

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

## 第二章 相交線、平行線

### 一、相交線、垂線

#### 2.1 相交線、對頂角

交叉的道路、管道(圖 2-1)等都給我們相交直線的形象。

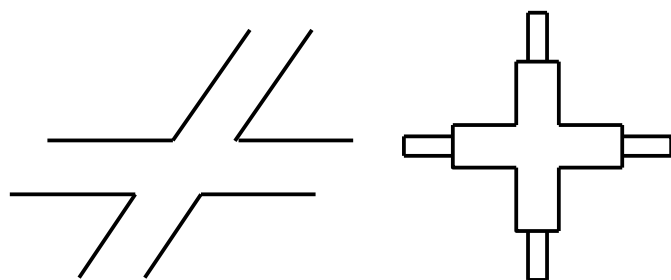


圖 2-1

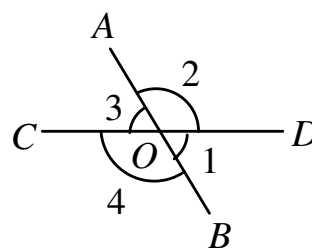


圖 2-2

如圖 2-2，直線  $AB$ 、 $CD$  相交於點  $O$ ，點  $O$  把直線  $AB$ 、 $CD$  分成四條射線，構成以點  $O$  為頂點的四個角： $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 。其中  $\angle 1$  的兩邊  $OB$ 、 $OD$  分別是  $\angle 3$  的兩邊  $OA$ 、 $OC$  之反向延長線。一個角的兩邊分別是另一個角的兩邊之反向延長線，這兩個角叫做對頂角。例如， $\angle 1$  與  $\angle 3$  是對頂角；同樣， $\angle 2$  與  $\angle 4$  也是對頂角。

對頂角有什麼關係呢？我們來看  $\angle 1$  和  $\angle 3$ 。

因為  $AOB$  是直線，所以  $\angle 1$  和  $\angle 2$  是鄰補角。

同理  $\angle 2$  與  $\angle 3$  也是鄰補角。

根據同角的補角相等，所以  $\angle 1 = \angle 3$ 。

由此，我們得到對頂角的性質：

**對頂角相等。**

根據對頂角相等這個性質，已知  $\angle 2$  與  $\angle 4$  是對頂角(圖 2-2)，我們就可以得到  $\angle 2 = \angle 4$ 。可以寫成：

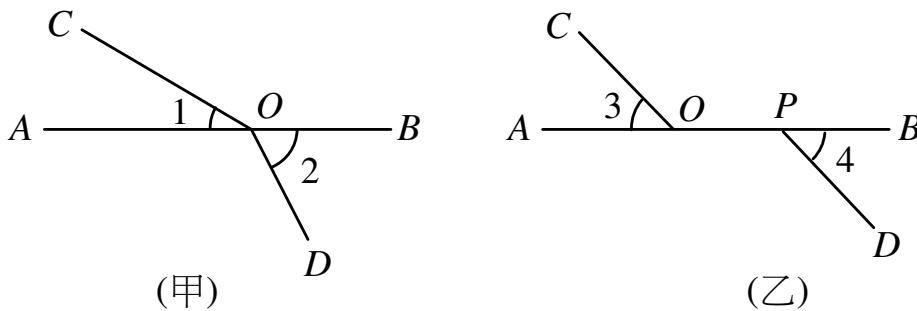
$\because$   $\angle 2$  與  $\angle 4$  是對頂角 (已知)

$\therefore \angle 2 = \angle 4$  (對頂角相等)

## 練習

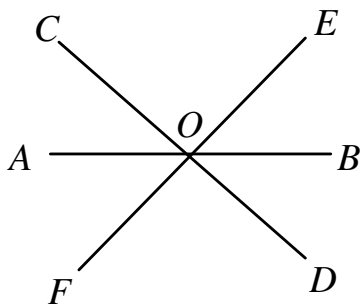
回答下列各題：

1. (1) 圖(甲)中點  $A$ 、 $B$ 、 $C$  在一條直線上，點  $C$ 、 $O$ 、 $D$  不在一條直線上， $\angle 1$  與  $\angle 2$  是不是對頂角？為什麼？
- (2) 圖(乙)中點  $O$ 、 $P$  是不同的兩點， $\angle 3$  與  $\angle 4$  是不是對頂角？為什麼？
- (3) 怎樣的兩個角才是對頂角？

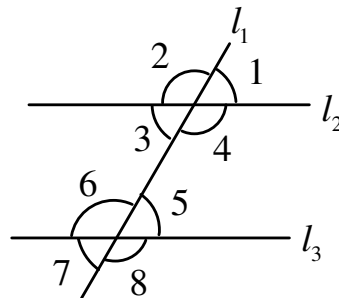


(第 1 題)

2. 如圖， $AB$ 、 $CD$ 、 $EF$  都是經過點  $O$  的三條直線，說出  $\angle AOC$ 、 $\angle FOB$  的對頂角。



(第 2 題)



(第 3 題)

3. 如圖，直線  $l_1$  截直線  $l_2$  和  $l_3$  構成八個角。已知  $\angle 1 = \angle 5 = 60^\circ$ 。
  - (1)  $\angle 3$  等於多少度？為什麼？
  - (2)  $\angle 3$  與  $\angle 5$  是否相等？
  - (3)  $\angle 7$  等於多少度？為什麼？
  - (4)  $\angle 3$  與  $\angle 7$  是否相等？
  - (5)  $\angle 2$  與  $\angle 4$  各等於多少度？為什麼？ $\angle 6$  與  $\angle 8$  呢？

## 2.2 垂線

我們研究兩條相交直線的特殊情形。

如圖 2-3，直線  $AB$ 、 $CD$  相交於點  $O$ ， $\angle BOC$  為直角。根據鄰補角的性質與對頂角的性質，可以知道，其它三個角  $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 、 $\angle AOD$  都是直角。

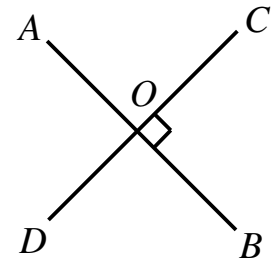


圖 2-3

當兩條直線相交所構成的四個角中有一個是直角時，我們說這兩條直線互相垂直，其中的一條直線叫做另一條直線的垂線，它們的交點叫做垂足。

垂直用符號「 $\perp$ 」表示，當兩條直線  $AB$  與  $CD$  垂直，記作  $AB \perp CD$ ，讀作「 $AB$  垂直於  $CD$ 」。如果垂足為  $O$ ，寫作「 $AB \perp CD$ ，垂足為  $O$ 」（圖 2-3）。

如圖 2-3，已知  $\angle BOC = 90^\circ$ ，根據垂直的定義，可以得出  $AB \perp CD$ ；反過來，已知  $AB \perp CD$ ，那麼根據垂直的定義可得出  $\angle BOC = \angle AOC = \angle AOD = \angle BOD = 90^\circ$ 。

兩條直線相交不成直角時，其中的一條叫做另一條的斜線，它們的交點叫做斜足。如圖 2-4，直線  $CD$  是  $AB$  的斜線， $AB$  也是  $CD$  的斜線，點  $O$  是斜足。

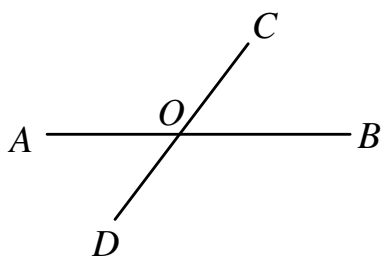


圖 2-4

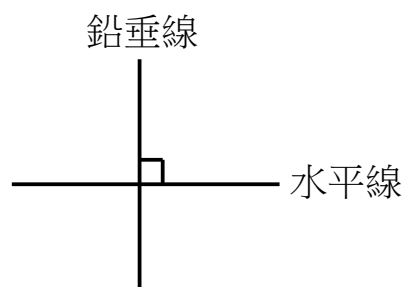


圖 2-5

在生產與日常生活中，常常遇到兩條直線互相垂直的情形。例如，水平線與鉛垂線是互相垂直的(圖 2-5)，黑板的相鄰兩條邊、籃球場地的相鄰兩條邊線也都是互相垂直的。

平面上經過已知直線  $l$  上的一點  $A$  或直線  $l$  外一點  $B$  畫直線  $l$  的垂線，可以用三角板或量角器。用三角板畫垂線的方法如圖 2-6 所示。工廠技師在畫物件邊緣的垂線時，常用角尺(圖 2-7)。

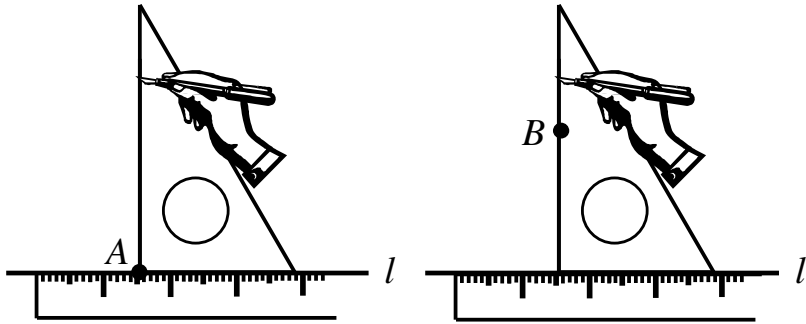


圖 2-6

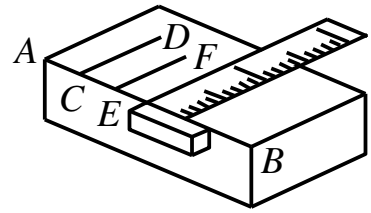


圖 2-7

如圖 2-8，已知平面上的一條直線  $l$  與一點  $P$ ，無論是點  $P$  在直線  $l$  上(圖 2-8(甲))，還是在直線  $l$  外(圖 2-8(乙))，經過點  $P$  都能畫一條直線與直線  $l$  垂直，且恰只能畫一條與直線  $l$  垂直。所以，垂線有下面的性質：

**經過平面上的一點有一條且恰只有一條直線垂直於已知直線。**

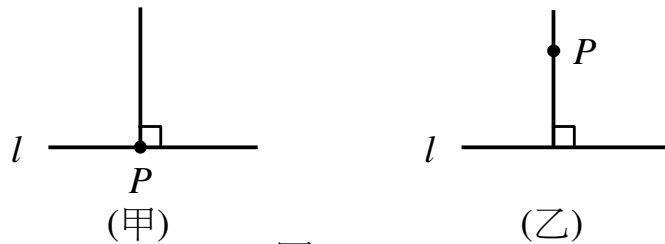
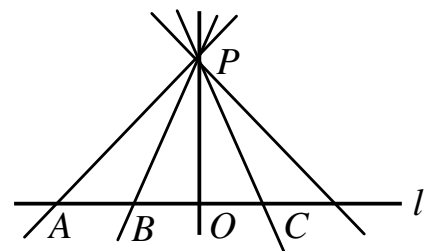


圖 2-8

下面，我們來看圖 2-9。點  $P$  是直線  $l$  外的一點， $PO \perp l$ ，垂足為  $O$ ；直線  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$ 、 $\dots$  與直線  $l$  交於點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $\dots$ 。因為過點  $P$  與直線  $l$  垂直的直線恰只有一條，所以直線  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$ 、 $\dots$  都是直線  $l$  的斜線。點  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $\dots$  都是斜足。線段  $PO$  是點  $P$  到直線  $l$  的垂線段；線段  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$ 、 $\dots$  都是點  $P$  到直線  $l$  的斜線段。



(圖 2-9)

我們用圓規比較垂線段  $PO$  與斜線段  $PA$ 、 $PB$ 、 $PC$ 、 $\dots$  的大小，可以知道，垂線段  $PO$  比任何一條斜線段都短。由此得出垂線的又一個性質：

**直線外一點與直線上各點連結的所有線段中，垂線段最短。**

這句話可以簡單說成：**垂線段最短。**

從直線外一點到這條直線的垂線段的長度，叫做**點到直線的距離**。例如，圖 2-9 中，垂線段  $PO$  的長度，就是點  $P$  到直線  $l$  的距離。

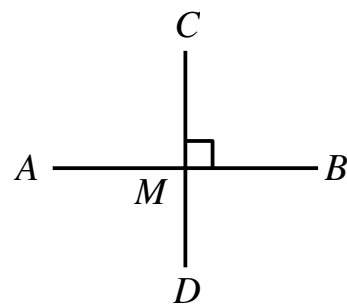
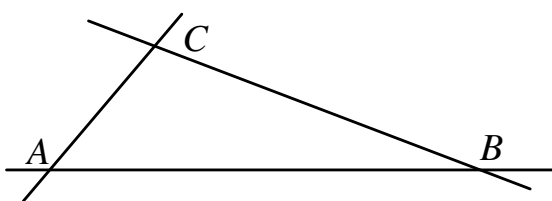


圖 2-10

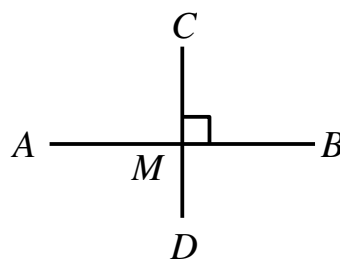
在圖 2-10 中，過線段  $AB$  的中點  $M$  畫  $AB$  的垂線  $CD$ ，那麼直線  $CD$  垂直於線段  $AB$ ，並且平分線段  $AB$ 。垂直於一條直線並且平分這條線段的直線，叫做這條線段的**垂直平分線**或**中垂線**。

### 練習

- 任意畫一個銳角  $AOB$ ，在邊  $OA$  上任取一個點  $C$ ，過點  $C$  用三角板畫  $CD \perp OA$ 、 $CE \perp OB$ 。
- 從直線  $AB$  外一個點  $C$  到直線  $AB$ ，畫一條垂線段與任意的三條斜線段，並且分別量出這些垂線段與斜線段的長度(精確到 1 mm)，看哪一條最短。
- 量出圖中下列距離(精確到 1 mm)：
  - 點  $B$  到直線  $AC$  的距離；
  - 點  $C$  到直線  $AB$  的距離。
- 用三角板與刻度尺畫線段  $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$  的中垂線。



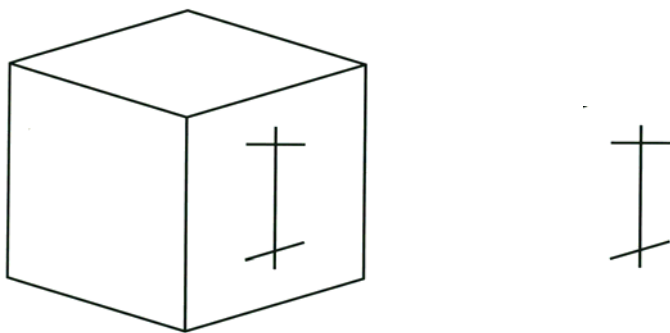
(第 3、4 題)



(第 5 題)

- 填空(如圖)：
  - $\because AB \perp CD$ ， $AM = MB$  (已知)  
 $\therefore$  ( ) 是 ( ) 的中垂線 (中垂線定義)；
  - $\because CD$  是  $AB$  的中垂線  
 $\therefore AB \perp$  ( )， $AM = \frac{1}{2}$ ( ) (中垂線定義)。

➤ **動動眼**：哪兩條線互相垂直？把外圍的圖遮掉看看。



### 2.3 同位角、內錯角、同側內角

我們來看圖 2-11，直線  $AB$ 、 $CD$  分別與直線  $EF$  相交(或者說，兩條直線  $AB$ 、 $CD$  被第三條直線  $EF$  所截)，構成了八個角。我們知道，其中有公共頂點的兩個角或者是鄰補角，或者是對頂角。下面來看圖中沒有公共頂點的兩個角，如  $\angle 1$  與  $\angle 5$ ，它們的位置相同(分別在兩條直線的相同一側，且都在第三條直線的同側)，這樣的一對角叫做**同位角**。 $\angle 2$  與  $\angle 6$ 、 $\angle 3$  與  $\angle 7$ 、 $\angle 4$  與  $\angle 8$  都是同位角。

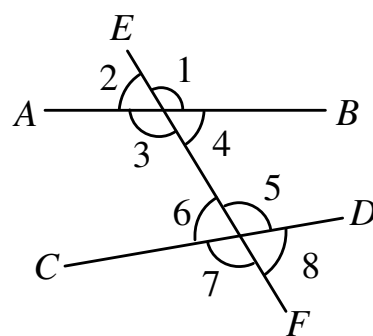


圖 2-11

又如  $\angle 3$  與  $\angle 5$ ，它們都在兩條直線之間，並且位置交錯(如， $\angle 3$  在直線  $AB$  的下方，而  $\angle 5$  在直線  $CD$  的上方，並且兩角分別在直線  $EF$  的兩側)，這樣的一對角叫做**內錯角**。 $\angle 4$  與  $\angle 6$  也是內錯角。

圖 2-11 中， $\angle 3$  與  $\angle 6$  都在兩條直線之間，且在第三條直線的同側，這樣的一對角叫做**同側內角**。 $\angle 4$  與  $\angle 5$  也是同側內角。

**【例】** 在圖 2-12 中，直線  $DE$ 、 $BC$  被直線  $AB$  所截。

- (1)  $\angle 1$  與  $\angle 2$  這一對是什麼角？  
 $\angle 1$  與  $\angle 3$  呢？ $\angle 1$  與  $\angle 4$  呢？
- (2) 如果  $\angle 1 = \angle 4$ ，那麼  $\angle 1$  與  $\angle 2$  相等嗎？ $\angle 1$  與  $\angle 3$  互補嗎？為什麼？

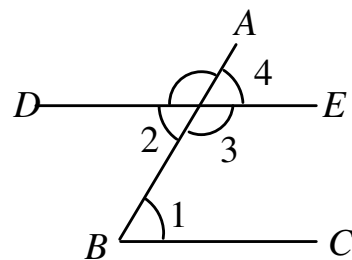


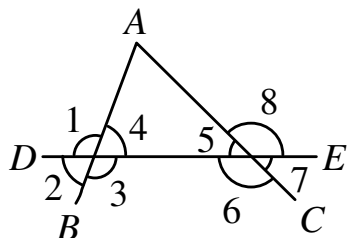
圖 2-12

解

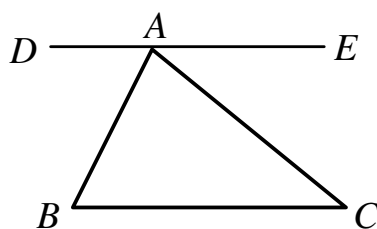
- (1)  $\angle 1$  與  $\angle 2$  是內錯角； $\angle 1$  與  $\angle 3$  是同側內角；  
 $\angle 1$  與  $\angle 4$  是同位角；
- (2) 如果  $\angle 1 = \angle 4$ ，又因為對頂角相等，得  $\angle 2 = \angle 4$ 。  
所以，根據等式的性質，可得  $\angle 1 = \angle 2$ ；  
因為  $\angle 4$  與  $\angle 3$  互補，得  $\angle 4 + \angle 3 = 180^\circ$ ，又因為  
 $\angle 1 = \angle 4$ ，利用等量代換可得  $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ，即  
 $\angle 1$  與  $\angle 3$  互補。

### 練習

1. 如圖，直線  $DE$  截直線  $AB$ 、 $AC$ ，構成八個角。指出所有的同位角、內錯角與同側內角。



(第 1 題)

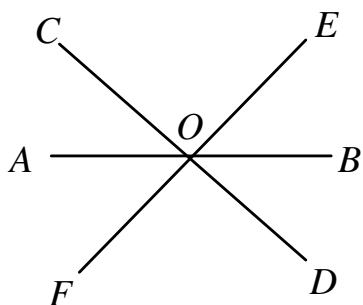


(第 2 題)

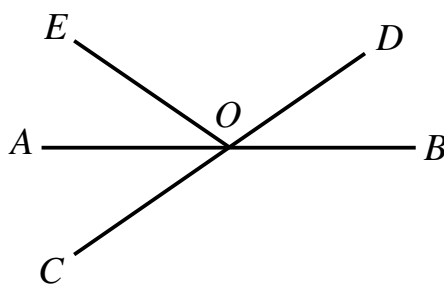
2. 在圖中找出兩對內錯角、兩對同側內角，並指出它們是由哪兩條直線被哪一條直線所截而成的。

### 習題三

1. 如圖，三條直線相交於一點，任意找出圖中的四對對頂角。



(第 1 題)



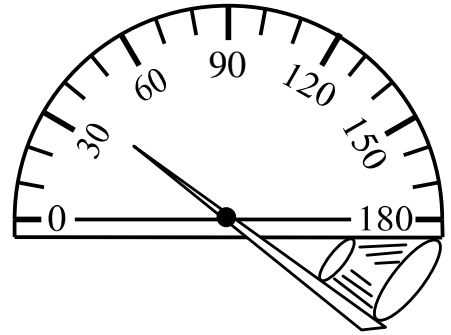
(第 3 題)

2. 有公共頂點的兩個角是對頂角嗎？舉例說明。



3. 如圖，已知直線  $AB$ 、 $CD$  相交於點  $O$ ， $\angle EOC = 70^\circ$ ， $OA$  平分  $\angle EOC$ ，求  $\angle BOD$  的度數。

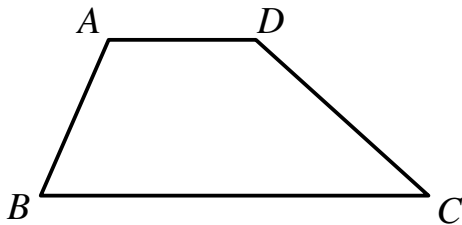
4. 圖中是對頂角量角器，試說明用它測量角度的原理。



(第 4 題)

5. 任意畫  $\angle AOB$ ，再畫  $\angle AOB$  的平分線  $OC$ 。在射線  $OC$  上任取一點  $P$ ，畫  $PD \perp OA$ 、 $PE \perp OB$ ，垂足分別為  $D$ 、 $E$ 。用圓規比較  $PD$  與  $PE$  的大小。

6. 如圖，畫  $AE \perp BC$ 、 $CF \perp AD$  (延長  $AD$ )，垂足分別為  $E$ 、 $F$ 。



(第 6 題)



(第 7 題)

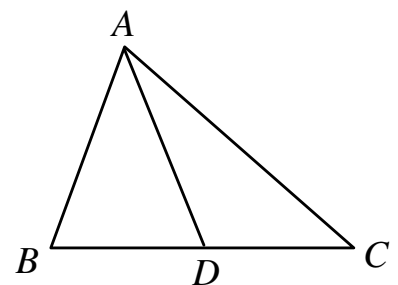
7. 要把水渠中的水引到水池  $C$ ，在渠岸  $AB$  的什麼地方開溝，才能使溝最短？畫出圖來，並說明根據的是什麼道理？

8. 畫  $\angle AOB = 90^\circ$ ，在邊  $OA$  上取一點  $C$ ，使  $OC = 30 \text{ mm}$ ；在邊  $OB$  上取一點  $D$ ，使  $OD = 40 \text{ mm}$ 。經過點  $C$  畫  $OA$  的垂線，經過點  $D$  畫  $OB$  的垂線，兩條垂線相交於點  $E$ 。

(1) 量  $\angle CED$  的度數(精確到  $1^\circ$ )；

(2) 量點  $E$  到  $OA$  的距離、點  $E$  到  $OB$  的距離、點  $E$  到點  $O$  的距離、點  $C$  到點  $D$  的距離(精確到  $1 \text{ mm}$ )。

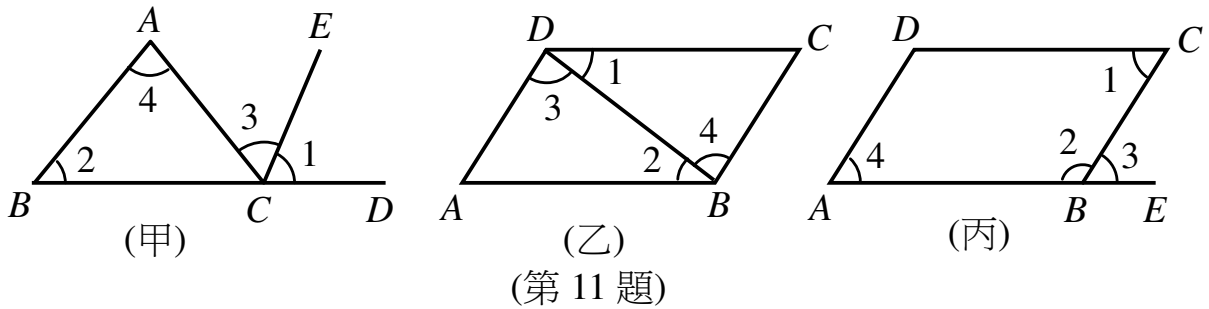
9. 畫線段  $AB = 48 \text{ mm}$ ，再畫線段  $AB$  的中垂線  $MN$ 。在  $MN$  上取兩點  $C$ 、 $D$ ，使點  $C$  到  $AB$  的距離、點  $D$  到  $AB$  的距離分別等於  $18 \text{ mm}$ 、 $32 \text{ mm}$ 。量出  $AC$ 、 $BC$ 、 $AD$ 、 $BD$  的長度(精確到  $1 \text{ mm}$ )，並比較它們的大小。



(第 10 題)

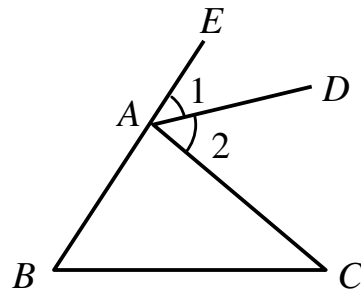
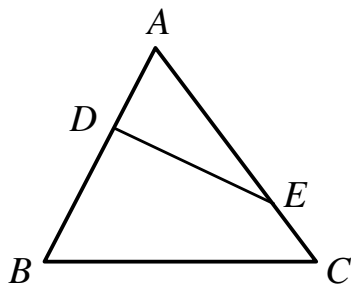
10. 用三角板，過點  $B$ 、 $C$  分別畫  $AD$  的垂線；過點  $B$  分別畫  $AC$ 、 $AB$  的垂線。

11. 圖(甲)、圖(乙)、圖(丙)中的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 與 $\angle 4$ 各是哪兩條直線被哪一條直線所截而成的？它們各是什麼角？



12. 圖中，下列各對角分別是什麼角？

- (1)  $DE$  與  $BC$  被  $AB$  所截而得的  $\angle ADE$  與  $\angle B$ ，被  $AC$  所截而得的  $\angle C$  與  $\angle DEC$ ；
- (2)  $AB$  與  $AC$  被  $BC$  所截而得的  $\angle B$  與  $\angle C$ ，被  $DE$  所截而得的  $\angle ADE$  與  $\angle DEC$ 。



13. 圖中的 $\angle 1$ 與 $\angle B$ 是不是同位角？ $\angle 2$ 與 $\angle B$ 呢？ $\angle EAC$ 與 $\angle B$ 呢？為什麼？

## 二、平行線

### 2.4 平行線

筆直的兩條鐵軌(圖 2-13)、黑板相對的兩邊，都給我們一平行直線的形象。如果畫出它們的圖形，都是在同一平面上的兩條線段(圖 2-14)。我們把這樣的兩條線段都向兩方延長，它們總不會相交。這就是說，在同一平面上，兩條直線除相交的情形外，還有不相交的情形。

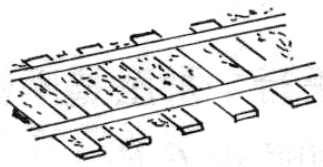


圖 2-13

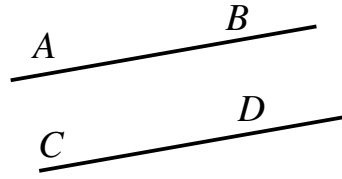


圖 2-14

在同一個平面上不相交的兩條直線叫做**平行線**。

平行用符號「 $//$ 」表示。如圖 2-14，直線  $AB$  與  $CD$  是平行線，記作「 $AB//CD$ 」，讀作「 $AB$  平行於  $CD$ 」。

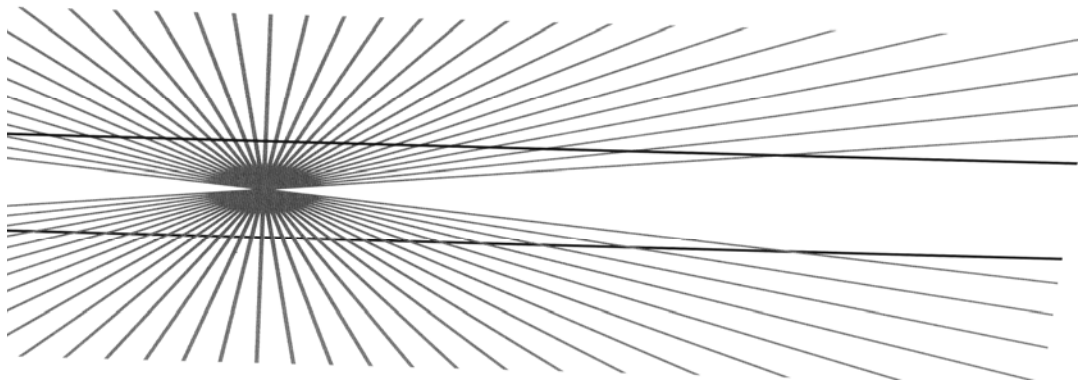
在同一平面上，兩條直線的位置關係只有兩種：平行或相交。

直線  $AB$  可以看作是  $AB$  上所有的點之集合，直線  $CD$  可以看作是  $CD$  上所有的點之集合。直線  $AB$  和  $CD$  相交，就是這兩個集合有一個並且只有一個公共元素(它們的交點)。直線  $AB$  和  $CD$  平行，就是這兩個集合沒有公共元素。

### 練習

舉出幾個平行線的實例。

➤ **動動眼**：這兩條線平行嗎？用直尺比對看看。



➤ **動動腦**：平行線相交於無窮遠點嗎？



## 2.5 平行公理

我們先學習平行線的畫法。

已知平面上直線  $AB$  與  $AB$  外的一點  $P$ ，經過點  $P$  畫平行於直線  $AB$  的直線(圖 2-15)。

- 畫法：
1. 把三角板的一邊靠緊  $AB$ ，再用直尺(或另一塊三角板)靠緊三角板的另一邊。
  2. 沿直尺推動三角板，使原來與  $AB$  重合的一邊經過點  $P$ 。
  3. 沿三角板的這條邊畫直線  $CD$ 。

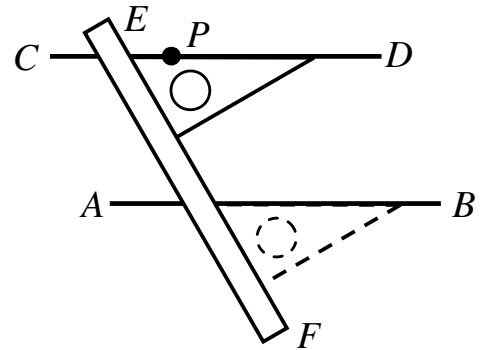


圖 2-15

$CD$  就是所求的直線。

這樣的直線可以畫出一條，而且恰只能畫出一條。

我們把這個事實作為公理：

**平行公理** 經過直線外一點，有一條而且恰只有一條直線與這條直線平行。

從平行公理可以推出：

如果兩條直線都與第三條直線平行，那麼這兩條直線也互相平行。

例如，如果直線  $AB$ 、 $CD$  都與直線  $EF$  平行(圖 2-16)，那麼  $AB$  與  $CD$  必定平行。這是因為，假如  $AB$  與  $CD$  不平行，相交於點  $P$ ，那麼過點  $P$  會有兩條直線  $AB$ 、 $CD$  都與  $EF$  平行。這是不符合平行公理的。

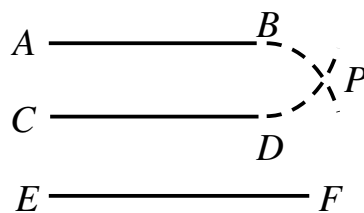
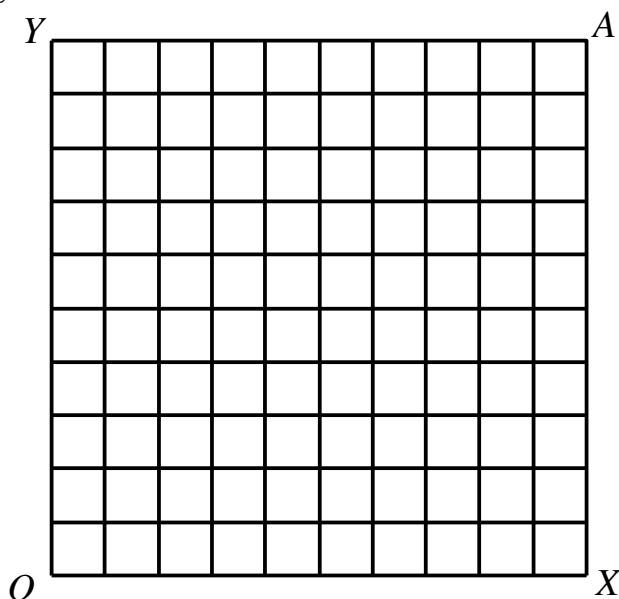


圖 2-16

## 練習

1. 照下圖的樣子，先作線段  $OX = 50 \text{ mm}$ ， $OY = 50 \text{ mm}$ ，並且使  $OX \perp OY$ 。再過  $X$ 、 $Y$  分別作  $OY$ 、 $OX$  的平行線，兩線相交於  $A$ 。然後用刻度尺把  $OX$ 、 $OY$  各分成 10 等份，從  $OY$  上每個分點作平行於  $OX$  的線段，從  $OX$  上每個分點作平行於  $OY$  的線段。



(第 1 題)

2. 填空： $\because AB \parallel EF$ ， $CD \parallel EF$  (已知)  
 $\therefore$  ( )  $\parallel$  ( ) ( )
3. 讀下列語句，並畫出圖形：
- (1) 點  $P$  是直線  $AB$  外的一點，直線  $CD$  經過點  $P$ ，且與直線  $AB$  平行；
  - (2) 直線  $AB$ 、 $CD$  是相交直線，點  $P$  是直線  $AB$ 、 $CD$  外的一點，直線  $EF$  經過點  $P$  與直線  $AB$  平行，與直線  $CD$  相交於  $E$ 。

## 2.6 平行線的判定

現在，我們來研究怎樣才能判斷兩條直線是平行線。

在上一節畫平行線  $AB$ 、 $CD$ (圖 2-15)時，我們是把三角板由虛線位置推到實線位置畫出的，這就是說，把尺邊  $EF$  看作截線，使同位角相等，作出的直線  $AB$ 、 $CD$  就是平行線。我們把這個事

實作為判定兩條直線平行的公理：

**公理** 兩條直線被第三條直線所截，如果同位角相等，那麼這兩條直線平行。

這個公理可以簡單說成：同位角相等，兩直線平行。

例如，兩條直線  $AB$ 、 $CD$  被直線  $EF$  所截(圖 2-17)，如果已經知道同位角  $\angle 1$  與  $\angle 2$  都是  $85^\circ$ ，那麼  $\angle 1 = \angle 2$ ，就可以判定  $AB \parallel CD$ 。根據的就是「同位角相等，兩直線平行」。

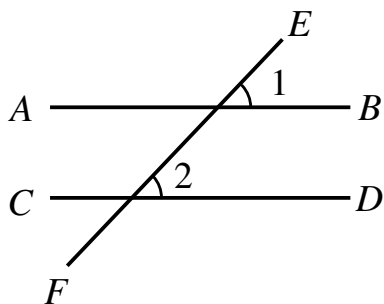


圖 2-17

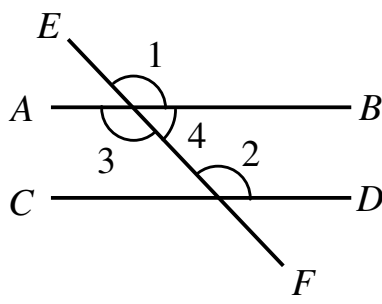


圖 2-18

根據公理，由同位角相等可以判定兩條直線平行。那麼由內錯角、同側內角的關係是否也可以判定兩條直線平行呢？我們來看圖 2-18。因為由同位角  $\angle 1 = \angle 2$ ，就可以推出  $AB \parallel CD$ 。所以只要找出在什麼情形下， $\angle 1 = \angle 2$  就可以了。在圖中，我們發現  $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 1$  與  $\angle 4$  互補。如果內錯角  $\angle 3 = \angle 2$ ，或者同側內角  $\angle 4$  與  $\angle 2$  互補，就可以推出  $\angle 1 = \angle 2$ ，於是  $AB \parallel CD$ 。下面我們寫出推理過程：

- $\because \angle 3 = \angle 2$  (已知)
- $\angle 1 = \angle 3$  (對頂角相等)
- $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (等量代換)
- $\therefore AB \parallel CD$  (同位角相等，兩直線平行)

由此，我們得到另一個平行線的判定方法：

**兩條直線被第三條直線所截，如果內錯角相等，那麼這兩條直線平行。**

這句話可以簡單說成：內錯角相等，兩直線平行。

- $\because \angle 4$  與  $\angle 2$  互補 (已知)

- $\angle 1$  與  $\angle 4$  互補 (鄰補角定義)  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (同角的補角相等)  
 $\therefore AB \parallel CD$  (同位角相等，兩直線平行)

由此，我們又得到一個平行線的判定方法：

兩條直線被第三條直線所截，如果同側內角互補，那麼這兩條直線平行。

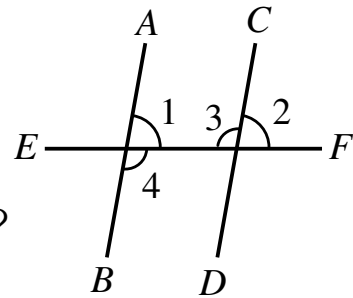
這句話可以簡單說成：同側內角互補，兩直線平行。

### 練習

回答下列各題：

1. 如圖，直線  $AB$  和  $CD$  直線  $EF$  所截。

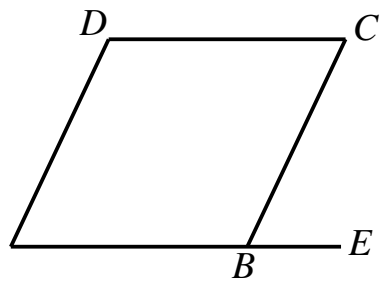
- (1) 量得  $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ，就可以判定  $AB \parallel CD$ 。它的根據是什麼？
- (2) 量得  $\angle 3 = 100^\circ$ ， $\angle 4 = 100^\circ$ ，也可以判定  $AB \parallel CD$ 。它的根據是什麼？
- (3) 量得  $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 3 = 100^\circ$ ，也可以判定  $AB \parallel CD$ 。它的根據是什麼？



(第 1 題)

2. 如圖， $BE$  是  $AB$  的延長線。量得  $\angle CBE = \angle A = \angle C$ 。

- (1) 從  $\angle CBE = \angle A$ ，可以判定那兩條直線平行？它的根據是什麼？
- (2) 從  $\angle CBE = \angle C$ ，可以判定那兩條直線平行？它的根據是什麼？



(第 2 題)

3. 圖 2-7 中，木工用角尺畫出物件邊緣的幾條垂線，這些垂線是否平行？能否用幾何語言說出這個事實。

## 2.7 平行線的性質

上一節我們學習了平行線的判定，它是由同位角相等，或內錯角相等，或同側內角互補來判定兩條直線是平行線。

這一節要學習的平行線的性質與平行線的判定正好相反，它是已知兩條直線平行，再以此為基礎，推出圖形具有的某種性質。平行線有下面的性質：

**兩條平行線被第三條直線所截，同位角相等。**

這句話簡單說成：**兩直線平行，同位角相等。**

如圖 2-19，如果  $AB \parallel CD$ ，那麼  $\angle 1 = \angle 2$ 。這是因為，假如  $\angle 1 \neq \angle 2$ ，我們可經過點  $O$  畫一條直線  $A'B'$ ，使  $\angle EOB' = \angle 2$ 。根據同位角相等，兩直線平行，可得  $A'B' \parallel CD$ 。這樣，經過點  $O$  就有兩條直線  $AB$ 、 $A'B'$  都與  $CD$  平行。這與平行公理不相符合。

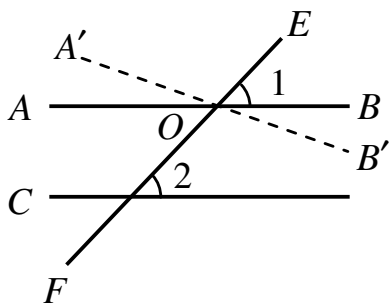


圖 2-19

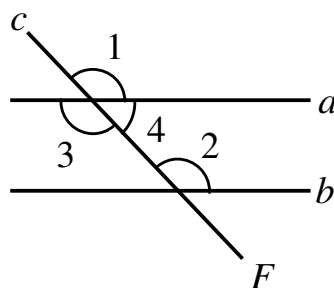


圖 2-20

根據平行線的這個性質，從兩直線平行可以推出同位角相等，在 2.3 節的例題裡，我們曾由同位角相等推出了內錯角相等。把這兩條結合起來，可以寫出如下推理，如圖 2-20：

- $\because a \parallel b$  (已知)
- $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (兩直線平行，同位角相等)
- 又  $\because \angle 1 = \angle 3$  (對頂角相等)
- $\therefore \angle 3 = \angle 2$  (等量代換)

由此，我們得到平行線的另一個性質：

**兩條平行線被第三條直線所截，內錯角相等。**

這句話可以簡單說成：**兩直線平行，內錯角相等。**

- $\because a \parallel b$  (已知)
- $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (兩直線平行，同位角相等)
- $\because c$  是直線
- $\therefore \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$  (鄰補角定義)
- $\therefore \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  (等量代換)



由此，我們又得到平行線的一個性質：

**兩條平行線被第三條直線所截，同側內角互補。**

這句話可以簡單說成：**兩直線平行，同側內角互補。**

下面我們來看圖 2-21，其中  $CD \parallel OB$ 、 $EF \parallel OA$ 。我們利用平行線的性質來研究  $\angle 1$  與  $\angle O$  有什麼關係。

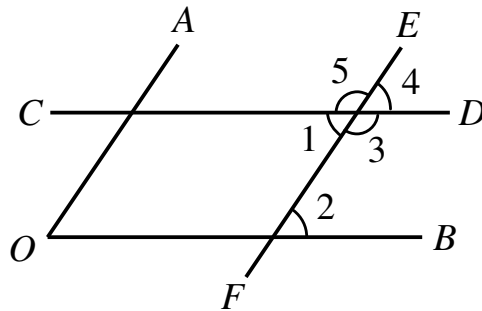


圖 2-21

- $\because CD \parallel OB$  (已知)
- $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (兩直線平行，內錯角相等)
- $\because EF \parallel OA$  (已知)
- $\therefore \angle O = \angle 2$  (兩直線平行，同位角相等)
- $\therefore \angle 1 = \angle O$  (等量代換)

由此，我們得到了兩邊分別平行的兩個角  $\angle 1 = \angle O$ 。

在圖 2-21 中，除了  $\angle 1$  與  $\angle O$  的兩邊分別平行以外， $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$  的兩邊也是與  $\angle O$  的兩邊分別平行的。我們再來研究它們與  $\angle O$  有什麼關係。

- $\because \angle 1 = \angle O$  (已證)
- 又  $\because \angle 4 = \angle 1$  (對頂角相等)
- $\therefore \angle 4 = \angle O$  (等量代換)
- 又  $\because \angle 3 + \angle 1 = 180^\circ$   
 $\angle 5 + \angle 1 = 180^\circ$  (鄰補角定義)
- $\therefore \angle 3 + \angle O = 180^\circ$   
 $\angle 5 + \angle O = 180^\circ$  (等量代換)

$\angle 1$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$  的兩邊都分別與  $\angle O$  的兩邊平行，但其

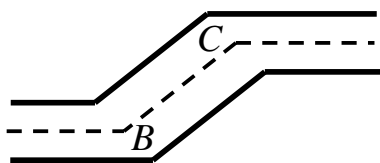
中  $\angle 1$ 、 $\angle 4$  與  $\angle O$  相等， $\angle 3$ 、 $\angle 5$  與  $\angle O$  互補。由此我們得到下面的性質：

如果一個角的兩邊分別平行於另一個角的兩邊，那麼這兩個角相等或互補。

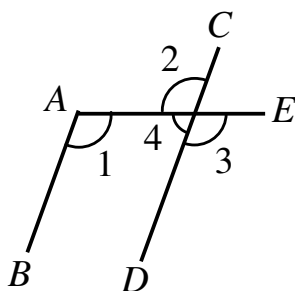
### 練習

回答下列各題：

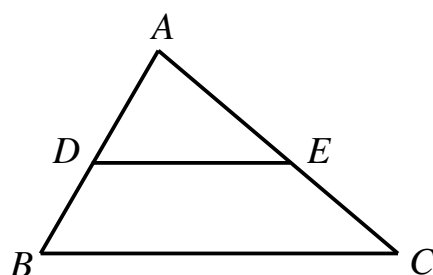
- 如圖，一條公路，兩次轉彎後，與原來的方向平行。第一次轉的角  $\angle B$  是  $142^\circ$ ，第二次轉的角  $\angle C$  是多少度？為什麼？
- 如圖，已知平行線  $AB$ 、 $CD$  被直線  $AE$  所截。
  - 從  $\angle 1 = 110^\circ$  可以知道  $\angle 2$  是多少度？為什麼？
  - 從  $\angle 1 = 110^\circ$  可以知道  $\angle 3$  是多少度？為什麼？
  - 從  $\angle 1 = 110^\circ$  可以知道  $\angle 4$  是多少度？為什麼？



(第 1 題)



(第 2 題)



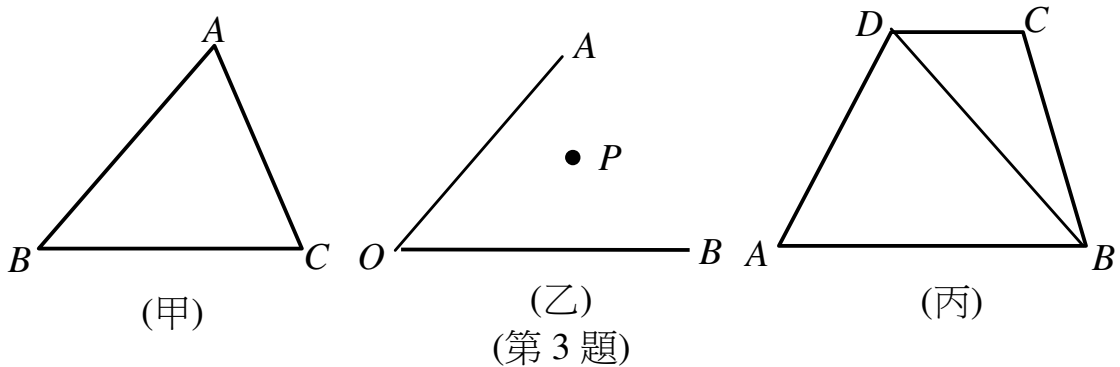
(第 3 題)

- 如圖，已知  $D$  是  $AB$  上一點， $E$  是  $AC$  上一點， $\angle ADE = 60^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle AED = 40^\circ$ 。
  - $DE$  與  $BC$  平行嗎？為什麼？
  - $\angle C$  是多少度？為什麼？

### 習題四

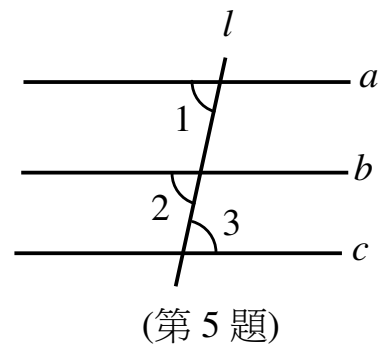
- 在同一平面上，兩條直線沒有公共點，它們的位置關係怎樣？有一個而且恰只有一個公共點呢？有兩個公共點呢？

2. 畫線段  $AB = 45\text{ mm}$ 。任意畫射線  $AX$ 。在  $AX$  上取  $C'$ 、 $D'$ 、 $B'$  三點使  $AC' = C'D' = D'B'$ ，連結  $BB'$ 。用三角板畫  $CC' \parallel B'B$ 、 $D'D \parallel B'B$ ，分別交  $AB$  於  $C$ 、 $D$ 。量  $AC$ 、 $CD$ 、 $DB$  的長(精確到  $1\text{ mm}$ )。
3. 用三角板與直尺畫平行線：
- (1) 過點  $A$  畫  $MN \parallel BC$  (圖(甲))；
  - (2) 過點  $P$  畫  $PE \parallel OA$ ，交  $OB$  於點  $E$ ；畫  $PH \parallel OB$ ，交  $OA$  於點  $H$  (圖(乙))；
  - (3) 過點  $C$  畫  $CE \parallel DA$ ，交  $AB$  於點  $E$ ；過點  $C$  畫  $CF \parallel DB$ ，交  $AB$  的延長線於點  $F$  (圖(丙))。

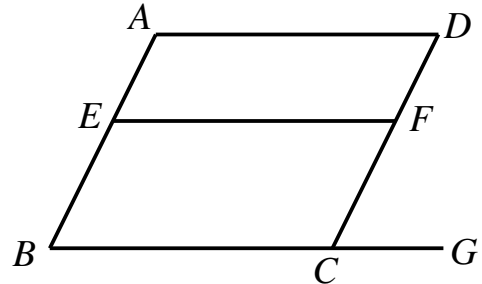


4. 已知直線  $AB$  與  $AB$  外一點  $P$ ，過點  $P$  畫直線  $CD$  平行於  $AB$ ：
- (1) 根據「同位角相等，兩直線平行」來畫；
  - (2) 根據「內錯角相等，兩直線平行」來畫。
5. 如圖，直線  $a$ 、 $b$ 、 $c$  被直線  $l$  所截，量得  $\angle 1 = 78^\circ$ ， $\angle 2 = 78^\circ$ ， $\angle 3 = 78^\circ$ 。

- (1)  $\angle 1$  和  $\angle 2$  有什麼關係？從這個關係可以推出哪兩條直線平行？它的根據是什麼？
- (2)  $\angle 1$  和  $\angle 3$  有什麼關係？從這個關係可以推出哪兩條直線平行？它的根據是什麼？
- (3)  $\angle 2$  和  $\angle 3$  有什麼關係？從這個關係可以推出哪兩條直線平行？它的根據是什麼？



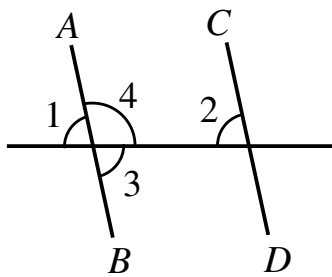
6. 如圖， $E$  是  $AB$  上的一點， $F$  是  $DC$  上一點， $G$  是  $BC$  延長線上一點。



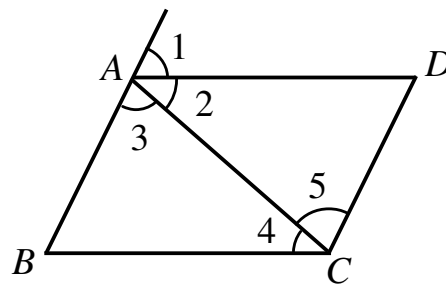
(第 6 題)

- (1) 知道  $\angle B = \angle DCG$  可以斷定哪兩條直線平行？為什麼？
- (2) 知道  $\angle DCG = \angle D$  可以斷定哪兩條直線平行？為什麼？
- (3) 知道  $\angle DFE + \angle D = 180^\circ$  可以斷定哪兩條直線平行？為什麼？

7. 填空：



(甲)



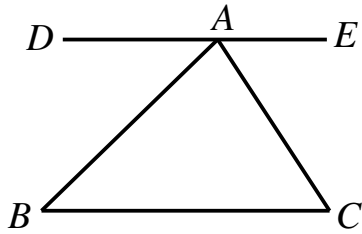
(乙)

(第 7 題)

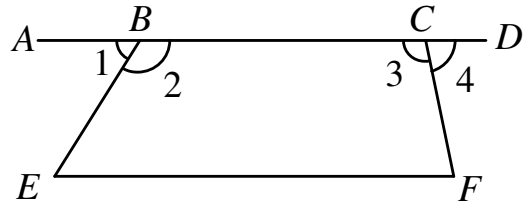
- (1) 如圖(甲)， $\because \angle 1 = 78^\circ$  (已知)  
 $\angle 2 = 78^\circ$  (已知)  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  ( )  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )
- (2) 如圖(甲)， $\because \angle 2 = 78^\circ$  (已知)  
 $\angle 3 = 78^\circ$  (已知)  
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$  ( )  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )
- (3) 如圖(甲)， $\because \angle 2 = 78^\circ$  ( )  
 $\angle 4 = 102^\circ$  ( )  
 $\therefore \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  (等式的性質)  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )
- (4) 如圖(乙)，(i)  $\because \angle 1 = \angle B$  (已知)  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )  
(ii)  $\because \angle 3 = \angle 5$  (已知)  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )

- (iii)  $\because \angle 2 = \angle 4$  (已知)  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )
- (iv)  $\because \angle 1 = \angle D$  (已知)  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )
- (v)  $\because \angle B + \angle BCD = 180^\circ$  (已知)  
 $\therefore$  ( ) // ( ) ( )

8. 如圖，已知直線  $DE$  經過點  $A$ ， $DE \parallel BC$ ， $\angle B = 44^\circ$ ， $\angle C = 57^\circ$ 。
- (1)  $\angle DAB$  等於多少度？為什麼？
- (2)  $\angle EAC$  等於多少度？為什麼？
- (3)  $\angle BAC$ 、 $\angle BAC + \angle B + \angle C$  等於多少度？為什麼？



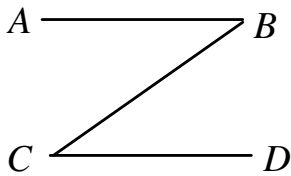
(第 8 題)



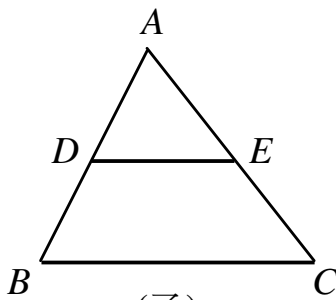
(第 9 題)

9. 如圖， $ABCD$  成一直線， $AD \parallel EF$ ， $\angle E = 58^\circ$ ， $\angle F = 78^\circ$ 。
- (1)  $\angle E = 58^\circ$  時， $\angle 1$ 、 $\angle 2$  各等於多少度？為什麼？
- (2)  $\angle F = 78^\circ$  時， $\angle 3$ 、 $\angle 4$  各等於多少度？為什麼？

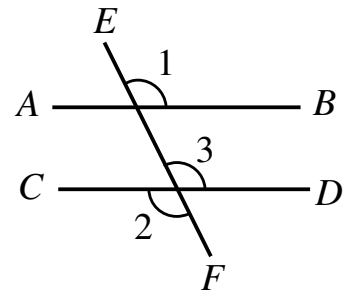
10. 填空：



(甲)



(乙)



(丙)

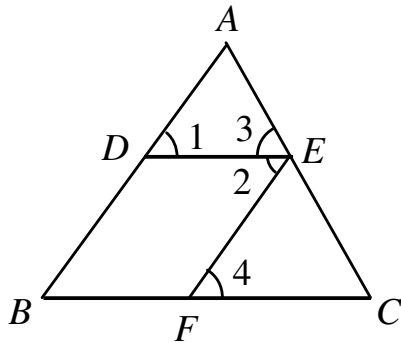
(第 10 題)

- (1) 如圖(甲)， $\because AB \parallel CD$  (已知)  
 $\therefore \angle B = \angle C$  ( )
- (2) 如圖(乙)， $\because \angle ADE = \angle B$  (已知)  
 $\therefore DE \parallel BC$  ( )  
 $\therefore \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$  ( )

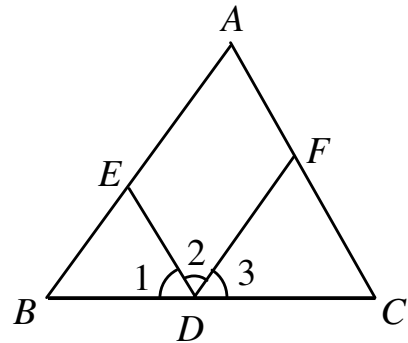
- (3) 如圖(丙),  $\because AB \parallel CD$  (已知)  
 $\therefore \angle 1 = \angle 3$  ( )  
 $\because \angle 3 = \angle 2$  ( )  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  ( )

11. 用式子來表示下列句子：如圖，

- (1) 已知  $\angle 1$  與  $\angle 2$  相等，根據內錯角相等，兩直線平行，所以  $AB$  與  $EF$  平行。  
 (2) 已知  $DE$  與  $BC$  平行，根據兩直線平行，同位角相等，所以  $\angle 1$  等於  $\angle B$ 、 $\angle 3$  等於  $\angle C$ 。



(第 11 題)



(第 12 題)

12. 填空：

- (1)  $\because \angle A = ( \quad )$  (已知)  
 $\therefore AC \parallel ED$  ( )  
 (2)  $\because \angle 2 = ( \quad )$  (已知)  
 $\therefore AC \parallel ED$  ( )  
 (3)  $\because \angle A + ( \quad ) = 180^\circ$  (已知)  
 $\therefore AB \parallel FD$  ( )  
 (4)  $\because AC \parallel ( \quad )$  (已知)  
 $\therefore \angle 2 = \angle DFC$  ( )  
 (5)  $\because AB \parallel ( \quad )$  (已知)  
 $\therefore \angle 2 + \angle AED = 180^\circ$  ( )  
 (6)  $\because AC \parallel ( \quad )$  (已知)  
 $\therefore \angle C = \angle 1$  ( )

### 三、命題、定理、證明

#### 2.8 命題、定理

前面，我們已經學過一些圖形的性質。例如：「對頂角相等」、「如果兩條直線都與第三條直線平行，那麼這兩條直線也互相平行」、「兩條直線被第三條直線所截，如果內錯角相等，那麼這兩條直線平行」、「兩條平行線被第三條直線所截，同側內角互補」，等等，都是判斷某一件事情的語句。像這樣，判斷一件事情的語句，叫做**命題**。

每一個命題都是由題設、結論兩部分組成的。題設是已知事項；結論是由已知事項推出的事項。命題常寫成「如果…，那麼…」的形式，用「如果」開始的部分就是題設，用「那麼」開始的部分就是結論。例如：命題「如果兩條直線都與第三條直線平行，那麼這兩條直線也互相平行」。其中「兩條直線都與第三條直線平行」是題設；「這兩條直線也互相平行」是結論。但有的命題，如「對頂角相等」，它的題設與結論不十分明顯，對於這樣的命題，應分清它的題設與結論。也可以將它寫成「如果…，那麼…」的形式。例如，寫成「如果兩個角是對頂角(題設)，那麼這兩個角相等(結論)」。

上面列舉的一些命題都是正確的命題，叫做**真命題**。還有一類命題是錯誤的命題，叫做**假命題**。例如，「相等的兩個角是對頂角」、「內錯角互補，兩直線平行」都是假命題。

前面，我們學過一些公理，如「兩點確定一直線」、「兩點之間線段最短」、「平行公理」、「同位角相等，兩直線平行」也是命題，它們都是人們從長期的實踐中總結出來的真命題，並把它們作為判斷其它命題的正確性的根據。

本節開頭所列舉的一些命題，都是用推理的方法判斷為正確的命題。用推理的方法判斷為正確的命題叫做**定理**。

## 練習

- 判斷下列語句中，哪些是命題，哪些不是命題。如果是命題，指出它的題設與結論。
  - 兩直線相交，只有一個交點；
  - 在直線  $AB$  上任取一點  $C$ 。
- 將下列命題改寫成「如果…，那麼…」的形式：
  - 兩條平行線被第三條直線所截，內錯角相等；
  - 同側內角互補，兩直線平行；
  - 同角的餘角相等。

- 抄寫下題，並在括弧內加註理由。

已知：如圖， $\angle 1 = \angle 2$ 。

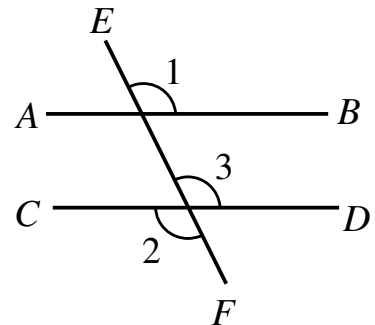
求證： $AB \parallel CD$

證明： $\because \angle 1 = \angle 2$  ( )

$\angle 2 = \angle 3$  ( )

$\therefore \angle 1 = \angle 3$  ( )

$\therefore AB \parallel CD$  ( )



(第3題)

## 2.9 證明

前面，我們學過一些定理，如「對頂角相等」、「內錯角相等，兩直線平行」等。它們的正確性是經過推理證實的，推理的過程就是證明。

一個命題，除了公理之外，它是真命題還是假命題，須要經過證明才能知道。證明要從命題的題設出發，通過推理來判斷命題的結論是否成立。結論成立，就是真命題，結論不成立，就是假命題。學習幾何就要學會證明。

下面我們來看一個證明的例子。

**定理** 如果兩條直線都與第三條直線垂直，那麼這兩條直線平行。

已知：如圖 2-22， $AB \perp EF$ ， $CD \perp EF$ 。



求證： $AB \parallel CD$ 。

證明： $\because AB \perp EF$  (已知)  
 $\therefore \angle 1 = 90^\circ$  (垂直的定義)  
 $\because CD \perp EF$  (已知)  
 $\therefore \angle 2 = 90^\circ$  (垂直的定義)  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (等量代換)  
 $\therefore AB \parallel CD$  (同位角相等，兩直線平行)

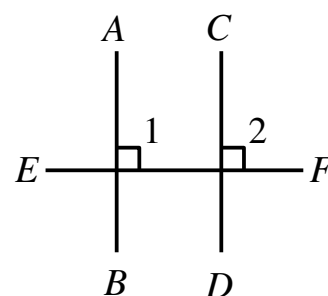


圖 2-22

從上例可以看出，證明是從題設出發，經過由「 $\because \dots, \therefore \dots$ 」組成的推理，直到得出結論。推理的每一步都必須有根據，根據是題設與已證事項、定義、公理與定理。

證明一個命題，一般步驟如下：

1. 按題意畫出圖形；
2. 分清命題的題設與結論，結合圖形，在已知一項中寫出題設，在求證一項中寫出結論；
3. 在證明一項中，寫出證明過程。

下面，我們按以上步驟，再來證明一個命題：

**定理** 如果一條直線與兩條平行線中的一條垂直，那麼，這條直線也與另一條垂直。

我們先來畫出符合題意的圖形。先畫出兩條平行線  $AB \parallel CD$ 。再畫一條直線  $EF \perp AB$ 。這樣我們就畫出了符合題意的圖形(圖 2-23)。

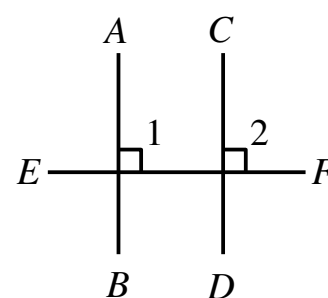


圖 2-23

已知： $AB \parallel CD, EF \perp AB$  (圖 2-23)。

求證： $EF \perp CD$ 。

證明： $\because AB \parallel CD$  (已知)  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (兩直線平行，同位角相等)  
 $\because EF \perp AB$  (已知)  
 $\therefore \angle 1 = 90^\circ$  (垂直定義)  
 $\therefore \angle 2 = 90^\circ$  (等量代換)  
 $\therefore EF \perp CD$  (垂直定義)

有些命題是假命題。要證明一個命題是假命題，只要能舉出一個例子說明這個命題是不成立就可以，即舉出一個反例。例如，證明「相等的角是對頂角」是假命題時，可畫一個角的平分線，得到兩個相等的角，但它們不是對頂角，就可以肯定要證的命題是假命題了。

### 練習

1. 抄寫下列各命題的證明步驟，並寫出推理根據：

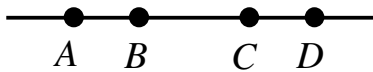
(1) 已知： 如圖(甲)， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個點在一條直線上，  
 $AB = CD$ 。

求證：  $AC = BD$ 。

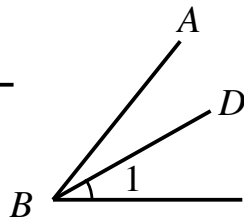
證明：  $\because AB = CD$  ( )

$\therefore AB + BC = CD + BC$  ( )

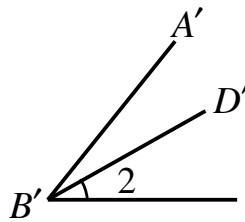
即  $AC = BD$



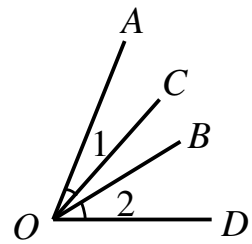
(甲)



(乙)



(第 1 題)



(丙)

(2) 已知： 如圖(乙)， $\angle ABC = \angle A'B'C'$ ， $BD$ 、 $B'D'$  分別是  $\angle ABC$ 、 $\angle A'B'C'$  的平分線。

求證：  $\angle 1 = \angle 2$ 。

證明：  $\because \angle ABC = \angle A'B'C'$  ( )

$\therefore \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle A'B'C'$  ( )

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$  (角平分線定義)

$\angle 2 = \frac{1}{2} \angle A'B'C'$  ( )

$\therefore \angle 1 = \angle 2$  ( )

### 練習

(3) 已知： 如圖(丙)，  $\angle AOB = \angle COD$  。

求證：  $\angle 1 = \angle 2$  。

證明：  $\because \angle AOB = \angle COD$  ( )  
 $\therefore \angle AOB - \angle BOC = \angle COD - \angle BOC$   
( )

即  $\angle 1 = \angle 2$

2. 證明下列命題是假命題：

- (1) 一個角的補角大於這個角；
- (2) 正數與負數的和是負數。

### 習題五

1. 把下列命題寫成「如果…，那麼…」的形式：

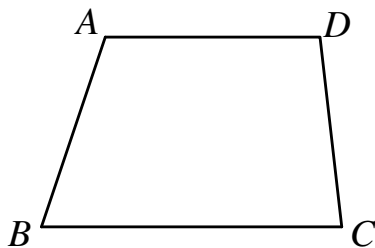
- (1) 兩條平行線被第三條直線所截，同側內角互補；
- (2) 直角都相等。

抄寫各題，並在括號內加註理由與填空：

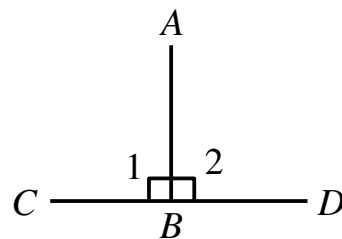
2. 如圖， 已知：  $\angle A + \angle B = 180^\circ$

求證：  $\angle C + \angle D = 180^\circ$

證明：  $\because \angle A + \angle B = 180^\circ$  ( )  
 $\therefore AD \parallel BC$  ( )  
 $\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$  ( )



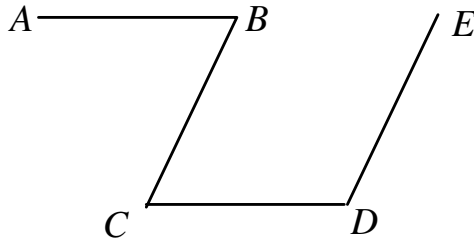
(第 2 題)



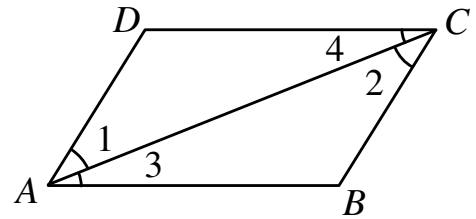
(第 3 題)

3. 已知： $AB \perp CD$   
 求證： $\angle 1 = \angle 2$   
 證明： $\because AB \perp CD$  ( )  
 $\therefore \angle 1 = 90^\circ, \angle 2 = 90^\circ$  ( )  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$  ( )

4. 已知： $AB \parallel CD, BC \parallel DE$   
 求證： $\angle B + \angle D = 180^\circ$   
 證明： $\because AB \parallel CD$  ( )  
 $\therefore \angle B =$  ( ) ( )  
 $\because BC \parallel$  ( ) ( )  
 $\therefore \angle C + \angle D = 180^\circ$  ( )  
 $\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$  ( )



(第 4 題)



(第 5 題)

5. 已知： $AD \parallel BC, \angle BAD = \angle BCD$   
 求證： $AB \parallel CD$   
 證明： $\because AD \parallel BC$  ( )  
 $\therefore \angle 1 =$  ( ) ( )  
 又  $\because \angle BAD = \angle BCD$  ( )  
 $\therefore \angle BAD - \angle 1 = \angle BCD - \angle 2$  ( )  
 即  $\angle 3 = \angle 4$   
 $\therefore AB \parallel CD$  ( )

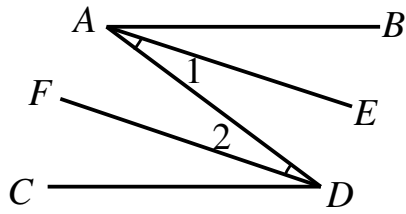
6. 已知： $AB \parallel CD, AE, DF$  分別是  $\angle BAD, \angle CDA$  的角平分線。  
 求證： $AE \parallel DF$   
 證明： $\because AB \parallel CD$  ( )  
 $\therefore \angle BAD =$  ( ) ( )

$\therefore AE、DF$  分別是  $\angle BAD、\angle CDA$  的角平分線 ( )

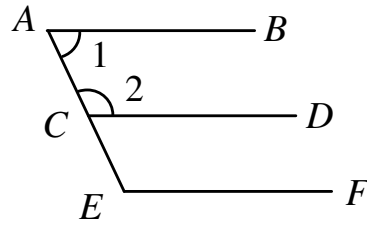
$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle BAD, \angle 2 = \frac{1}{2} \angle CDA$  ( )

$\therefore \angle 1 = \angle 2$  ( )

$\therefore AE // ( )$  ( )



(第 6 題)



(第 7 題)

7. 已知： $AB // EF, \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

求證： $CD // EF$

證明： $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$  ( )

$\therefore AB // ( )$  ( )

又  $\therefore ( ) // EF$  ( )

$\therefore CD // EF$  ( )

8. 證明下列命題是假命題：

- (1) 如果一個數能被 2 整除，那麼這個數也能被 4 整除；
- (2) 不等式的兩邊都乘以同一個數，不等號的方向不變；
- (3) 一個銳角與一個鈍角的和等於一個平角。

9. 畫圖，並寫出已知、求證(不證明)：

- (1) 同角的補角相等；
- (2) 鄰補角的平分線互相垂直；
- (3) 對頂角的平分線成一直線。

## 小 結

一、本章主要內容是相交線與平行線，重點是垂線與平行線的概念、判定與性質，以及命題、定理與證明。

二、在同一平面上，兩條直線的位置關係只有兩種：相交、平行。

兩條直線相交，對頂角相等。所構成的四個角有一個是直角時，兩條直線互相垂直。經過一點有一條而且恰只有一條直線垂直於已知直線。垂線段最短。

經過直線外一點，有一條而且恰只有一條直線與這條直線平行。平行線的判定方法：

- (1) 同位角相等，兩直線平行；
- (2) 內錯角相等，兩直線平行；
- (3) 同側內角互補，兩直線平行。

平行線的性質：兩直線平行，同位角相等；內錯角相等；同側內角互補。

平行於同一條直線的兩條直線互相平行。垂直於同一條直線的兩條直線互相平行。

三、命題是判斷某一件事情的語句。定理是經過推理判斷為真命題的命題。證明是從題設出發，經過逐次推理，來判斷命題是否正確的過程。證明中每一步推理都要有根據，推理的根據是命題中的題設，已講過的定義、公理以及已經學過的定理。

---

---

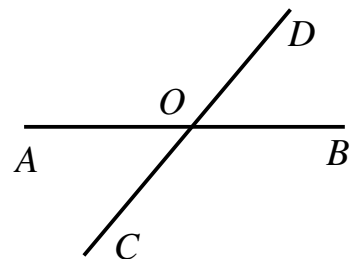
### 複習參考題二

---

---

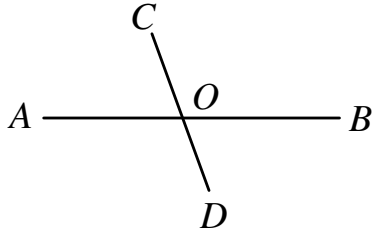
1. 點  $O$  是直線  $AB$  上的一點， $OC$ 、 $OD$  是分別在直線  $AB$  兩側的兩條射線，且有  $\angle AOC = \angle BOD$ 。

- (1) 如果  $\angle AOC = 50^\circ$ ，求  $\angle COB + \angle BOD$  的大小；
- (2) 如果  $\angle AOC = m^\circ$ ，求  $\angle COB + \angle BOD$  的大小；
- (3)  $\angle AOC$  與  $\angle BOD$  是不是對頂角？

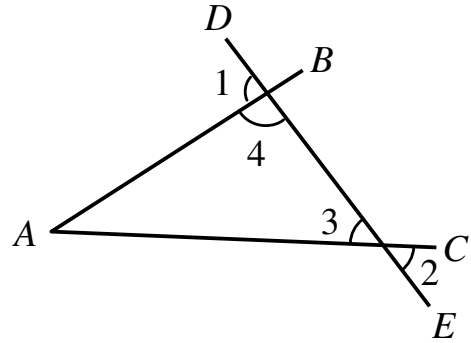


(第 1 題)

2. 已知直線  $AB$  與  $CD$  相交於點  $O$ ，並且  $\angle AOD + \angle BOC = 220^\circ$ ，求  $\angle AOC$ 。

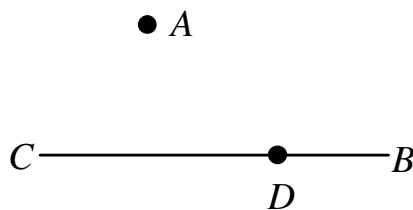


(第 2 題)



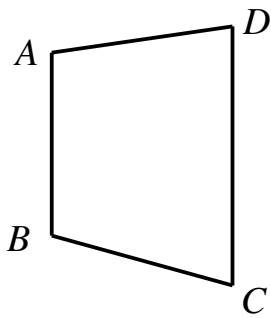
(第 3 題)

3. (1) 指出  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$  與  $\angle A$  中的對頂角、同位角、內錯角、同側內角，並指出它們是由哪些直線相交而成的。
- (2) 已知  $\angle 1 = 95^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ，求  $\angle 3$ 、 $\angle 4$  的大小。
4. 畫一條線段  $AB = 6\text{ cm}$ 。取  $AB$  的中點  $C$ ，然後過點  $C$  畫直線  $CD \perp AB$ ，垂足為  $C$ 。在  $CD$  上取一點  $E$ ，使  $CE = 4\text{ cm}$ 。測量  $AE$ 、 $BE$  的長，並比較它們的大小。
5. 下列說法正確嗎？為什麼？
- (1) 畫直線  $AB$  的中垂線；
- (2) 已知線段  $AB$  與點  $M$ ，過點  $M$  畫  $AB$  的垂直平分線；
- (3) 已知直線  $AB$  上一點  $M$ ，直線外一點  $N$ ，連結  $M$ 、 $N$ ，使  $MN \perp AB$ ；
- (4) 已知直線  $AB$  及  $AB$  上一點  $C$ ，過點  $C$  畫  $CD \perp CA$ ，畫  $CE \perp CB$ 。
6. 如圖，要從點  $A$  走到河岸  $BC$ ，怎樣走法最近？為什麼？如果要走到河岸上一點  $D$  呢？

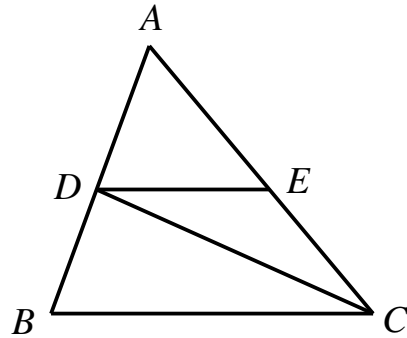


(第 6 題)

7. 畫  $\angle BAC = 57^\circ$ 。在  $AB$  上取點  $D$ ，使  $AD = 30 \text{ mm}$ ；在  $AC$  上取點  $E$ ，使  $AE = 40 \text{ mm}$ 。經過點  $D$  畫  $AC$  的平行線，經過  $E$  畫  $AB$  的平行線，兩線相交於點  $F$ 。量出  $AF$  的長(精確到  $1 \text{ mm}$ ) 與  $\angle BAF$ 、 $\angle CAF$  的大小(精確到  $1^\circ$ )。
8. 一塊鋼板的兩邊  $AB$  與  $CD$  平行，已知  $\angle A = 98^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ，求  $\angle B$  與  $\angle D$  的度數，並且說明根據。

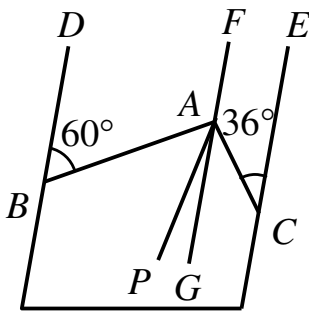


(第 8 題)

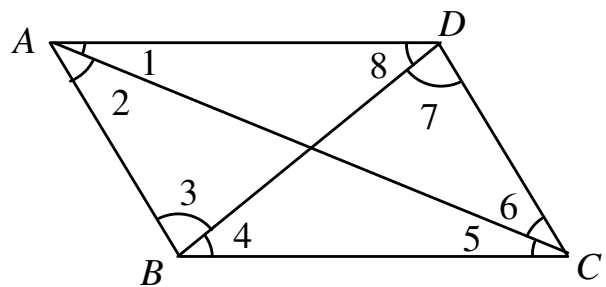


(第 9 題)

9. 如圖，已知  $DE \parallel BC$ ， $CD$  是  $\angle ACB$  的平分線， $\angle B = 70^\circ$ ， $\angle ACB = 50^\circ$ ，求  $\angle EDC$  與  $\angle BDC$  的度數。
10. 已知  $DB \parallel FG \parallel EC$ ， $\angle ABD = 60^\circ$ 、 $\angle ACE = 36^\circ$ ， $AP$  是  $\angle BAC$  的平分線，計算  $\angle PAG$  的度數。



(第 10 題)



(第 11 題)

11. (1) 已知  $AD \parallel BC$ ，可以得出哪些角相等？為什麼？  
 (2) 已知  $AB \parallel DC$ ，可以得出哪些角的和是  $180^\circ$ ？為什麼？  
 (3) 已知  $\angle 3 = \angle 7$ ，可以得出哪兩條直線平行？為什麼？  
 (4) 已知  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ，可以得出哪兩條直線平行？為什麼？

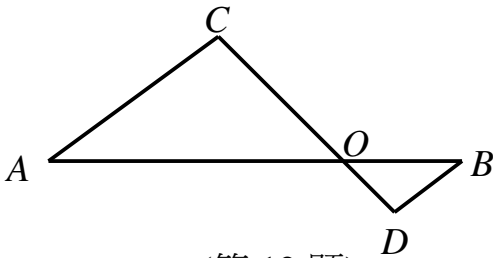


抄寫下列各題，並在括號內加註理由(第 12~15 題)

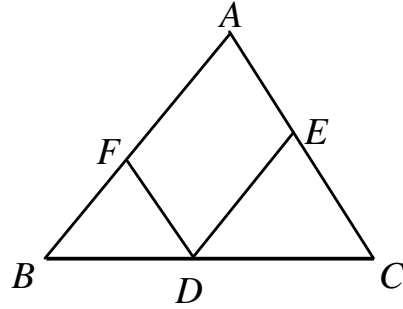
12. 已知： 如圖， $AB$  與  $CD$  相交於點  $O$ ， $\angle A = \angle B$ 。

求證：  $\angle C = \angle D$ 。

證明：  $\because \angle A = \angle B$  ( )  
 $\therefore AC \parallel BD$  ( )  
 $\therefore \angle C = \angle D$  ( )



(第 12 題)



(第 13 題)

13. 已知： 如圖， $D$ 、 $E$ 、 $F$  分別是  $BC$ 、 $CA$ 、 $AB$  上的點，  
 $DE \parallel BA$ ， $DF \parallel CA$

求證：  $\angle FDE = \angle A$ 。

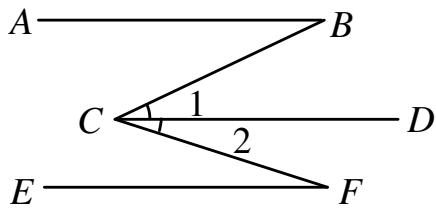
證明：  $\because DE \parallel BA$  ( )  
 $\therefore \angle FDE = \angle BFD$  ( )  
 $\because DF \parallel CA$  ( )  
 $\therefore \angle BFD = \angle A$  ( )  
 $\therefore \angle FDE = \angle A$  ( )

14. 已知： 如圖， $AB \parallel EF$

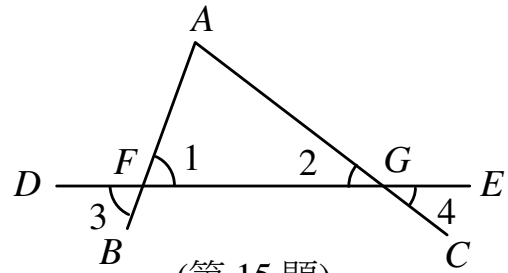
求證：  $\angle BCF = \angle B + \angle F$ 。

證明： 經過點  $C$  畫  $CD \parallel AB$  (經過直線外一點有且  
 恰只有一條直線與這條線平行)

$\therefore \angle B = \angle 1$  ( )  
 $\because AB \parallel EF$  ( )  
 $CD \parallel AB$  ( )  
 $\therefore CD \parallel EF$  ( )  
 $\therefore \angle F = \angle 2$  ( )  
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle F$  ( )  
 即  $\angle BCF = \angle B + \angle F$



(第 14 題)



(第 15 題)

15. 已知： $DE$  交  $AB$  於點  $F$ ，交  $AC$  於點  $G$ ， $\angle 1 > \angle 2$ 。

求證： $\angle 3 > \angle 4$ 。

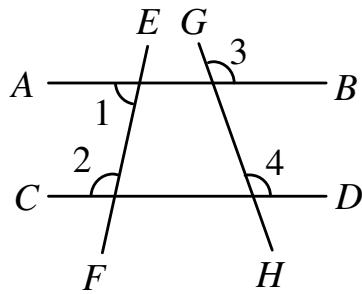
證明： $\because \angle 1 > \angle 2$  ( )

$\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$  ( )

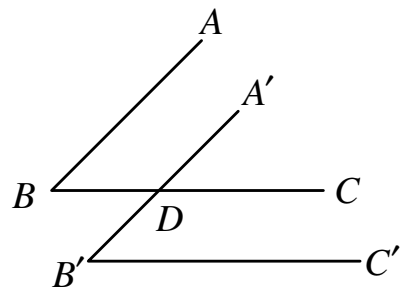
$\therefore \angle 3 > \angle 4$  ( )

16. 已知：如圖，直線  $AB$ 、 $CD$  被  $EF$ 、 $GH$  所截， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

求證： $\angle 3 = \angle 4$ 。



(第 16 題)



(第 17 題)

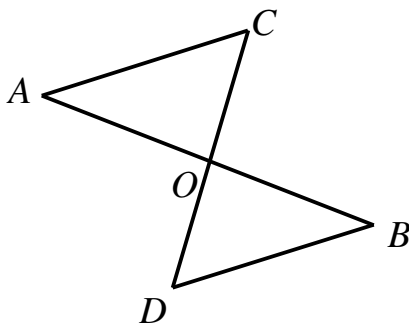
17. 已知：如圖， $AB \parallel A'B'$ ， $BC \parallel B'C'$ ， $BC$  交  $A'B'$  於點  $D$ 。

求證： $\angle B = \angle B'$ 。

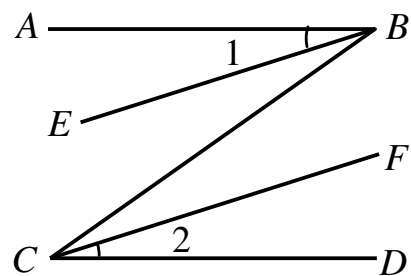
18. 已知：如圖， $AB$  與  $CD$  相交於點  $O$ ， $\angle C = \angle COA$ ，

$\angle D = \angle BOD$ 。

求證： $AC \parallel BD$ 。



(第 18 題)



(第 19 題)

19. (1) 已知： 如圖，  $AB \parallel CD$ ，  $EB \parallel CF$ 。  
求證：  $\angle 1 = \angle 2$ 。
- (2) 已知： 如圖，  $AB \parallel CD$ ，  $\angle 1 = \angle 2$ 。  
求證：  $BE \parallel CF$ 。
- (3) 已知： 如圖，  $BE \parallel CF$ ，  $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$ ，  $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle BCD$   
求證：  $AB \parallel CD$ 。
- 
- 

- ◆ 美國第 16 任總統林肯(Abraham Lincoln, 1809-1865)年輕時的  
記敘：  
這位受過正統教育的年輕律師買了一本二十三世紀前歐幾里得  
所寫的幾何原本..... 每次巡迴出庭時一定隨身攜帶。晚上，  
當別人熟睡時，他便在燭光下靜靜地研讀。
- ◆ 英國大哲學家羅素 (Bertrand Russell, 1872-1970) 對幾何原  
本有如此的印象：  
當我十一歲時，在哥哥的指導下開始研習歐幾里得的鉅著，  
回想當時目眩神迷，有如初戀一般，是我一生中難以忘懷的  
經歷。
- ◆ 愛因斯坦(Albert Einstein, 1879-1955)曾經說過：  
如果歐幾里得未能激起你少年時代的熱情，那麼你就不是  
一個天才的科學家了。
- ◆ 托勒密(Claudius Ptolemy, 90-168)一世問歐幾里得有沒有什麼  
學習幾何的捷徑。歐幾里得回答道：

幾何無王者之道。

*(There is no royal road to geometry !)*