

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

AUSTRALIAN MATHEMATICS COMPETITION

SPONSORED BY THE COMMONWEALTH BANK

AN ACTIVITY OF THE AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST

AUSTRALIAN MATHEMATICS TRUST



CommonwealthBank



姓 名：

年 級：

監考老師：

2013 澳洲 AMC 數學能力檢定

高級卷

(11 — 12 年級)

考試時間：75 分鐘

注意事項

一般規定

1. 未獲監考老師許可之前不可翻開此測驗題本。
2. 各種通訊器材一律不得攜入考場，不准使用電子計算器、計算尺、對數表、數學公式等計算器具。作答時可使用直尺與圓規，以及兩面全空白的草稿紙。
3. 題目所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。
4. 最前 25 題為選擇題，每題有五個選項。最後 5 題要求填入的答案為 000 至 999 的正整數。題目一般而言是依照越來越難的順序安排，對於錯誤的答案不會倒扣分數。
5. 本活動是數學競賽而不同於學校測驗，別期望每道題目都會作。考生只與同地區同年級的其他考生評比，因此不同年級的考生作答相同的試卷將不作評比。
6. 請依照監考老師指示，謹慎地在答案卡上填寫您的基本資料。若因填寫錯誤或不詳所造成之後果由學生自行負責。
7. 進入試場後，須等待監考老師宣佈開始作答後，才可以打開題本進行答題。

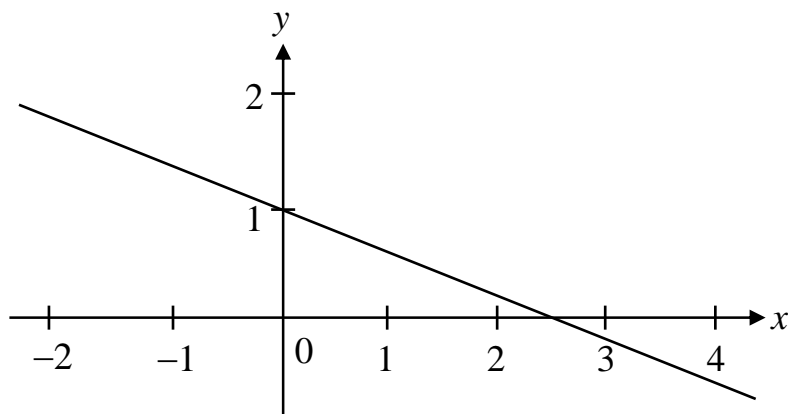
作答須知

1. 限用 B 或 2B 鉛筆填寫答案。
2. 請用 B 或 2B 鉛筆在答案卡上（不是在題本上）將您認為正確選項的圓圈塗滿。
3. 您的答案卡將由電腦閱卷，為避免電腦誤判，請不要在答案卡上其他任何地方塗劃任何記號。填寫答案卡時，若需要修改，可使用軟性橡皮小心擦拭，並確定答案卡上無殘留痕跡。

特別約定

為確保競賽之公平性及認證成績優異學生，AMC 主辦單位保留要求考生重測之權利。

7. 在座標平面上，有一條直線與 y 軸交於 1、與 x 軸交於 2 和 3 之間，如下圖所示。請問下列哪一項可能是這條直線的方程？



- (A) $5x + 12y - 12 = 0$ (B) $4x + y + 1 = 0$ (C) $3x - 7y + 7 = 0$
 (D) $3x - 2y + 2 = 0$ (E) $2x + 3y - 3 = 0$

8. 小孔與小克進行 100 m 的賽跑，小孔贏了 5 m(即當小孔抵達終點時，小克距離終點還有 5 m)；小克與小杰進行 100 m 的賽跑，小克贏了 10 m。請問若是小孔與小杰進行 100 m 的賽跑，小孔應會贏多少 m？

- (A) 15.5 (B) 15 (C) 14.5 (D) 14 (E) 13.5

9. 在牧場中共有兩種動物：駱駝與羊駝，而牧場也有許多位管理員。已知駱駝與羊駝的數量比為 2 : 3 及羊駝與管理員的數量比為 8 : 1，請問所有的動物與管理員的數量比是什麼？

- (A) 16 : 3 (B) 13 : 1 (C) 12 : 1 (D) 40 : 3 (E) 20 : 3

10. 從計算機上顯示的數為 0 開始，我進行五個步驟的計算，每一個步驟都是加 1 或是乘以 2。請問不可能是計算結果之最小的數是什麼？

- (A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8 (E) 7

11-20 題，每題 4 分

11. 在一個箱子中共有三個袋子。一個袋子內有一顆白石子及三顆黑石子，另一個袋子內也是有一顆白石子及三顆黑石子，而第三個袋子內則有一顆白石子及四顆黑石子。現從箱子中任選一個袋子後，再從袋子裡任取一顆石子，請問取出白石子的機率是多少？

- (A) $\frac{7}{30}$ (B) $\frac{3}{13}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{11}{36}$

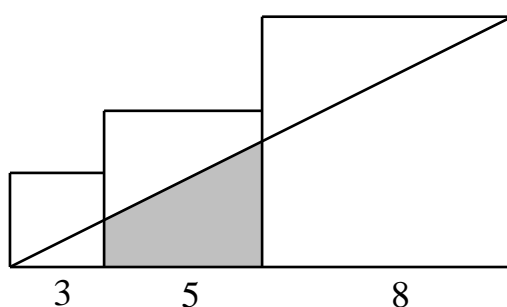
12. 在座標平面上，有一個由 x 軸、 y 軸、直線 $x=2$ 與方程 $y=f(x)$ 所圍成的區域，其中

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{當 } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 + \sqrt{1 - (x-2)^2} & \text{當 } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

請問此區域的面積為多少平方單位？

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $1 + \frac{\pi}{4}$ (C) $1 + \frac{\pi}{2}$ (D) $2 + \pi$ (E) $2 + \frac{\pi}{4}$

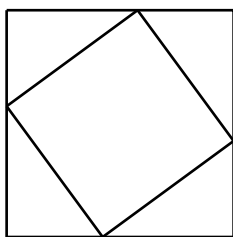
13. 將三個邊長分別為 3 cm、5 cm 及 8 cm 的正方形如下圖所示的方式排列：



請問陰影部分的梯形面積為多少 cm^2 ？

- (A) 12 (B) $\frac{73}{6}$ (C) $\frac{55}{4}$ (D) 14 (E) $\frac{25}{2}$

14. 一個周長為 20 cm 的正方形內接於一個周長為 28 cm 的正方形。請問一個在內部正方形的頂點與一個在外部正方形的頂點之最大距離是多少 cm？

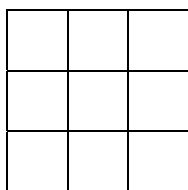


- (A) $\sqrt{58}$ (B) $\frac{7\sqrt{5}}{2}$ (C) 8 (D) $\sqrt{65}$ (E) $5\sqrt{3}$

15. 用三個非零且互不同的數碼可以組成六個不同的二位數。已知這六個數中的五個數之和為 100，請問第六個數是什麼？

- (A) 23 (B) 32 (C) 45 (D) 54 (E) 67

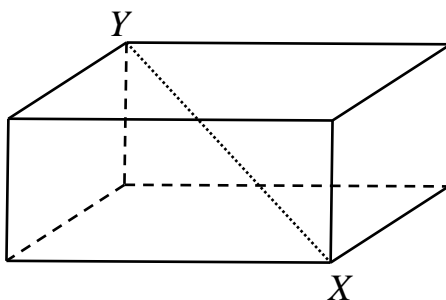
16. 擲三支飛鏢進入一個 3×3 的方格靶內，每支飛鏢都射入不同的小方格內。經過每次投擲後，飛鏢射入剩餘的小方格之機率都相等。



請問最後三支飛鏢所在的方格形成水平線、鉛垂線或對角線的機率是什麼？

- (A) $\frac{1}{63}$ (B) $\frac{2}{21}$ (C) $\frac{1}{9}$ (D) $\frac{1}{42}$ (E) $\frac{8}{81}$

17. 一個箱子的每個面都是矩形且邊長都是整數，若主對角線 $XY=9$ ，請問這個箱子的體積最大可能值是什麼？

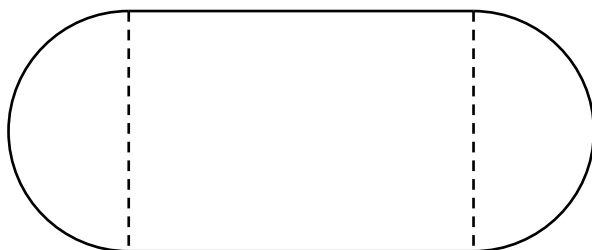


- (A) 32 (B) 81 (C) 90 (D) 108 (E) 112

18. 已知 x, y 都是整數且 $x \geq 0$ ，請問滿足方程 $2x^2 - 2xy + y^2 = 169$ 的不同數對 (x, y) 共有多少組？

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

19. 一個跑道所圍成的區域是由一個矩形連接二個半圓所形成的，如下圖所示。若跑道全長必須恰好為 400 m，請問此矩形的最大面積為多少 m^2 ？



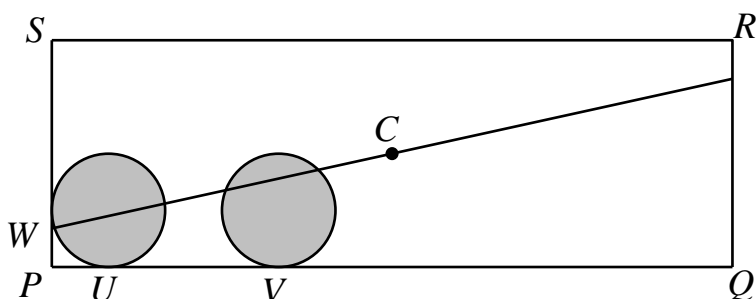
- (A) $\frac{160000}{(\pi+2)^2}$ (B) $\frac{20000}{\pi}$ (C) $\frac{30000}{\pi}$ (D) 10000 (E) $\frac{40000}{\pi}$

20. 請問將 2013 寫成二個或二個以上的連續正整數之和的方式共有多少種？
 (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

21-25 題，每題 5 分

21. 若 $x^2 = x + 3$ ，則 x^5 等於
 (A) $7x + 12$ (B) $12x + 7$ (C) $17x + 17$
 (D) $19x + 21$ (E) $21x + 19$

22. 下圖矩形 $PQRS$ 的中心為點 C ，已知 $PQ = 4$ 、 $PS = 12$ 。二個塗上陰影且半徑都是 1 的圓分別與 PS 相切於點 U 與點 V ，其中 $PU = 1$ 、 $PV = 4$ 。若直線 CW 將非陰影區域切為面積相等的二塊區域，請問 PW 的長度是什麼？



- (A) $\frac{2}{7}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

23. 若三個非零的實數 x 、 y 、 z 滿足

$$\sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} = \sqrt{z+x},$$

則 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 之值一定等於

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) xyz (E) $x+y+z$

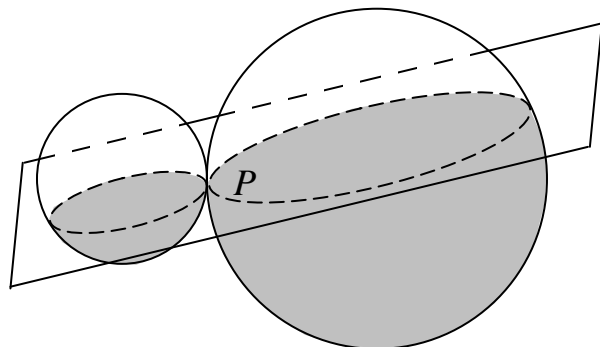
24. 黑板上寫了一個二位數，對於這個數有五位學生分別做了以下敘述：

- A：此數是質數。
- B：此數可以寫成二個完全平方數之和。
- C：此數至少有一個數碼是 7。
- D：將此數的數碼順序顛倒後所得的數是奇數且是個合數。
- E：此數數與某個質數之差為 2。

若恰有一個學生是錯的，請問是哪一位？

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

25. 半徑分別為 1 與 2 的二個球互相外切於點 P 。一個經過點 P 的平面將這二個球所圍成的區域分割為體積比為 1 : 2 (圖中無陰影部份 : 陰影部份) 的二塊。請問此平面將小球分割成二塊的體積比 (圖中陰影部份 : 無陰影部份) 是什麼 ?



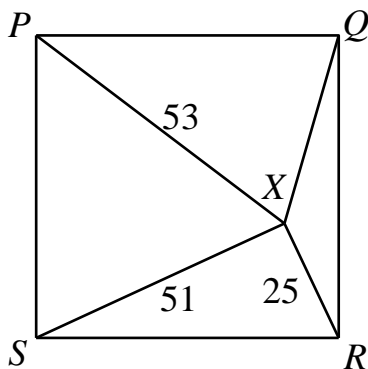
- (A) 1 : 2 (B) 4 : 9 (C) 1 : 3 (D) 4 : 11 (E) 2 : 5

問題 26~30 的答案為 000~999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題佔 6 分，第 27 題佔 7 分，第 28 題佔 8 分，
第 29 題佔 9 分，第 30 題佔 10 分。

26. 在一場曲棍球比賽中，如果在比賽中兩支交手球隊的進球數之差從未超過 2 時，則稱這兩支球隊「實力相當」。若兩支球隊共進 12 球且兩支球隊一直處於「實力相當」的情況，請問整個球賽共有多少種不同可能的賽況？

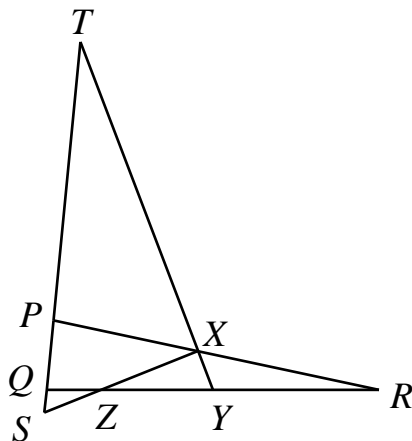
27. 已知點 X 在正方形 $PQRS$ 內部使得點 X 與點 R 的距離為 25 m、與點 S 的距離為 51 m、與點 P 的距離為 53 m。若點 X 與各條邊之距離都是整數 m ，請問 $\triangle PQX$ 的面積為多少 m^2 ？



28. 正整數 N 的數碼都是 0 或 1，將 N 除以 37 時所得的餘數為 18。請問 N 的所有數碼中，最少有多少個 1？

29. 如圖所示，點 X 、 Y 及 Z 位於 $\triangle PQR$ 的邊上使得

$$QZ : ZY : YR = 1 : 2 : 3 \text{ 且 } PX : XR = 4 : 5$$



若 $QS = 11 \text{ cm}$ ，請問 ST 的長度是多少 cm ？

30. 在座標平面上，一個銳角三角形的三個頂點的座標都是不同的整數且沒有任何一條邊與座標軸平行。若此三角形的面積為 348 且其中一條邊的邊長為 29，請問另二條邊的邊長之乘積是多少？
