

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

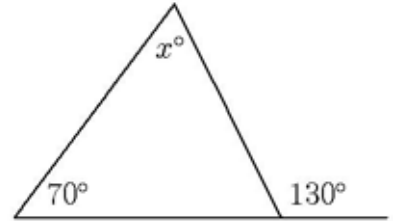
Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

高級卷(11-12 年級)

1-10 題，每題 3 分

1. $(4 \times 5) \div (2 \times 10)$ 等於
(A) 4 (B) $\frac{1}{4}$ (C) 2 (D) $\frac{1}{2}$ (E) 1
-

2. 右圖中， x 之值等於
(A) 20 (B) 90 (C) 30
(D) 80 (E) 60

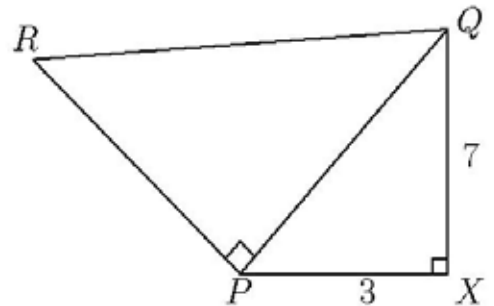


3. $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}$ 等於
(A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{7}{6}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\frac{9}{7}$
-

4. 直線 $y = x + g$ 通過點 $(2, 3)$ 。則 g 之值等於
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) -1
-

5. 有一個二位元數，它的十位元數位是 t ，個位數位是 u 。若將數位 8 插入這兩個數字之間而成一個三位數，則此三位數之值為
(A) $t + u + 8$ (B) $10t + 80 + u$ (C) $10t + u + 8$
(D) $100t + 10u + 8$ (E) $100t + 80 + u$
-

6. 右圖中，直角三角形 PXQ 的兩股長分別為 3 和 7。由點 P 做直線 PR 使得 $RPQ = 90^\circ$ 且 $PR = PQ$ 。則三角形 PQR 的面積等於
(A) $\frac{21}{2}$ (B) 29 (C) $\sqrt{58}$
(D) 58 (E) 100



7. 我校參加某考試的十一年級學生有 20 名，十二年級學生有 30 名，其中十一年級學生的平均分為 70 分，十二年級學生的平均分為 80 分。請問兩個年級合在一起的總平均分為
 (A) 72 (B) 75 (C) 76 (D) 78 (E) 74
-
8. 將汽車的輪胎更換使得車輪的圓周長由 200 cm 增至 225 cm。則汽車行駛 1800 km 後，車輪旋轉的圈數將減少多少圈？
 (A) 50000 (B) 1000 (C) 2000
 (D) 100000 (E) 7200000
-
9. 一個五邊形其中四個內角之總和為 400° ，請問未算到的那個內角為多少度？
 (A) 40 (B) 120 (C) 140 (D) 160 (E) 400
-
10. $\sqrt[4]{2} \times \sqrt{32\sqrt{2}}$ 等於
 (A) 8 (B) 4 (C) $4\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt[4]{2}$ (E) $16\sqrt[4]{2}$

11-20 題，每題 4 分

11. 有一個正分數和它的倒數之差為 $\frac{9}{20}$ ，則這個正分數和它的倒數之和等於
 (A) $\frac{20}{9}$ (B) $\frac{41}{20}$ (C) $\frac{25}{16}$
 (D) 5 (E) 答案不唯一
-
12. 在時間 $t=0$ 時，一個氣球開始洩氣，在時間 t 留在氣球內的氣體的量為 Q 。
 Q 和 t 的關係式為

$$Q = \frac{100}{(1+2t)^2}.$$

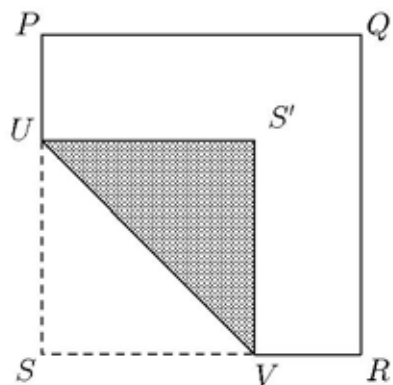
全部氣體泄出一半所費時間為

- (A) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (D) $\sqrt{2}$ (E) $\frac{10\sqrt{2}-1}{10}$

13. 投擲兩顆骰子，出現的兩個點數正好是一個二位元完全平方數的數字的機率為

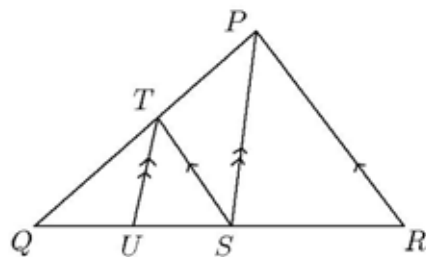
(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$

14. 一張正方形紙片面積為 12 cm^2 ，它的一個面為白色，另一個面為灰色。如右圖，將這張紙的左下角折出一個三角形，使得三角形的二個邊分別平行於正方形的二個邊。現在這張紙的可見部分正好有一半的面積是白色的，有一半的面積是灰色的。請問線段 UV 的長度為多少 cm ？



(A) 4 (B) $\sqrt{12}$ (C) 3
(D) 6 (E) $\sqrt{8}$

15. 如右圖的三角形 PQR 中，點 S 和點 U 在 QR 邊上；點 T 在 PQ 邊上，並且 $TS \parallel PR$ ， $UT \parallel SP$ 。若 $QS = 4 \text{ cm}$ ， $SR = 2.4 \text{ cm}$ 。請問 QU 的長度為多少 cm ？

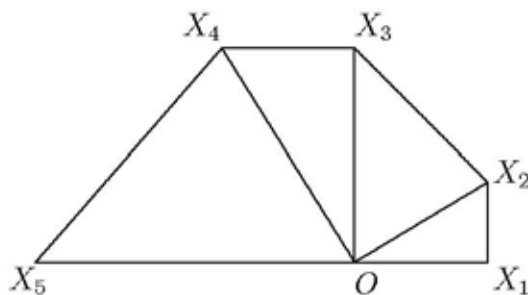


(A) 2.4 (B) 2.5 (C) 3
(D) 3.2 (E) 4

16. 一列火車于中午 12 時離開坎培拉駛往悉尼，另一列火車則於 40 分鐘後離開悉尼駛往坎培拉。若兩列火車以相同的均速在同一路線上行駛，全程各需時 $3\frac{1}{2}$ 小時。請問這二列火車在何時相遇？

(A) 下午 1:45 (B) 下午 2:00 (C) 下午 2:05
(D) 下午 2:15 (E) 下午 2:25

17. 由一個等腰直角三角形 OX_1X_2 (其中 OX_1 的長度為 1) 開始構造一條螺線，接著以斜邊 OX_2 作為另一個等腰直角三角形的兩股，繼續一直作下去，右圖所示為作圖的最先幾個步驟。最後，我們將會第一次出現 OX_k 與第一個三角形的一條邊 OX_1 重迭。請問線段 X_1X_k 之長度為何？

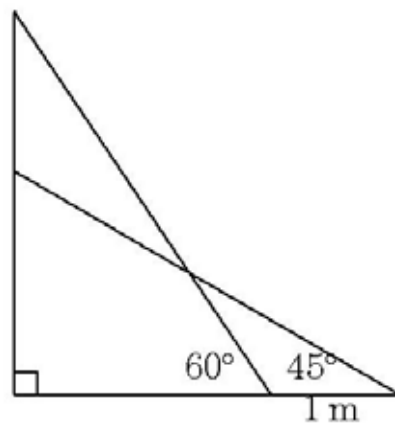


(A) 8 (B) $8\sqrt{2}-1$ (C) $8\sqrt{2}$
(D) 15 (E) 14

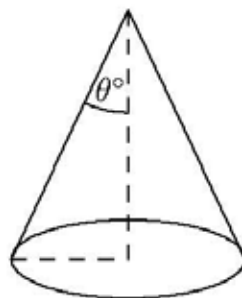
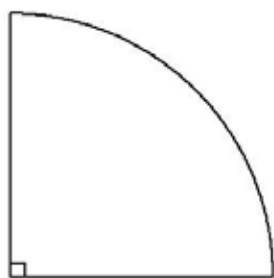
18. 在五位數中，有多少個數其任意相鄰兩個數字之差都為 3？
 (A) 40 (B) 41 (C) 43 (D) 45 (E) 50

19. 一座梯子跨靠在牆上，如右圖，它與地面之夾角為 60° 。當將梯子的底座向外移動 1 m，則它與地面之夾角成為 45° 。請問這座梯子的長度是多少 m？

- (A) 2 (B) $2(\sqrt{2}+1)$ (C) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$
 (D) $\sqrt{5}$ (E) $\frac{2}{\sqrt{2}+1}$



20. 四分之一圓的紙片折成一個圓錐體。



若這個圓錐體的對稱軸與斜高之夾角為 θ° ，則 $\sin\theta^\circ$ 等於

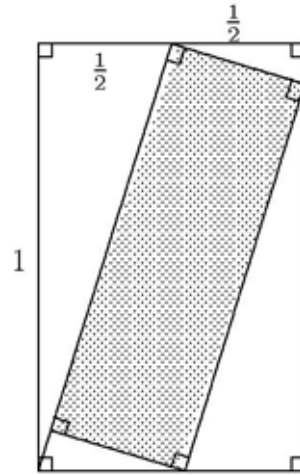
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

21-30 題，每題 5 分

21. $x + \sqrt{x^2 + \sqrt{x^3 + 1}} = 1$ 的實根有幾個？
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

22. 右圖中，陰影部分的矩形面積

- (A) 介於 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{5}{16}$ 之間
 (B) 介於 $\frac{5}{16}$ 和 $\frac{3}{8}$ 之間
 (C) 介於 $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{7}{16}$ 之間
 (D) 介於 $\frac{7}{16}$ 和 $\frac{1}{2}$ 之間
 (E) 大於 $\frac{1}{2}$



23. 將 $(1-2x)^3(1+kx)^2$ 展開， k_1 與 k_2 是使得 x^2 的係數等於 40 的兩個 k 值。則 k_1+k_2 等於

- (A) -1 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 14

24. $x + y = 4$ 的圖形所圍區域的面積為多少平方單位？

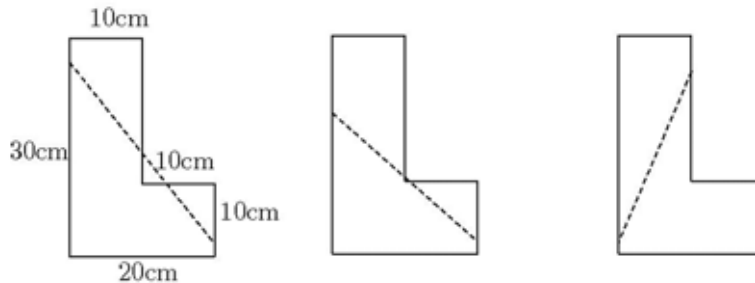
- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16 (E) 32

25. 2^{2005} 的值用十進位表示，它的位數最接近於

- (A) 400 (B) 500 (C) 600 (D) 700 (E) 800

問題 26~30 的答案為 0~999 之間的整數，請將答案填在答案卡上的對應的位置。

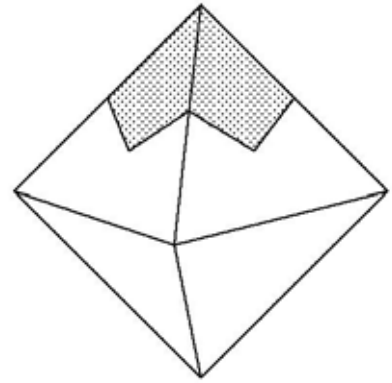
26. 我父親在我生日時送我一個 L 形的生日蛋糕。我父親要求我必須只用一把直尺將蛋糕切為三片，以便將蛋糕分給我弟弟及妹妹。因此我可以如下左圖及中間的方式切，但不可如下右圖切。



但父親說切完後，必須讓弟妹們先挑選，他們一定是挑比較大塊的，而我只能挑選最後剩下的那塊。所以我要設法使切完後的三塊蛋糕中，最小的那塊要越大越好。若我達成了目的，請問我能分到的那塊的面積為多少 cm^2 ？

27. 對於所有的實數 x ，函數 $y=f(x)$ 滿足 $f(f(x))=6x-2005$ 。若整數 t 滿足方程 $f(t)=6t-2005$ ，則 t 之值為何？

28. 一個正八面體有 8 個三角形的面，它的所有的棱都等長。一個體積為 120 cm^3 的正八面體，有一小塊配件它是由所有與最高頂點的距離，比與其他頂點的距離都小的點所組成的，它的外部如右圖中陰影部分所示，其內部延伸至正八面體的中心。請問這小塊的體積為多少 cm^3 ？



29. 若 x ， y 及 z 滿足下列方程式組

$$\begin{aligned}x + y + z &= 5 \\x^2 + y^2 + z^2 &= 15 \\xy &= z^2\end{aligned}$$

試求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 之值。

30. 一個正整數等於它的四個最小的正因數的平方和，請問能整除此正整數的最大質數是什麼？