$$

按 y 的升幂排列，就得到

$$-x^3 + 3x^2y + 4xy^2 - 5y^3，$$

而按 y 的降幂排列，就得到

$$-5y^3 + 4xy^2 + 3x^2y - x^3。$$

單項式與多項式統稱**整式**。

練習

1. (口答) 下列代數式，哪些是多項式？哪些不是？為什麼？

$$\frac{3}{5}x - x^2 + 1、3ab + \frac{a}{b}、\frac{a+c}{b}、a^2 + 2ab + b^2、$$

$$x^2 - y^2、3x - \frac{1}{3}、8x + y。$$

2. (口答) 下列多項式各由哪些項組成？各是幾次多項式？

$$2x - 8、a + b - c、-x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{3}{4}、x^2 - 2xy + y^2、$$

$$m^3 - 1、a^3 + ab + b。$$

3. (1) 按照 a 的降幂排列多項式 $a^4 - 7a + 6 + 3a^5 - 4a^3$ ；

(2) 按照 x 的升幂排列多項式 $3x^3y - y^4 + 5xy^3 - x^4$ 。

4. 先把下列多項式按照 x 的降幂排列，再按照 x 的升幂排列：

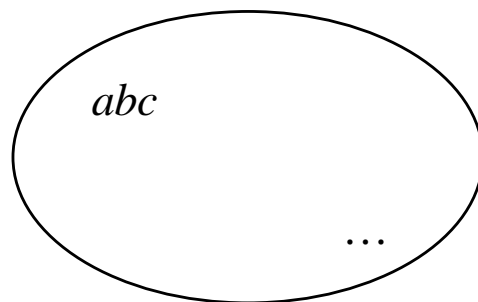
(1) $12x - 10x^2 + 8$ ； (2) $x^2 + y^2 + 2xy$ ；

(3) $3x^2y - 5xy^2 + y^3 - 2x^3$ ； (4) $6 + 2x^2 + 5x - 9x^5 + 7x^3$ 。

習題九

1. 下列整式中，哪些是單項式？把它們填在單項式集合中。

$$abc、-2x^3、x+y、$$
$$-15、-m、3x^2+4x-2、$$
$$xy-\frac{1}{2}a、x^4+x^2y^2+y^4、$$
$$a^2-ab+b^2、3ab^2。$$



單項式集合
(第1題)

2. 什麼是單項式的係數？下列單式的係數各是多少？

$$15a^2、xy、\frac{2}{3}a^2b^3、0.11m^3、-a^2bc、\frac{3x^2y}{5}。$$

3. 單項式的次數是怎麼計算的？第2題中的單項式之次數各是多少？

4. 分別寫出下列多項式的各項：

(1) $4x^2 - \frac{1}{2}$ ；

(2) $a^3 + ab^3 + b^4$ ；

(3) $a^4 + b^4 - a^2b^2$ ；

(4) $-x^3 - \frac{3x^2y}{4} + 2x^2y^2 - y^5$ 。

5. 多項式的次數是怎麼計算的？第4題中的多項式之次數各是多少？

6. 下列多項式各是幾次幾項式？

(1) $3x^3 - \frac{1}{4}$ ；

(2) $3a - 2b$ ；

(3) $3x^2 - 2x + 1$ ；

(4) $a^6 + b^6$ 。

7. 把下列多項式按照 x 的降冪排列，再按照 x 的升冪排列：

(1) $13x - 3x^2 - 2x^3 - 6$ ； (2) $x^2 + y^2 - 2xy$ ；

(3) $3x^2y - 3xy^2 + y^3 - x^3$ ； (4) $\frac{2}{3}ax^4 + \frac{1}{2}bx - \frac{1}{6}cx^3 + \frac{5}{12}d$ 。

二、整式的加減

2.4 同類項

我們來看下面的多項式：

$$\underline{4xy^2} + \underline{3x^3} - 6x^3y - \underline{5xy^2} + \underline{7} + \underline{4x^3} - \underline{10} - \underline{x^3}$$

第一項 $4xy^2$ 與第四項 $-5xy^2$ 所含的字母相同，都是 x 、 y ，並且 x 的指數都是1， y 的指數都是2。像這樣，所含字母相同，並且相同字母的指數也分別相同的項，叫作**同類項**。幾個常數項也是同類項。上式中 $4xy^2$ 與 $-5xy^2$ 是同類項， $+3x^3$ 、 $+4x^3$ 與 $-x^3$ 是同類項， $+7$ 與 -10 也是同類項。 $-6x^3y$ 沒有同類項。

練習

1. (口答) 下列各組中的兩個項是不是同類項？為什麼？

(1) $2x^2y$ 與 $5x^2y$ ；

(2) $\frac{1}{3}ab^3$ 與 $-\frac{4}{3}ab^3$ ；

(3) $4abc$ 與 $4ab$ ；

(4) $0.2x^2y$ 與 $0.2xy^2$ ；

(5) mn 與 $-mn$ ；

(6) $\frac{1}{4}st$ 與 $5ts$ ；

(7) $12x^2y^2$ 與 $-12x^2y^3$ ；

(8) $2x^2$ 與 $2x^3$ ；

(9) a^3 與 5^3 ；

(10) -125 與 12 。

2. 找出下列多項式中的同類項：

(1) $5x^2y - 3y^3 - x - 4 + x^2y + 2x - 9$ ；

(2) $4ab - 7a^2b^2 - 8ab^2 + 5a^2b^2 - 9ab + a^2b^2$ 。

多項式中的同類項，可以合併成一項。例如，在多項式

$$3x - 4y + y + 2x$$

中， $3x$ 與 $2x$ 是同類項， $-4y$ 與 y 也是同類項，根據分配律，

$$3x + 2x = (3 + 2)x = 5x \text{ ,}$$

$$-4y + y = (-4 + 1)y = -3y \text{ 。$$

把多項式中的同類項合併成一項，叫作**合併同類項**。合併同類項時，把同類項的係數相加，所得的結果作為係數，字母與字母的指數不變。

【例 1】 合併下列各式的同類項：

$$(1) 3x^3 - x^3 ; \quad (2) xy^2 - 5xy^2 。$$

解

$$(1) 3x^3 - x^3 = (3-1)x^3 = 2x^3 ;$$

$$(2) xy^2 - 5xy^2 = (1-5)xy^2 = -4xy^2 。$$

【例 2】 合併 $4x^2 - 8x + 5 - 3x^2 + 6x - 2$ 中的同類項。

解

$$\begin{aligned} \underline{4x^2} - \underline{8x} + \underline{5} - \underline{3x^2} + \underline{6x} - \underline{2} &= (4-3)x^2 + (-8+6)x + (5-2) \\ &= x^2 - 2x + 3 。$$

【例 3】 合併 $4a^2 + 3b^2 + 2ab - 4a^2 - 2b^2 - b^2$ 中的同類項。

解

$$\begin{aligned} \underline{4a^2} + \underline{3b^2} + \underline{2ab} - \underline{4a^2} - \underline{2b^2} - \underline{b^2} \\ = (4-4)a^2 + (3-2-1)b^2 + 2ab \\ = 2ab 。$$

練習

1. 合併下列各式的同類項：

$$(1) 5x + 4x ; \quad (2) -7ab + 6ab ; \quad (3) -5x^2 + \frac{1}{5}x^2 ;$$

$$(4) -12vt + 12vt ; \quad (5) mn + mn ; \quad (6) -ab + 3ab 。$$

2. 下列各題合併同類項的結果對不對？

$$(1) 3a + 2b = 5ab ; \quad (2) 5y^2 - 2y^2 = 3 ;$$

$$(3) 4x^2y - 5xy^2 = -x^2y ; \quad (4) a + a = 2a ;$$

$$(5) 7ab - 7ba = 0 ; \quad (6) 3x^2 + 2x^3 = 5x^5 。$$

3. 合併同類項：

$$(1) 6x - 10x^2 + 12x^2 - 5x ;$$

$$(2) 7a^2 - 2ab + 2a^2 + b^2 + 3ab - 2b^2 ;$$

$$(3) x^5 - x^3 + 4x^2 - 2x^5 - 2x^2 + 3x^4 ;$$

$$(4) 5xy - 3x^2 + y^2 - 4xy + 4x^2 - 2y^2 。$$

【例 4】求多項式 $2x^2 - 5x + x^2 + 4x - 3x^2 - 2$ 的值，其中 $x = \frac{1}{2}$ 。

解
$$2x^2 - 5x + x^2 + 4x - 3x^2 - 2 = (2+1-3)x^2 + (-5+4)x - 2$$
$$= -x - 2$$
當 $x = \frac{1}{2}$ 時，原式 $= -\frac{1}{2} - 2 = -2\frac{1}{2}$ 。

多項式中，如果有同類項，先合併同類項，再求值，計算就簡便。

【例 5】求多項式 $3a + abc - \frac{1}{3}c^2 - 3a + \frac{1}{3}c^2$ 的值，其中 $a = -\frac{1}{6}$ 、 $b = 2$ 、 $c = -3$ 。

解
$$3a + abc - \frac{1}{3}c^2 - 3a + \frac{1}{3}c^2 = (3-3)a + abc + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right)c^2$$
$$= abc$$

當 $a = -\frac{1}{6}$ 、 $b = 2$ 、 $c = -3$ 時，

$$\text{原式} = \left(-\frac{1}{6}\right) \times 2 \times (-3) = 1。$$

如果兩個同類項的係數互為相反數，合併同類項時，這兩項就可以彼此抵銷。

練習

求下列各式的值：

1. $3a + 2b - 5a - b$ ，其中 $a = -2$ 、 $b = 1$ ；

2. $5x^2 + 4 - 3x^2 - 5x - 5 + 6x$ ，其中 $x = -3$ ；

3. $3ab - 5ab^3 + 0.5a^3b - 3ab^2 + 5ab^3 - 4.5a^3b$ ，其中 $a = 1$ 、 $b = 1\frac{1}{2}$ ；

4. $4xy - 3x^2 - xy + y^2 + x^2 - 3xy - 2y + 2x^2$ ，其中 $x = 1\frac{13}{15}$ 、 $y = -1$ ；

5. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + 0.2x^3 + 0.25x - 0.5x^2 - \frac{1}{5}x^3$ ，其中 $x = \frac{12}{13}$ 。

2.5 去括號

看下列各式的計算：

$$\underline{13+(7-5)} = 13+2 = \underline{\underline{15}} ;$$

$$\underline{13+7-5} = 20-5 = \underline{\underline{15}} ;$$

$$\underline{8a+(5a-a)} = 8a+4a = \underline{\underline{12a}} ;$$

$$\underline{8a+5a-a} = 13a-a = \underline{\underline{12a}} \circ$$

可以看出：

$$13+(7-5) = 13+7-5 ; \quad (1)$$

$$8a+(5a-a) = 8a+5a-a \circ \quad (2)$$

再看下列各式的計算：

$$\underline{13-(7-5)} = 13-2 = \underline{\underline{11}} ;$$

$$\underline{13-7+5} = 6+5 = \underline{\underline{11}} ;$$

$$\underline{8a-(5a-a)} = 8a-4a = \underline{\underline{4a}} ;$$

$$\underline{8a-5a+a} = 3a+a = \underline{\underline{4a}} \circ$$

可以看出：

$$13-(7-5) = 13-7+5 ; \quad (3)$$

$$8a-(5a-a) = 8a-5a+a \circ \quad (4)$$

從 (1)、(2) 及 (3)、(4) 四個式子，得到去括號的法則：

括號前面是「+」號時，把括號與它前面的「+」號去掉，括號裡各項都不變；

括號前面是「-」號時，把括號與它前面的「-」號去掉，括號裡各項都變號。

【例 1】 去括號：

$$(1) \quad a+(-b+c-d) ; \quad (2) \quad a-(-b+c-d) \circ$$

解

$$(1) \quad a+(-b+c-d) = a-b+c-d ;$$

$$(2) \quad a-(-b+c-d) = a+b-c+d \circ$$

【例 2】先去括號，再合併同類項：

(1) $2y + (-2y + 5) - (-3y + 2)$ ；

(2) $4a + 2(a - c)$ 。

解

$$(1) \quad 2y + (-2y + 5) - (-3y + 2) = 2y - 2y + 5 + 3y - 2 ; \\ = 3y + 3$$

$$(2) \quad 4a + 2(a - c) = 4a + (2a - 2c) = 4a + 2a - 2c = 6a - 2c 。$$

【例 3】化簡 $(5a - 3b) - 3(a^2 - 2b)$ 。

解

$$(5a - 3b) - 3(a^2 - 2b) = 5a - 3b - 3a^2 + 6b ; \\ = 5a - 3a^2 + 3b 。$$

練習

1. 去括號：

(1) $a + (b + c)$ ； (2) $a - (b + c)$ ； (3) $a + (-b - c)$ ；

(4) $a - (-b - c)$ ； (5) $(a + b) + (c + d)$ ； (6) $-(a + b) - (c + d)$ ；

(7) $(a - b) - (-c + d)$ ； (8) $-(a - b) + (-c - d)$ 。

2. 下列的去括號有沒有錯誤？

(1) $a^2 - (2a - b + c) = a^2 - 2a - b + c$ ；

(2) $a - (-b + c - d) = a + b + c - d$ ；

(3) $-(x - y) + (xy - 1) = -x - y + xy - 1$ 。

3. 化簡：

(1) $5a + (3x - 3y - 4a)$ ； (2) $3x - (4y - 2x + 1)$ ；

(3) $7a + 3(a + 3b)$ ； (4) $(x^2 - y^2) + 4(2x^2 - 3y)$ ；

(5) $(a^2 - 2ab + b^2) - (a^2 - b^2)$ ； (6) $5(x - 2) - 3(2x - 1)$ 。

2.6 添括號

從去括號知道：

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

反過來，上面的兩個式子可以寫成：

$$a+b-c = a+(b-c)$$

$$a-b+c = a-(b-c)$$

可以看出，添括號時有如下法則：

括號前面是「+」號，括到括號裡的各項都不變；括號前面是「-」號時，括到括號裡的各項都變號。

我們可以根據需要，按著添括號的法則，把一個多項式或者它的一部份括在括號裡，而不改變這個多項式的值。

【例 1】 不改變多項式 $3a-2b+c$ 的值，按照下列要求添括號：

- (1) 把它放在前面帶有「+」號的括號裡；
- (2) 把它放在前面帶有「-」號的括號裡。

解

- (1) $3a-2b+c = +(3a-2b+c)$ ；
- (2) $3a-2b+c = -(-3a+2b-c)$ 。

【例 2】 不改變多項式 x^3-5x^2-4x+9 的值，按照下列要求添括號：

- (1) 後兩項括在前面帶有「+」號的括號裡；
- (2) 後兩項括在前面帶有「-」號的括號裡。

解

- (1) $x^3-5x^2-4x+9 = x^3-5x^2+(-4x+9)$ ；
- (2) $x^3-5x^2-4x+9 = x^3-5x^2-(4x-9)$ 。

練習

1. 在等號右邊的括號內，填上適當的項：

- (1) $a+b+c-d = a+(\quad)$ ；
- (2) $a-b+c-d = a-(\quad)$ ；
- (3) $a-b-c-d = a-b+(\quad)$ ；
- (4) $a+b-c+d = a+b-(\quad)$ 。

練習

2. (1) 不改變 $m^2 + mn - 5m - 5n$ 的值，把前兩項放在前面帶有「+」號的括號裡，後兩項放在前面帶有「-」號的括號裡；
- (2) 不改變 $-3ax + 4ay + 3bx - 4by$ 的值，把前兩項放在前面帶有「-」號的括號裡，後兩項放在前面帶有「+」號的括號裡。

習題十

1. 下列各題中的兩個項，是不是同類項？

- (1) $\frac{1}{3}x^2y$ 與 $-3x^2y$; (2) $0.2a^2b$ 與 $0.2ab^2$;
- (3) $11abc$ 與 $9ab$; (4) $3m^2n^3$ 與 $-n^3m^2$;
- (5) $5xy$ 與 $25yx$; (6) $4xy^2z$ 與 $4x^2yz$;
- (7) 125 與 $-4\frac{1}{8}$; (8) 6^2 與 x^2 。

2. 合併下列各式中的同類項：

- (1) $15x + 4x - 10$; (2) $-6ab - ab + 8ab$;
- (3) $-p^2 - p^2 - p^2$; (4) $1\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$;
- (5) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^3$;
- (6) $-4a^2b + 5a + 5a^2b + 2a - 3$;
- (7) $\frac{1}{4}x - 0.3y - \frac{1}{2}x + 0.3y$; (8) $m + m + m - n^2 - n^2$;
- (9) $11x^2 + 4x + 1 - x^2 - 4x - 5$;
- (10) $5x^2 + 4 - 3x^2 - 5x + 6x^3 + 3x$ 。

3. 把 $(a+b)$ 、 $(x-y)$ 各當作一個因式，合併下列各式中的同類項：

(1) $4(a+b) + 2(a+b) - (a+b)$;

(2) $3(x-y)^2 - 7(x-y) + 8(x-y)^2 + 6(x-y)$ 。

4. 先合併下列各式中的同類項，再求它們的值：

(1) $3c^2 - 8c + 2c^3 - 13c^2 - 2c - 2c^3 + 3$ ，其中 $c = 4$ ；

(2) $3y^4 - 4x^2y - 4y^4 + 2x^3y$ ，其中 $x = -2$ 、 $y = \frac{2}{3}$ 。

5. 下面的去括號對不對？如果有錯，把它改正：

(1) $a^2 - (2a + b + c) = a^2 - 2a + b + c$ ；

(2) $a + (-3x + 2y - 1) = a - 3x + 2y - 1$ ；

(3) $(a + 1) - (-b + c) = a + 1 - b - c$ ；

(4) $-(2x - y) + (z - 1) = -2x - y + z - 1$ 。

6. 化簡：

(1) $(2x - 3y) + (5x - 4y)$ ；

(2) $(8a - 7b) - (4a - 5b)$ ；

(3) $a - (2a + b) + 2(a - 2b)$ ；

(4) $3(5x - 4) - 2(3x + 5)$ ；

(5) $(8x - 3y) - [4x + (3y - z)] + 2z$ ；

(6) $-4x^2 + [5x - 8x^2 - (-13x^2 + 4x) + 2] - 1$ ；

(7) $2a - \{-3b + [4a - (3a - b)]\}$ ；

(8) $-[-(-a^2) - b^2] - [+(-b^2)]$ 。

7. 在下列各式的括號裡，填入適當的項：

(1) $4x^2 - 3x + 6 = +(\quad)$ ；

(2) $4x^2 - 3x + 6 = -(\quad)$ ；

(3) $a^2 - ab - 3a + 3b = a^2 - ab + (\quad)$ ；

(4) $a^2 - ab - 3a + 3b = a^2 - ab - (\quad)$ ；

(5) $a^2 - b^2 - (b - a) = a^2 - b^2 + (\quad)$ ；

(6) $a^4 + (-a^2 + 2a - 1) = a^4 - (\quad)$ 。

8. 在下列各式的括號裡，填入適當的項：

$$(1) \quad (a+b+c)(a-b-c)=[a+(\quad)][a-(\quad)]；$$

$$(2) \quad (a-b+c)(a+b-c)=[a-(\quad)][a+(\quad)]；$$

$$(3) \quad (-a+b+c)(a+b-c)=[b-(\quad)][b+(\quad)]；$$

$$(4) \quad (a+b-c-d)(a-b+c-d) \\ =[(a-d)+(\quad)][(a-d)-(\quad)]。$$

9. 按著下面的要求，在多項式

$$m^4 - 2m^2n^2 - 2m^4 + 2n^2 + n^4$$

裡添上括號：把四次項結合起來，放在前面帶有「+」的括號裡，同時把二次項結合起來，放在前面帶有「-」的括號裡。

2.7 整式的加減

整式的加減運算，實際上就是合併同類項。在運算時，如果遇到括號，就根據去括號的法則，先去括號，再合併同類項。

【例 1】求單項式 $5x^2y$ 、 $-2x^2y$ 、 $2xy^2$ 、 $-4x^2y$ 的和。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 5x^2y + (-2x^2y) + 2xy^2 + (-4x^2y) \\ & = 5x^2y - 2x^2y + 2xy^2 - 4x^2y \\ & = -x^2y + 2xy^2 \end{aligned}$$

【例 2】求 $3x^2 - 6x + 5$ 與 $4x^2 + 7x - 6$ 的和。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (3x^2 - 6x + 5) + (4x^2 + 7x - 6) \\ & = 3x^2 - 6x + 5 + 4x^2 + 7x - 6 \\ & = 7x^2 + x - 1 \end{aligned}$$

【例 3】求 $2x^2 + xy + 3y^2$ 減 $x^2 - xy + 2y^2$ 的差。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (2x^2 + xy + 3y^2) - (x^2 - xy + 2y^2) \\ & = 2x^2 + xy + 3y^2 - x^2 + xy - 2y^2 \\ & = x^2 + 2xy + y^2 \end{aligned}$$

練習

- 說出下列各單項式的和：
 - (1) $-3x$ 、 $-2x$ 、 $-5x^2$ 、 $5x^2$ ；
 - (2) $-\frac{1}{2}n$ 、 $\frac{3}{5}n^2$ 、 $\frac{4}{5}n$ 。
- 說出下列各題中，從第一式減去第二式的差：
 - (1) $3ab$ 、 $-2ab$ ；
 - (2) $-4x^2$ 、 $\frac{1}{2}x$ 。
- 計算：
 - (1) $2xy - 3yx - (-6x^2y^2) - 2y^2x^2$ ；
 - (2) $(-3ab) + (-4a^2) + 3a^2 - (-5ab)$ 。
- 求 $3a^2 + b^2 - 5ab$ 與 $4ab - b^2 + 7a^2$ 的和。
- 求 $x^2 - 3xy + 2y^2$ 減 $3x^2 - 7xy - 3y^2$ 的差。
- 計算：
 - (1) $(-x + 2x^2 + 5) + (-3 + 4x^2 - 6x)$ ；
 - (2) $(3a^2 - ab + 1) - (-4a^2 + 6ab + 7)$ 。

【例 4】計算 $3a - (2a - 4b - 6c) + 3(-2c + 2b)$ 。

解

$$\begin{aligned} & 3a - (2a - 4b - 6c) + 3(-2c + 2b) \\ &= 3a - (2a - 4b - 6c) + (-6c + 6b) \\ &= 3a - 2a + 4b + 6c - 6c + 6b \\ &= a + 10b \end{aligned}$$

【例 5】先化簡下式，再求值。

$$\frac{1}{2}x - \left(2x - \frac{2}{3}y^2\right) + \left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2\right),$$

其中 $x = -2$ 、 $y = \frac{2}{3}$ 。

解

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}x - \left(2x - \frac{2}{3}y^2\right) + \left(-\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2\right) \\ &= \frac{1}{2}x - 2x + \frac{2}{3}y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y^2 = -3x + y^2。 \end{aligned}$$

$$\text{當 } x = -2、y = \frac{2}{3} \text{ 時，原式} = -3 \times (-2) + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 6\frac{4}{9}。$$

練習

1. 計算：

(1) $x - (1 - 2x + x^2) + (-1 + 3x - x^2)$ ；

(2) $(8xy - 3x^2) - 5xy - 2(3xy - 2x^2)$ 。

2. 先化簡下列各式，再求它們的值：

(1) $2x - y + (2y^2 - y^2) - (x^2 + 2y^2)$ ，其中 $x = 1$ 、 $y = -2$ ；

(2) $5(3a^2b - ab^2) - (ab^2 + 3a^2b)$ ，其中 $a = \frac{1}{2}$ 、 $b = \frac{1}{3}$ 。

習題十一

1. 計算：

(1) $4x^3 - (-6x^3) + (-9x^3)$ ；

(2) $-3x^2y - (-3xy^2) + 3x^2y + xy^2$ ；

(3) $-3x^2 - 4xy - 6xy - (-y^2) - (+2x^2) - 3y^2$ ；

(4) $-\frac{2}{3}ab + \frac{3}{4}a^2b - ab + \left(-\frac{3}{4}a^2b\right) - 1$ 。

計算（第 2~12 題）：

2. $(7x^2 + 3 - 2x) + (-4 - 6x - 2x^2)$ 。

3. $(2x^2 - 3x - 1) + (-5 + 3x - x^2)$ 。

4. $(5a + 4c + 7b) + (5c - 3b - 4a)$ 。

5. $(8xy - x^2 + y^2) - (x^2 - y^2 + 8xy)$ 。

6. $(3a^2 - b^2 - 2ab) + (b^2 - ab - 2a^2)$ 。

7. $(11x^3 - 2x^2) + 2(x^3 - x^2)$ 。

8. $(2x^2 - 1 + 3x) - 4(x - x^2 + 1)$ 。

9. $5(a^2b - 3ab^2) - 2(2a^2b - 7ab^2)$ 。

10. $-3(a^3b + 2b^2) + (3a^3b - 13b^2)$ 。

11. $3x^2 - [7x - (4x - 3) - 2x^2]$ 。

12. $3x^2y + \left\{ xy - \left[3x^2y - \left(4xy^2 + \frac{1}{2}xy \right) \right] - 4x^2y \right\}$ 。

13. 先化簡下列各式，再求值：

(1) $(-x^2 + 5 + 4x^3) + (-x^3 + 5x - 4)$ ，其中 $x = -2$ ；

(2) $(5a^2b + 4b^3 - 2ab^2 + 3a^3) - (2a^3 - 5ab^2 + 3b^3 + 2a^2b)$ ，其中 $a = -2$ 、 $b = 3$ 。

14. (1) 一個多項式加上 $3x^2y - 3xy^2$ 得 $x^3 - y^3$ ，求這個多項式；

(2) 一個多項式減去 $a^2 + ab$ 得 $-2ab + \frac{1}{4}b^2$ ，求這個多項式。

15. 已知 $A = x^3 + x^2 + 2x + 1$ 、 $B = x + 2x^2$ ，計算：

(1) $A + B$ ； (2) $B + A$ ； (3) $A - B$ ； (4) $B - A$ 。

(1) 與 (2) 的結果是不是一樣？ (3) 與 (4) 的結果呢？

小 結

一、本章主要內容是代數式、整式、單項式、多項式的有關概念。

二、代數式是在用字母表示數的基礎上建立起來的。由具體的數到用字母表示數，就可以簡明地表達一些一般的數量與數量關係，給研究問題與計算帶來方便，這是數學上的一個重大發展。

從具體的數之計算到用代數式表示出事物間的數量關係，這是一個由特殊到一般的過程；用具體的數替代代數式裡的字母進行計算，求出代數式的值，從而解決具體問題，則是一個由一般到特殊的過程。

三、整式、單項式與多項式是代數式的基礎內容。其中有關項、次數、係數等概念要區分清楚。判別同類項時要注意：一是字母相同；二是相同字母的指數分別相同，兩者缺一不可。合併同類項的要點是：字母因數不變，把各個同類項的係數之和作為係數。

四、去括號與添括號在代數上的運算中經常遇到，去括號與添括號一定要保證原式的值不變。不論去括號或添括號，都要特別注意，括號前面放上或去掉「 $-$ 」號，括號裡的各項都要變號。

五、整式的加減，實際上就是合併同類項，要注意，在運算時，遇到括號，一般要去掉括號。

整式進行加減的結果還是整式。

複習參考題二

1. 用字母表示：

(1) 分數的基本性質；

(2) 分數乘法與除法法則；

2. 填表：

a	-7	-4	0	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{2}{3}$
$-a$						
$ -a $						
$ a-1 $						
$- a-1 $						

3. 填空：

- (1) 如果字母 a 表示一個正數，那麼 $-a$ 表示一個 ()， $|a|$ 表示一個 ()；
 - (2) 如果字母 a 表示一個負數，那麼 $-a$ 表示一個 ()， $|a|$ 表示一個 ()；
 - (3) 如果字母 a 表示零，那麼 $-a$ 表示 ()， $|a|$ 表示 ()；
4. (1) 如果字母 a 表示一個正數或零，那麼 $|a|$ 等於 a 嗎？ $|a|$ 等於 $-a$ 嗎？
- (2) 如果字母 a 表示一個負數，那麼 $|a|$ 等於 a 嗎？ $|a|$ 等於 $-a$ 嗎？
5. 什麼叫做代數式？什麼叫做代數式的值？各舉例說明。
6. 什麼叫做單項式？什麼叫做多項式？什麼叫做整式？各舉例說明。
7. (1) 什麼叫做係數？什麼叫做單項式的次數？各舉例說明。
- (2) 指出下列各單項式裡的係數與次數各是多少。
- $$45x^2y^2, -\frac{1}{2}a^2b, \frac{m^2n^2}{3}, x, -x^n。$$
- (3) 什麼叫做多項式的項數？什麼叫做多項式的次數？各舉例說明。

(4) 指出下列各多項式的項數與次數：

$$x^2 + y - 1, 3x - 4, a^2 + 2ab + b^2, x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2。$$

8. 用代數式表示：

- (1) 某工廠製造一種玩具，原來每件成本是 a 元，現在每件成本降低 $p\%$ ，求現在每件成本；
- (2) 某農莊有 n 畝水稻要收割，原計畫每天收割 m 畝，實際每天多割 5 畝，求可以提早幾天收割完；
- (3) 某公司職員每人每年所得薪水是經理每人每年薪水 S 元的 $\frac{1}{5}$ 還少 200 元，求職員每人每年所得的薪水；
- (4) 某汽車廠第一個月生產 a 輛汽車，第二個月比第一個月增產 $x\%$ ，第三個月又比第二個月增產 $x\%$ ，求第三個月的產量。

9. 根據所給 x 的值，求代數式 $3x^3 + 2x^2 - x + 3$ 的值：

(1) $x = -2$ ； (2) $x = 0$ ； (3) $x = 3$ ； (4) $x = 2\frac{1}{2}$ 。

10. 求 $x = -\frac{1}{3}$ 時，代數式 $x^3 + 1$ 與代數式 $(x+1)^2$ 的值。

11. 當 $x = 2$ 、 $y = -4$ 時，求下列代數式的值：

(1) $x^2 + y^2$ ； (2) $(x - y)^2$ ；
(3) $x^2 - 2xy + y^2$ ； (4) $\frac{2x + y}{x - y}$ 。

12. 根據所給 a 、 b 的值，求代數式 $a^2 + b^2$ 與 $(a+b)^2$ 的值：

(1) $a = 3$ 、 $b = -2$ ； (2) $a = -3$ 、 $b = 2$ ；
(3) $a = 0.5$ 、 $b = -0.5$ ； (4) $a = 8$ 、 $b = -7\frac{1}{2}$ 。

13. 某畜農前年養牛 n 隻，去年比前年增長 15%，用代數式表示去年的養牛隻數。當 $n = 3640$ 時，計算去年養牛隻數。

14. 灌溉渠道裡水流的橫斷面是梯形，水面寬 a m、渠底 b m、水深是 h m，設水流的速度為 v m/秒，計算當 $a = 1.2$ 、 $b = 0.8$ 、 $h = 0.6$ 、 $v = 0.4$ 時，每秒鐘流過斷面的水是多少 m^3 ？

15. 什麼叫作同類項？怎麼合併同類項？各舉例說明。

16. 舉例說明去括號與添括號的法則。

17. 合併下列各式的同類項：

(1) $x^2y - 3x^2y$ ； (2) $10y^2 + y^2$ ；

(3) $-\frac{1}{2}a^2bc + \frac{1}{2}a^2bc$ ； (4) $\frac{1}{4}mn - \frac{1}{3}mn + 7$ ；

(5) $7ab - 3a^2b^2 + 7 + 8ab^2 + 3a^2b^2 - 3 - 7ab$ ；

(6) $3x^2 - 3x^2 - y^2 + 5y + x^2 - 5y + y^2$ 。

18. 化簡下列各式：

(1) $(4a^3b - 10b^3) + (-3a^2b^2 + 10b^3)$ ；

(2) $\left(\frac{1}{2}xy - 5xy^2\right) + \left(\frac{1}{3}xy^2 - \frac{1}{2}xy\right)$ ；

(3) $5a^2 - [a^2 + (5a^2 - 2a) - 2(a^2 - 3a)]$ ；

(4) $15 + 3(1 - a) - (1 - a + a^2) + (1 - a + a^2 - a^3)$ 。

19. 在下列各式的括號裡，填上適當的項：

(1) $2x + x^2 - y^2 = 2x + (\quad)$ ；

(2) $4 - x^2 + 2xy - y^2 = 4 - (\quad)$ ；

(3) $(a - 2b + c)(a + 2b - c) = [a - (\quad)][a + (\quad)]$ ；

(4) $x^2 - x + 6 = +(\quad) = -(\quad)$ 。

20. 已知 $A = 9x^2 + 8y^3 - 16xy^2$ 、 $B = 3x^3 - 4y^2 + 2xy^2$ ，計算：

(1) $A + B$ ；

(2) $A - B$ 。

21. (1) 一個多項式減去 $3x^4 - x^3 + 2x - 1$ 得 $5x^4 + 3x^2 - 7x + 2$ ，求這個多項式；

(2) $7a^2 + 4ab - b^2$ 加上一個多項式得 $10a^2 - ab$ ，求這個多項式。

22. 計算：

(1) $(4a^2bc - 3ab) + (-5a^2bc + 2ab^2)$ ；

(2) $(6m^2 - 4mn - 3n^2) - (2m^2 - 4mn + n^2)$ ；

(3) $(2a^3 + 5a^2 + 2a - 1) - (3 - 8a + 2a^2 - 6a^3)$ ；

(4) $3x^2 - \left[5x - \left(\frac{1}{2}x - 3 \right) + 2x^2 \right]$ ；

(5) $(5x^3 - 2x^2 + 3) - (1 - 2x + x^2) + 3(-1 + 3x - x^2)$ ；

(6) $(-x^2 + 4 + 3x^4 - x^3) + (2x^3 - 7x^4 + 6x - 5) - (x^2 + 2x - x^4 - 5)$ 。

23. 求下列各式的值：

(1) $(3x^2 - 4) - (2x^2 - 5x + 6) + (x^2 - 5x)$ ，其中 $x = -1\frac{1}{2}$ ；

(2) $3x^2y - [2x^2y - (2xyz - x^2z) - 4x^2z] - xyz$ ，其中 $x = -2$ 、 $y = -3$ 、 $z = 1$ 。

24. 五個連續整數，中間的一個是 a ，寫出其餘四個數，並且求這五個數的和，當 $a = 34$ 時，這個和是多少？

25. 三個連續偶數，中間的一個是 $2n$ ，用代數式表示這三個偶數的平方和，當 $n = 2$ 時，求這三個偶數的平方和。

26. (1) $6 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 10 + 8 = ?$

(2) 把 35 寫成 $a \times 10 + b$ 的形式 (a 、 b 各是 0 到 9 中的一個整數)。

(3) 把 712 寫成 $a \times 10^2 + b \times 10 + c$ 的形式 (a 、 b 、 c 各是 0 到 9 中的一個整數)。

(4) 一個二位數，十位數是 a 、個位數是 b ，寫出這個二位數。

27. 寫出任意五個連續正整數的和。這個和能被 5 整除嗎？用代數式表示五個連續的正整數並求出它們的和。這個和等於 5 與什麼代數式的積？
28. 寫出任意一個二位數，然後把它的十位數與個位數交換位置，則所得到的數與原來的數之和能被 11 整除嗎？用代數式表示一個二位數，把這個二位數的十位數與個位數交換位置，所得到的數與原來的數之和等於 11 與什麼代數式的積？
-