

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

1 小學高年級卷參考解答

1. 算式 $7 + 6 + 4 + 3$ 等於

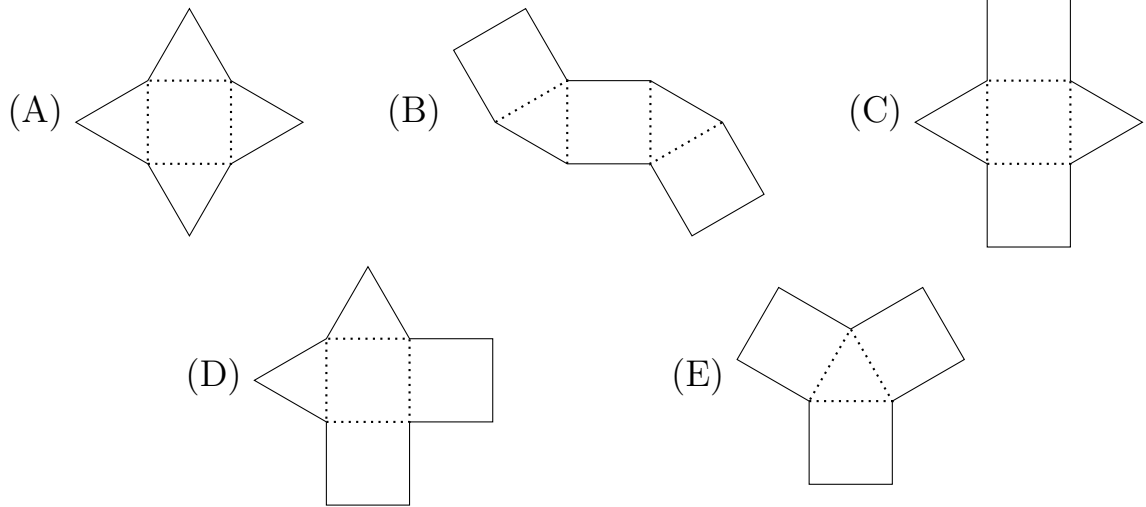
- (A) 20 (B) 19 (C) 18 (D) 17 (E) 16

$7 + 3 = 10$ 而 $6 + 4 = 10$ ，故 $7 + 6 + 4 + 3 = 20$ 。

答: (A).

2. (同小學中年級卷第 8 題)

請問將下列哪一個圖形沿虛線摺疊可以造出一個直角錐？

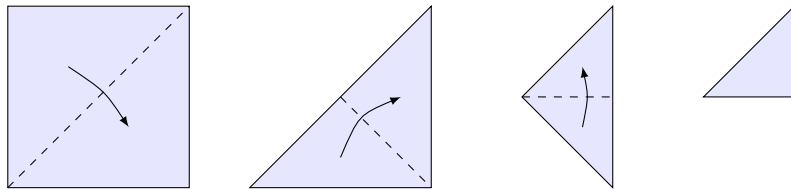


因每一個選項中的圖形都至少有一面是正方形，故要形成以正方形為底面的直角錐，只能是一面為正方形及另有四面為三角形。

答: (A).

3. (同小學中年級卷第 14 題)

將一張正方形紙片依照下圖所示的方式對摺成一個三角形，然後再對摺為一個小一點的三角形，最後再對摺成一個更小的三角形。



請問最後摺成的小三角形紙片有多少層？

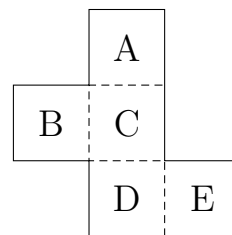
- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

可知我總共花費了 $\$34 + \$14 = \$48$ ，故一共賠了 $\$48 - \$29 = \$19$ 。

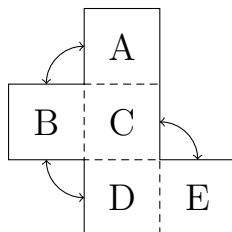
答: (C).

6. 裁切一張紙片並標上記號，如右圖所示。將它沿著虛線摺成一個無上頂蓋的盒子。請問哪一個字母在這個紙盒的底部？

- (A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E



因為這個盒子沒有上頂蓋，故底部是唯一一個與所有其它正方形都有共同邊的正方形。下圖中的箭頭代表當摺成一個無上頂蓋的盒子後會重合的邊。可發現 C 與 E 的正方形會有共同邊，因此標上 C 的正方形是唯一一個與所有其它正方形都有共同邊的正方形。



答: (C).

7. 下列哪一項的值等於一個奇數？

- (A) 12^2 (B) $141 - 57$ (C) 36×9 (D) $308 \div 7$ (E) 123 的 $\frac{1}{3}$

因為一個偶數的倍數仍為偶數，故知選項 (A) 與 (C) 都是偶數。而兩個奇數的差也是偶數，故選項 (B) 是偶數。最後因 $308 \div 7 = 44$ 而 $\frac{1}{3} \times 123 = 41$ ，故只有 41 是奇數。

答: (E).

8. 小蒂為一批新公寓之信箱購買數碼牌。這些信箱的編號為 190 到 212。請問她必須購買多少個數碼 0？

- (A) 22 (B) 13 (C) 12 (D) 10 (E) 4

解法 1

可知個位數碼為 0 的數有 190、200 與 210，共 3 個 0，而十位數碼為 0 的數有 200、...、209，共 10 個 0，合計共 13 個數碼 0。

答: (B).

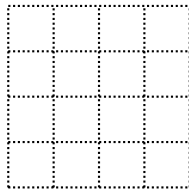
解法 2

可以經由直接逐項清點得知數碼 0 的個數，如下表： 190, 191, ..., 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212 合計共 13 個數碼 0。

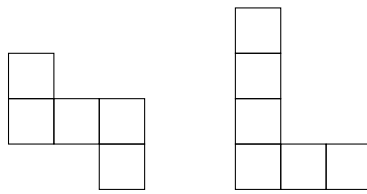
答: (B).

9. (同小學中年級卷第 15 題)

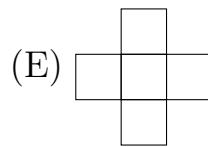
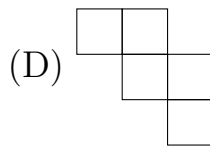
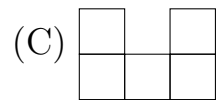
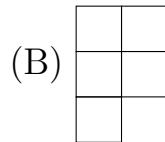
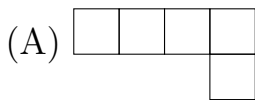
一個 4×4 的方格表可利用三片多方塊不重疊地將它蓋滿：



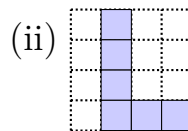
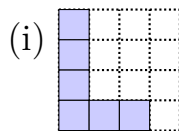
若其中二片多方塊的形狀如下：



請問第三片多方塊的形狀是什麼？

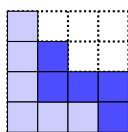


可知 L-形多方塊的位置可為兩個側邊都位於方格表的邊上或是只有較短的側邊位於方格表的邊上：



可發現其中 S-形多方塊只能在情況 (i) 中有足夠位置可擺放。而雖然 S-形多方塊有數個位置可擺放，但只有如下圖的擺放方式可使方格表

剩下的空位形成一片多方塊：



故第三片多方塊的形狀是選項 (B)。

答：(B)。

10. 已知 $\frac{1001}{77} = 13$ ，請問 $\frac{100.1}{770}$ 之值是什麼？

- (A) 0.13 (B) 1.3 (C) 13 (D) 130 (E) 1300

$13 = \frac{1001}{77} = \frac{10010}{770}$ ，此為 $\frac{100.1}{770}$ 的 100 倍，故知所求為 0.13。

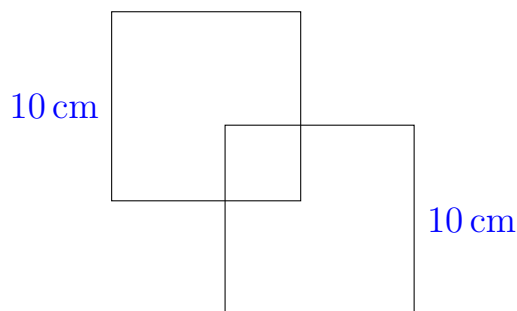
答：(A)。

評註

也可利用 $\frac{100.1}{770} \approx \frac{100}{800} = \frac{1}{8} = 0.125$ 來估計答案。

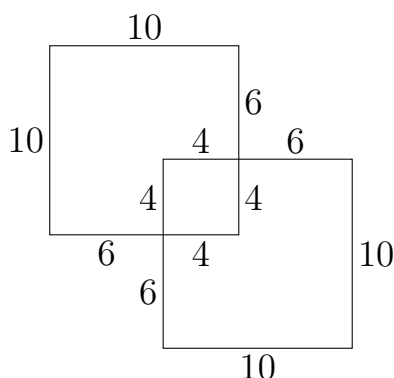
11. 將兩個邊長都為 10 cm 的正方形如右圖所示之方式疊放在一起，重疊部分是面積為 16 cm^2 的正方形。請問這整個圖形之周長為多少 cm？

- (A) 40 (B) 56 (C) 64
(D) 80 (E) 92



解法 1

可知重疊部分的小正方形之邊長為 4 cm，故可得下圖的各線段長度：



因此圖形的周長為 $4 \times 10 + 4 \times 6 = 40 + 24 = 64 \text{ cm}$ 。

答：(C)。

解法 2

可知內部重疊部分的小正方形邊長為 4 cm，故其周長為 16 cm。而兩個邊長為 10 cm 的正方形之周長總和為 80 cm，故可將內部重疊部分的小正方形邊長 16 cm 扣除而得知圖形的周長為 $80 - 16 = 64$ cm。

答: (C).

12. 六位小孩在冰箱裡找到如右圖形狀剩餘的比薩，他們將這塊剩餘的比薩均分。請問每位小孩可分得整個完整比薩的幾分之幾？

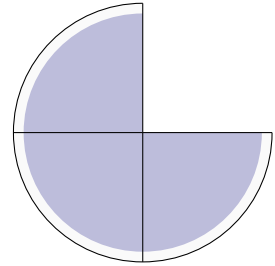
(A) $\frac{1}{12}$

(B) $\frac{1}{8}$

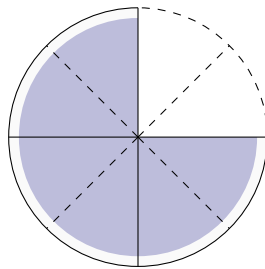
(C) $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{1}{4}$

(E) $\frac{1}{3}$

**解法 1**

可知每二位小孩均分一塊四分之一的比薩。



因此每位小孩分得整個完整比薩的八分之一。

答: (B).

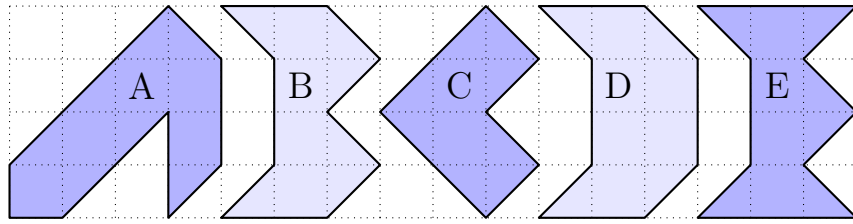
解法 2

這塊剩餘的比薩是整個完整比薩的 $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = 6 \times \frac{1}{8}$ ，故每位小孩分得整個完整比薩的 $\frac{1}{8}$ 。

答: (B).

13. (同小學中年級卷第 21 題)

請問下列哪一個圖形的面積最大？



(A) A

(B) B

(C) C

(D) D

(E) E

解法 1

令 $\square = 1$ ，則可知 $\triangle = \frac{1}{2}$ 。故各圖形的面積分別為： $A = 8\frac{1}{2}$ ， $B = 7$ ， $C = 6$ ， $D = 8$ ， $E = 7$ 。

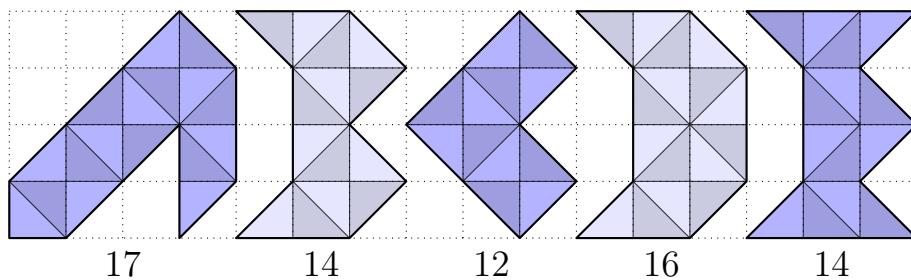
答：(A)。

評註

也可以利用直接比較兩個圖形間的大小來判定哪幾個圖形的面積不是最大的。例如圖形 B 的面積明顯小於圖形 D 的面積，故可得知圖形 B 的面積不是最大的。而圖形 B 的面積與圖形 E 的面積一樣，故圖形 E 的面積也不是最大的。

解法 2

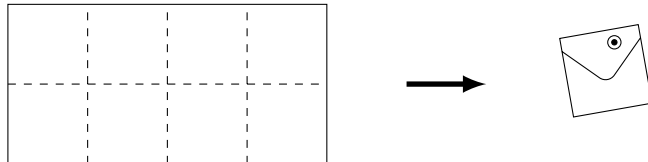
可知所有的圖形都可分割為一些相同的小三角形 \triangle ，故只須計算每個圖形內這種小三角形的個數即可：



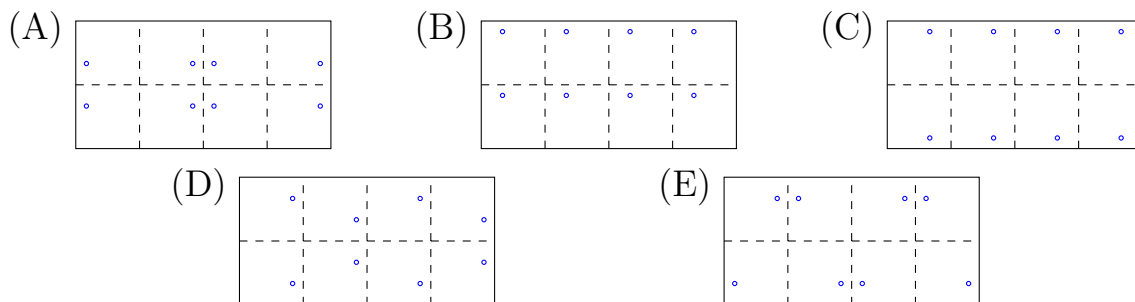
答：(A)。

14. (同初級卷第 7 題)

將一張寬 40 cm，高 20 cm 的地圖沿著虛線摺成一個 10 cm × 10 cm 的正方形，使得它正好可以放入一個信封內，接著將信封釘在佈告欄上。



請問下列哪一項可能是地圖上這些針孔的圖樣？



由地圖摺疊的方式可知，任兩個有共同邊的小正方形上的針孔位置一定會以這條邊為對稱軸互相對稱。

答: (A).

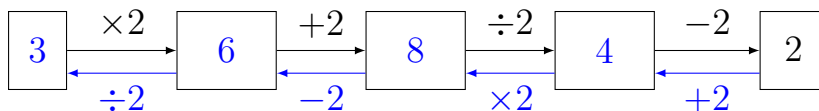
15. 小莎心中想著一個數，先將它乘以 2，再加 2，接著除以 2，然後減 2，最後她得到的值是 2。請問她原來心裡想的數是什麼？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

整個過程可以利用下圖表示出來：



從最右邊的方格開始逆推回去，每個方格依序填入的數為 4，接著為 8，接著為 6，接著為 3。



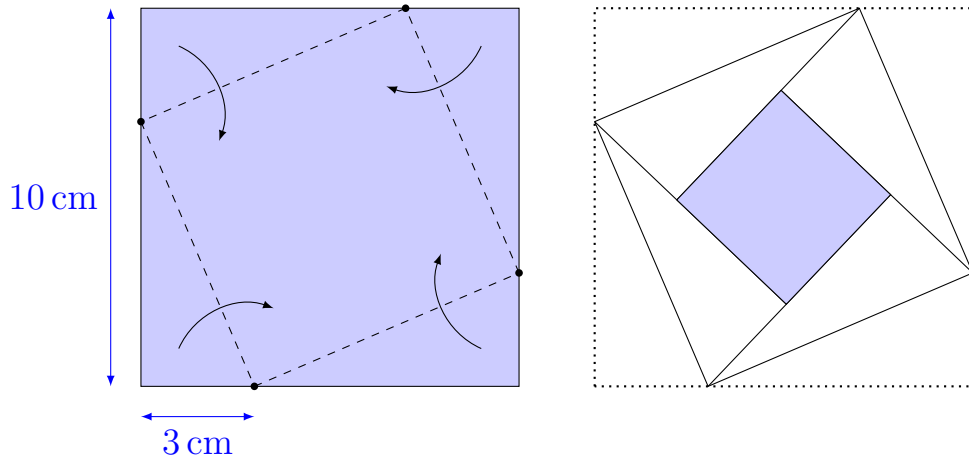
答: (C).

16. 桃紅色的油漆是由 2 份黃色、5 份紅色與 1 份黑色油漆混合調配而成的。若調配一批桃紅色油漆使用了 3 公升的黃色油漆，請問這批油漆總共有多少公升？
- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

可知每利用 2 份黃色油漆調配出的桃紅色油漆會共有 8 份，即黃色油漆佔了全部的四分之一。現使用了 3 公升的黃色油漆，故知這批油漆共有 12 公升。

答: (E).

17. 將一張如下左圖所示的正方形紙片之四個角摺起造成一個內部有小正方形的正方形，如下右圖所示。請問下右圖中陰影部份的正方形之面積是什麼？



- (A) 4 cm^2 (B) 9 cm^2 (C) 16 cm^2 (D) 49 cm^2 (E) 58 cm^2

解法 1

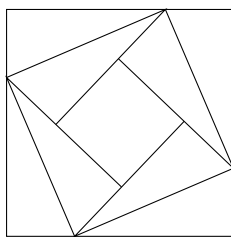
可令這四個摺起的相等的直角三角形的邊長皆為 3、7、 x ，則知內部的正方形邊長為 $7 - 3 = 4 \text{ cm}$ ，故其面積為 $4^2 = 16 \text{ cm}^2$ 。

答: (C).

解法 2

可知這四個摺起的相等的直角三角形的面積皆為 $\frac{21}{2}$ ，且由 8 個這樣的

直角三角形與內部的小正方形組成原來的大正方形：



故內部的小正方形面積為 $100 - 8 \times \frac{21}{2} = 100 - 84 = 16 \text{ cm}^2$ 。

答：(C)。

18. 古埃及數學家使用分子都是 1 的分數，例如 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{7}$ 或 $\frac{1}{14}$ 。他們將這些分數相加在一起以表示其它分數，例如： $\frac{3}{4}$ 被寫成 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 。請問下列哪一項是古埃及人表示 $\frac{11}{16}$ 的方法？

- (A) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ (C) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$
 (D) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ (E) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

可知分數 $\frac{11}{16}$ 比 $\frac{1}{2}$ 大，故將它減去而得

$$\frac{11}{16} - \frac{1}{2} = \frac{11}{16} - \frac{8}{16} = \frac{3}{16}。$$

此時所得的分數 $\frac{3}{16}$ 小於 $\frac{1}{4}$ ，可得知選項 (A)、(D) 與 (E) 都太大而可刪除。

尚未刪除的選項中，次小的分數為 $\frac{1}{8}$ ，將它減去而得

$$\frac{3}{16} - \frac{1}{8} = \frac{3}{16} - \frac{2}{16} = \frac{1}{16}。$$

因此可得知 $\frac{11}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ 。

答：(B)。

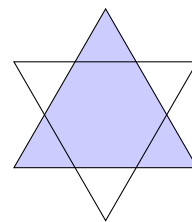
評註

選項 (A)、(D) 與 (E) 都太大而可刪除，接著因選項 (C) 明顯小於選項 (B) 知選項 (C) 是錯誤的。

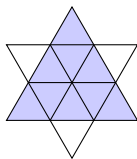
而古埃及人表示 $\frac{11}{16}$ 也可寫成 $\frac{11}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{48}$ 。

19. 將兩個邊長相同的正三角形重疊在一起造成一個對稱的星形，如右圖所示。若整個星形的面積為 60 cm^2 ，請問圖中陰影部分的面積為多少 cm^2 ？

(A) 30 (B) 36 (C) 42
(D) 45 (E) 48



如圖劃上一些補助線將整個星形分成 12 個相同的小正三角形，其中陰影部分佔有 9 個。



因此每一個小正三角形的面積為 $60 \div 12 = 5 \text{ cm}^2$ ，故可得知陰影部分的面積為 $9 \times 5 = 45 \text{ cm}^2$ 。

答: (D).

20. 在右側正確的算式中，字母 P 、 Q 、 R 與 S 代表不同的數碼，且算式中所有七個數碼都不相同。請問 P 、 Q 、 R 與 S 之和是什麼？

(A) 23 (B) 22 (C) 18
(D) 16 (E) 14

$$\begin{array}{r} 5 P \\ + \quad Q R \\ \hline S 4 3 \end{array}$$

因從十位數進位到百位數只能為 1，故知 $S = 1$ 。

由個位數碼的加法可得知 $P + R = 3$ 或 $P + R = 13$ 。

若 $P + R = 3$ ，則只有 $0 + 3$ 或 $1 + 2$ 的情況，但數碼 1 與 3 都已在算式中出現，故不合，即 $P + R \neq 3$ 。

因此 $P + R = 13$ 且可得知 $5 + Q + 1 = 14$ ，所以 $Q = 8$ 。故可得知 $P + Q + R + S = 13 + 8 + 1 = 22$ 。

答: (B).

21. 在一項由四位選手參加的比賽中，小莎所得的分數是小柏的兩倍且比小茜多 30 分。小冬所得的分數比小柏多 50 分。請問下列哪一項敘述恆為真？

- (A) 小莎是此項比賽的第一名。
 (B) 小柏是此項比賽的最後一名。
 (C) 小冬是此項比賽的第一名。
 (D) 小茜打敗小柏。
 (E) 小莎與小冬所得分數之和大於小柏與小茜所得分數之和。

如下表所示列出一些可能得分的情況：

<u>小莎</u>	<u>小柏</u>	<u>小茜</u>	<u>小冬</u>
30	15	0	65
40	20	10	70
50	25	20	75
60	30	30	80

從第一列的情況即可得知選項 (A)、(B) 與 (D) 都是錯誤的。

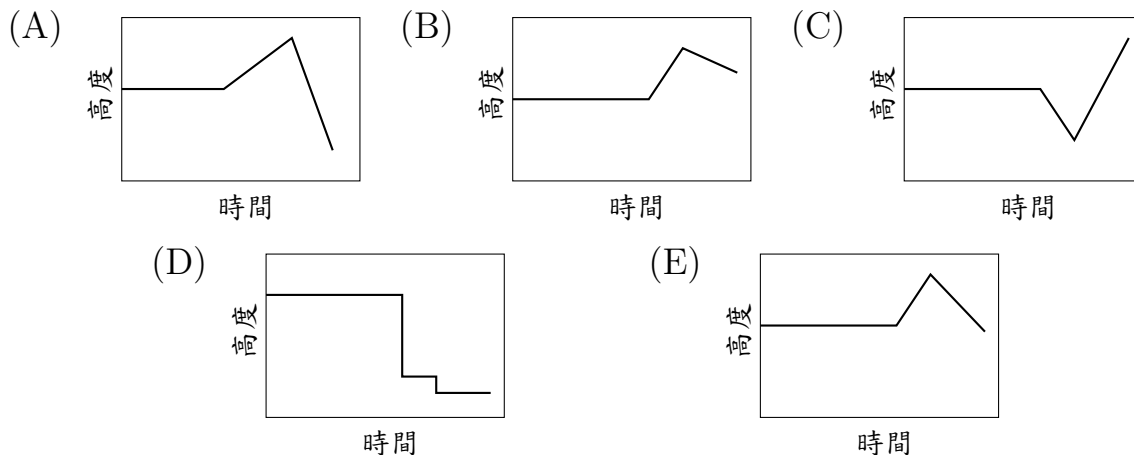
而對於小莎與小茜來說，她們每多得 10 分，小柏與小冬都會隨之多得 5 分。故當小莎的分數會在得 100 分之後超過小冬：

<u>小莎</u>	<u>小柏</u>	<u>小茜</u>	<u>小冬</u>
90	45	60	95
100	50	70	100
110	55	80	105

因此選項 (C) 也是錯誤的。而已知小莎所得的分數比小茜多 30 分、小冬所得的分數比小柏多 50 分，故可得知小莎與小冬所得分數之和比小柏與小茜所得分數之和還多 80 分。

答：(E).

22. 一架飛機以 4500 m 的高度飛行 20 分鐘，接著它以每分鐘爬高 500 m 的速率飛行 5 分鐘，最後它以每分鐘降低 350 m 的速率飛行 8 分鐘。請問下列哪一個圖形正確描述這架飛機在這段期間的飛行高度？



可知圖形中先會有一段水平 \rightarrow (因高度未改變)，接著向上 \nearrow (飛機爬高中)，接著向下 \searrow (飛機降低中)。故可刪除選項 (C) 與選項 (D)。可知飛機一共上升 $5 \times 500 = 2500$ m，一共下降 $8 \times 350 = 2800$ m，所以最終高度會略低於原來的高度，而選項 (B) 的最終高度高於原來的高度，故可刪除、選項 (A) 的下降高度大約是上升高度的兩倍，故也可刪除。

答: (E).

評註

也可透過其它觀察來刪除選項 (A)。例如，利用坡的傾斜程度與每分鐘爬高的 m 數或降低的 m 數，故爬坡的傾斜程度要比下坡的傾斜程度來的陡峭，或是觀察爬坡的時間要少於下坡的時間。

23. 葛太太打算將她的游泳池注滿水。已知如果她使用後院的水管注水將費時 12 小時，但如果她使用前院的水管注水則將費時 4 小時。如果她同時使用這兩條水管注水，請問將費時多久？

(A) 3 小時 (B) 2.5 小時 (C) 2 小時 (D) 1.5 小時 (E) 1 小時

解法 1

使用後院的水管注水時，每小時注游泳池滿水量的 $\frac{1}{12}$ ，而使用前院的水管注水時，每小時注游泳池滿水量的 $\frac{1}{4}$ ，因此兩水管合計每小時注游泳池滿水量的

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{12} + \frac{3}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}。$$

因此她同時使用這兩條水管注水，則將費時 3 小時才能注滿。

答: (A).

解法 2

假設她擁有好幾個相同的游泳池，則經過 12 小時後，前院的水管可注滿 3 個游泳池而後院的水管可注滿 1 個游泳池。即可得知同時使用這兩條水管注水 12 小時可注滿 4 個游泳池，因此注滿 1 個游泳池需費時 3 小時。

答: (A).

24. 在本球季，四支足球隊將兩兩對陣四次。每場比賽勝隊可得 3 分，敗隊得 0 分，平手則兩隊各得 1 分。在這個球季結束時，A 隊共得 21 分、B 隊共得 17 分、C 隊共得 16 分、D 隊共得 12 分。請問整個球季中有多少場比賽的結果平手？

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

可知共有 6 種對陣的配對方式，合計共 24 場比賽，且四隊總得分為 $21 + 17 + 16 + 12 = 66$ 分。

若每一場比賽都有分出勝負而沒有平手的情況，則四隊總得分應為 $24 \times 3 = 72$ 分，比實際情況的 66 分還多 6 分，因此必有平手的比賽。而對於每一場平手的比賽來說，參賽的兩隊所得的總分比分出勝負時參賽的兩隊所得的總分還少 1 分，故可得知共有 6 場比賽平手。

答: (B).

評註

有許多種比賽勝負結果都可使各隊得分滿足題意所述。例如：

參賽 隊伍 1	參賽 隊伍 2	比賽 場數	結果 (獲勝次數)			得分			
			參賽隊伍 1	平手	參賽隊伍 2	A	B	C	D
A	B	4	2	1	1	7	4		
A	C	4	2	1	1	7		4	
A	D	4	2	1	1	7			4
B	C	4	2	1	1		7	4	
B	D	4	2	0	2		6		6
C	D	4	2	2	0			8	2
				6		21	17	16	12

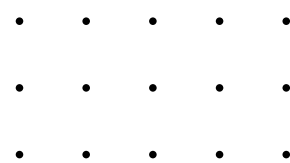
25. 從正整數 1 到 30 這三十個數中取出五個相異的數，使它們之總和等於 30。請問取出的五個數中最大的數之最大可能值是什麼？
 (A) 6 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 26

為了要使五個相異的數中最大的數為最大可能值，所以要使其它的數儘可能的小。而四個數之和的最小值為 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ ，因此第五個數的最大可能值為 $30 - 10 = 20$ 。

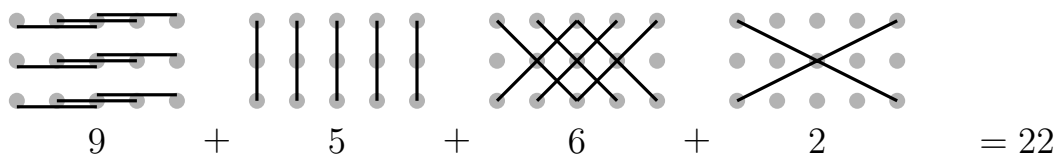
答: (D).

26. (同初級卷第 20 題、中級卷第 16 題)

右圖所示是一個 3×5 的格子點。連接兩個格子點畫直線段，使得此線段恰通過另一個格子點，請問共可畫出多少條這樣的線段？

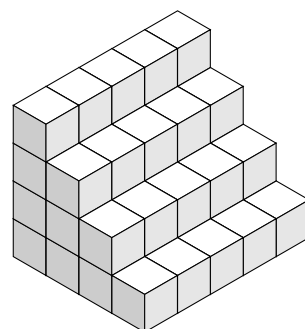


如圖，畫出所有滿足題意的線段，其中有水平線段、鉛垂線段、與鉛垂線夾 45° 角的線段及對角線段：



答: 22.

27. 一個邊長為 $12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ 的正立方體是由一些 $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ 小積木構成的。小雪打算用這些積木構造一個階梯狀形體。右圖所示為她剛開始時所構造的一個高為 4 塊積木、寬為 5 塊積木、從前方到後方有 4 塊積木的階梯狀形體。她用光全部的積木，最後拼成的階梯狀形體之高為 8 塊積木、從前方到後方有 8 塊積木。請問它的寬為多少塊積木？



在只有 1 塊積木寬的情況下，拼成的階梯狀形體之高為 8 塊積木、從前方到後方有 8 塊積木，故共用了 $8 + 7 + \dots + 2 + 1 = 36$ 塊積木。而積木的總數為 $12 \times 12 \times 12$ ，故知該形體的寬之積木數為

$$\frac{12 \times 12 \times 12}{36} = \frac{12 \times 12 \times 4 \times 3}{12 \times 3} = \frac{12 \times 4}{1} = 48$$

答: 48.

28. 三個正整數之和為 149，它們的乘積為 987。請問這三個數中最大的數是什麼？

可知這三個正整數都會是 987 的因數。現先觀察 987 的質因數分解來分析 987 的因數分解式。

因 $987 \div 3 = 329$ 且 $329 \div 7 = 47$ 也是質數，故知 $987 = 3 \times 7 \times 47$ 。

此時驗算後可得知僅 $141 \times 7 \times 1 = 987$ 時有 $141 + 7 + 1 = 149$ 。故這三個數為 1、7 及 141。

答: 141.

29. 請問哪一個三位數等於它的數碼和之 11 倍？

解法 1

可知此三位數的數碼和至少為 10，否則該數碼和的 11 倍不會是一個三位數，且也可知此三位數的數碼和至多為 27，即 3 個數碼皆為 9 的情況。故這一個三位數是一個介於 10×11 與 27×11 之間的一個 11 的倍數，因此可得下表的可能情況：

三位數	110	121	132	143	154	165	176	187	198
數碼和	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$\times 11$	22	44	66	88	110	132	154	176	198
三位數	209	220	231	242	253	264	275	286	297
數碼和	11	4	6	8	10	12	14	16	18
$\times 11$	121	44	66	88	110	132	154	176	198

可發現僅 198 為它的數碼和的 11 倍。

答: 198.

解法 2

若令此三位數為 \overline{abc} ，則有

$$100a + 10b + c = 11(a + b + c)$$

$$100a + 10b + c = 11a + 11b + 11c$$

$$89a = b + 10c$$

可知 $a = 1$ 、 $b = 9$ 、 $c = 8$ 可滿足此式。且可判斷出不會有其它解，因為 $b + 10c$ 為二位數 \overline{bc} ，而 $89a$ 僅在 $a = 1$ 時為二位數。

答: 198.

評註

這一個解法是提供給較熟悉代數解法的學生。

30. (同初級卷第 29 題)

請問共有多少個三位數使得它的其中一個數碼等於其它兩個數碼之和？

可分成以下三種情況來討論：

- (i) 若只有一個最小的數碼且其值為 0 時，則可假設這三個數碼為 0、 a 與 a ，其中 $a = 1, \dots, 9$ ，例如 404 即為其中一數。而由這三個數碼組成的三位數有二個，例如 404 與 440。故可推知此情況共有 18 個三位數。
- (ii) 若最小的兩個數碼相等時，則可假設這三個數碼為 a 、 a 與 $2a$ ，其中 $a = 1, 2, 3, 4$ ，例如 633 即為其中一數。而由這三個數碼組成的三位數有三個，例如 336、363 與 633。故可推知此情況共有 12 個三位數。
- (iii) 若三個數碼都不相等時，則可假設最小的數碼為 a 、第二小的數碼為 b ，而最大的數碼即為 $a + b$ ，例如 385 即為其中一數。而由這三個數碼組成的三位數有六個，例如 358、385、538、583、835 與 853。此情況如下表所示。

為了算出情況 (iii) 所有的三位數，要算出 a 與 b 所有的可能值。可如表所示列出 a 與 b 的可能值，並得到可能的組合。

		b						
		2	3	4	5	6	7	8
a	1	123	134	145	156	167	178	189
	2		235	246	257	268	279	
	3			347	358	369		
	4				459			

對於這 $7 + 5 + 3 + 1 = 16$ 個組合，每一種組合都可以再對應出六個三位數，因此情況 (iii) 共有 $16 \times 6 = 96$ 個三位數。

因此合計有 $18 + 12 + 96 = 126$ 個滿足題意的三位數。

答: 126.