

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

初級卷

1-10 題，每題 3 分

1. 算式 $2015 + 201.5$ 等於

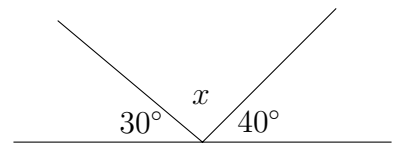
- (A) 2036.5 (B) 2116.5 (C) 2225.5 (D) 2216.5 (E) 2115.5
-

$$2015 + 201.5 = 2216.5。$$

答: (D)

2. 在右圖中，請問角 x 是什麼？

- (A) 100° (B) 130° (C) 110°
(D) 120° (E) 90°
-



因三個角的和為 180° ，故可推知 $x = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$ 。

答: (C)

3. 我必須在早上 9:05 抵達學校，若從家中到學校費時 23 分鐘，請問最晚我必須於什麼時刻從家裡出發？

- (A) 早上 8:46 (B) 早上 8:37 (C) 早上 8:52 (D) 早上 8:42 (E) 早上 8:48
-

早上 9:05 前的 23 分鐘即為早上 9:00 前的 18 分鐘，即早上 8:42。

答: (D)

4. 請問 100 枚二十分錢的硬幣共值多少元？

- (A) 20 元 (B) 10 元 (C) 200 元 (D) 2 元 (E) 100 元
-

解法 1

1 分錢的 100 倍為 1 元，故知 20 分錢的 100 倍為 20 元。

答: (A)

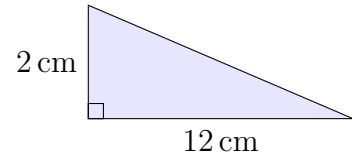
解法 2

可知每 5 個二十分錢的硬幣值 1 元，因此共有 $100 \div 5 = 20$ 元。

答: (A)

5. (同中級卷第 1 題)

請問如右圖所示的直角三角形之面積為多少 cm^2 ?



- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 7 (E) 6

此直角三角形面積為 $\frac{1}{2} \times 12 \times 2 = 12 \text{ cm}^2$ 。

答: (B)

6. 當上課鐘響起時，有 3 位教師與 6 位學生在教室裡，有幾位學生遲到了。當所有人都到齊後，老師人數與學生人數的比為一比四。請問有幾位學生遲到？

- (A) 18 (B) 12 (C) 6 (D) 3 (E) 9

因共有 3 位教師，所以學生共有 $3 \times 4 = 12$ 位，而其中有 6 位準時抵達教室，因此共有 $12 - 6 = 6$ 位學生遲到。

答: (C)

7. (同中級卷第 2 題)

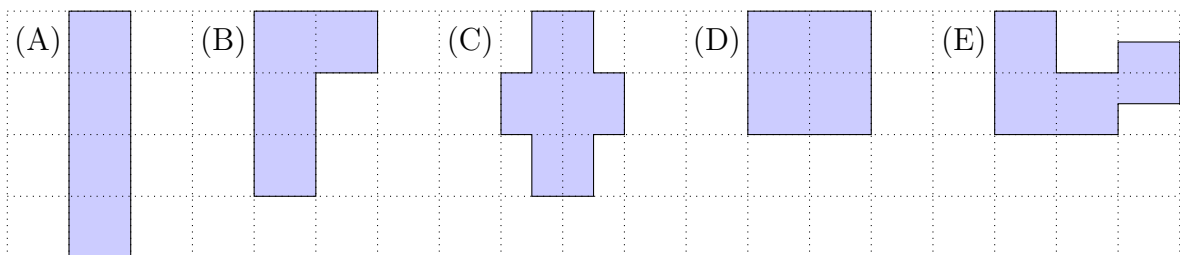
有部電影片長 $2\frac{1}{3}$ 小時，這部電影被分為等長的二節。請問每節片長多少分鐘？

- (A) 85 (B) 70 (C) 80 (D) 65 (E) 75

可知這部電影片長為 $60 \times 2\frac{1}{3} = 60 \times \frac{7}{3} = 140$ 分鐘，所以每節片長為 $140 \div 2 = 70$ 分鐘。

答: (B)

8. 將四個單位正方形相連接成如下所示的五個不同的圖形。請問哪一個圖形的周長最大？

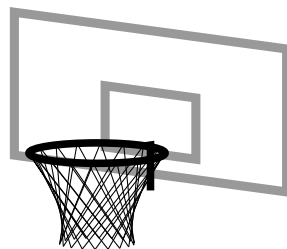


直接計算周長，可知選項 (A) 的周長為 10、選項 (B) 的周長為 10、選項 (D) 的周長為 8，而選項 (C) 的周長為 $8 + 4 \times \frac{1}{2} = 10$ 、選項 (E) 的周長為 $10 + 2 \times \frac{1}{2} = 11$ ，因此選項 (E) 的圖形之周長最大。

答: (E)

9. A、B、C、E 是我校的籃球校隊隊員。已知 A 的身高為 186 cm，他比 B 高 14 cm，且 B 比 C 矮 6 cm、E 比 C 高 11 cm。請問 E 的身高是什麼？

- (A) 183 cm (B) 205 cm (C) 178 cm
(D) 189 cm (E) 177 cm



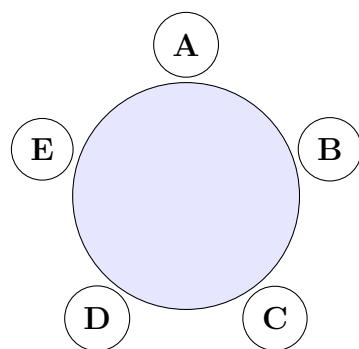
可知 B 的身高為 $186 - 14 = 172$ cm，因此 C 的身高為 $172 + 6 = 178$ cm，故可推知 E 的身高為 $178 + 11 = 189$ cm。

答: (D)

10. (同中級卷第 6 題)

A、B、C、D、E 五個人依序圍坐在一圓桌。A 先報數 1，接著 B 報數 2，然後 C 報數 3，依此繼續下去。當一個人報出一個數後，圍繞圓桌的下一位則報出下一個數。若有人所報出的數是 7 的倍數，則他必須立刻出局離開。請問最後留在圓桌的是哪一位？

- (A) A (B) B (C) C
(D) D (E) E



如下表所示，B 會在報了 7 之後出局離開，接著 E 會在報了 14 之後出局離開，然後 A 會在報了 21 之後出局離開，最後 C 會在報了 28 之後出局離開，因此留在圓桌的是 D。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A	B	C	D	E	A	B	C	D	E	A	C	D	E
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
A	C	D	A	C	D	A	C	D	C	D	C	D	C

答: (D)

11-20 題，每題 4 分

11. 請問 38 的 $\frac{5}{19}$ 等於什麼？

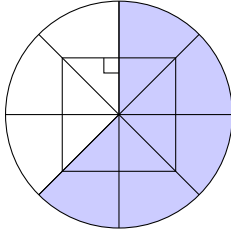
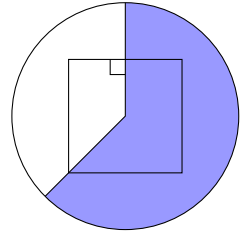
- (A) 76 (B) 19 (C) $\frac{2}{5}$ (D) $2\frac{1}{2}$ (E) 10

38 的 $\frac{1}{19}$ 為 $38 \div 19 = 2$ ，因此 38 的 $\frac{5}{19}$ 等於 $2 \times 5 = 10$ 。

答: (E)

12. 一個圓的圓心與一個正方形的中心重合，如右圖所示。請問圖中陰影部分的面積佔整個圓面積的幾分之幾？

- (A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{6}{11}$ (E) $\frac{2}{3}$



從圓心作經過分別正方形頂點的兩條直線，再從圓心作分別平行於正方形的邊的兩條直線，如圖所示。可知這些直線將圓分成 8 個相同的扇形，其中陰影部分恰佔 5 個扇形，故可得知陰影部分的面積佔整個圓面積的 $\frac{5}{8}$ 。

答: (A)

13. 以下的加式中，字母 x 、 y 與 z 分別表示三個不同的數碼。

$$\begin{array}{r} 4 \ x \\ + \ x \ 4 \\ \hline z \ y \ z \end{array}$$

請問 $x + y + z$ 之值等於多少？

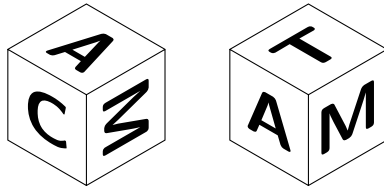
- (A) 9 (B) 8 (C) 10 (D) 7 (E) 6

觀察百位數碼，可判斷出 z 必為 1。此時由個位數碼的加法知此部分必為 $7 + 4 = 11$ ，即知 $x = 7$ 。最後即可判斷出此加式為 $47 + 74 = 121$ ，故 $y = 2$ ，因此 $x + y + z = 7 + 2 + 1 = 10$ 。

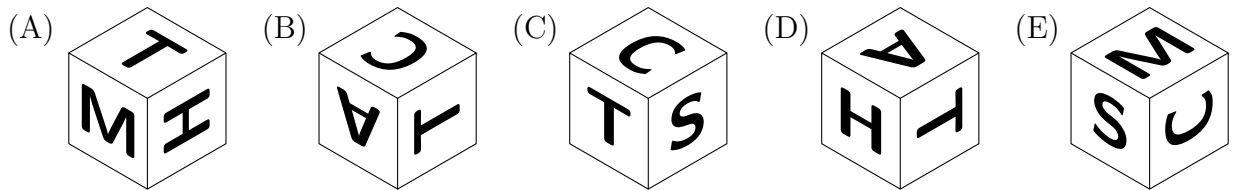
答: (C)

14. (同 小學高年卷第 20 題、中級卷第 13 題)

一個正立方體的六個表面上分別寫有字母 A、C、M、T、H、S。以下二個圖是分別從二個不同角度所看到的樣子。



請問下列哪一項可能是這個正立方體從第三個角度所看到的樣子？



可判斷出寫上 C 的面與寫上 T 的面必為一組相對的面，因此可刪去選項 (B) 與 (C)。而當將寫上 A 的面擺成直立時，這一個面的右側必為寫上 M 的面，因此可刪去選項 (D)。而當將寫上 C 的面擺成直立時，這一個面的上方必為寫上 A 的面，因此可刪去選項 (E)。因此僅選項 (A) 可為這個正立方體從第三個角度所看到的樣子，其中寫上 H 的面與寫上 A 的面為一組相對的面。

答: (A)

15. 五位學生排成一列拍合照，沒有任兩位的學生身高相同。若要求將身高最高的學生排在正中央，身高最矮的二位分別排在這一系列的兩端，請問共有多少種不同安排他們的方法？

- (A) 6 (B) 2 (C) 10 (D) 5 (E) 4

不妨將身高最高的學生稱為 A、身高最矮的二位學生稱為 D 與 E，而其餘二位學生為 B 與 C。可知 D 與 E 必須分別在 A 的左或右側，B 與 C 也必須分別在 A 的左或右側，故有 $2 \times 2 = 4$ 種不同安排他們的方法，即排列方法為 DBACE、DCABE、EBACD、ECABD。

答: (E)

16. 有三位男孩與三位女孩的生日都在今天，但是他們的年齡都互不相同。已知最小的是 1 歲，且三位男孩年齡的總和等於三位女孩年齡的總和。請問這六個人年齡的總和之最小可能值是什麼？

(A) 22 (B) 24 (C) 28 (D) 21 (E) 26

可知 6 個相異正整數的總和最小可能值為 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ ，但因三位男孩年齡的總和等於三位女孩年齡的總和，故 21 是不可能的情況，因此考慮 22。現因 $22 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7$ ，且可取三位男孩年齡的總和為 $1 + 3 + 7 = 11$ 、三位女孩年齡的總和為 $2 + 4 + 5 = 11$ ，故這六個人年齡的總和之最小可能值是 22。

答: (A)

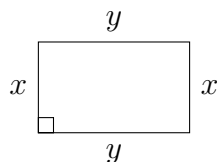
17. (同 中級卷第 11 題、高級卷第 6 題)

小英丈量一個矩形的其中三邊長，得到它們的總和為 80 cm。小芳丈量同一個矩形的其中三邊長，得到它們的總和為 88 cm。請問這個矩形的周長是什麼？

- (A) 112 cm (B) 132 cm (C) 96 cm (D) 168 cm (E) 156 cm

解法 1

可令此矩形的長與寬分別為 x 與 y 。



故可令 $2y + x = 88$ 與 $2x + y = 80$ 。將兩式相減，可得 $y - x = 88 - 80 = 8$ ，即 $y = x + 8$ 。再將 y 的表示式代入等式 $2x + y = 80$ 即有

$$2x + x + 8 = 80$$

$$3x = 72$$

故知 $x = 24$ ，且 $y = 32$ 。因此這個矩形的周長為 $2x + 2y = 112\text{cm}$ 。

答: (A)

解法 2

可判斷出小英必是沒有計算到矩形的長邊而小芳必是沒有計算到矩形的短邊，故可判斷出矩形的長邊比短邊長 $88 - 80 = 8\text{cm}$ ，因此可假設矩形的長與寬分別為 $x\text{cm}$ 與 $(x + 8)\text{cm}$ ，且由小英的丈量結果可知 $2x + x + 8 = 80$ ，化簡後為 $3x = 72$ ，即 $x = 24$ 。因此這個矩形的周長為 $2x + 2(x + 8) = 2 \times 24 + 2 \times 32 = 112\text{cm}$ 。

答: (A)

解法 3

可令此矩形的寬為 w 、長為 h ，則可得知二人分別丈量出了 $2w + h$ 與 $2h + w$ 的值。將這兩式相加，即有 $3w + 3h = 80 + 88 = 168$ ，化簡可得 $w + h = 168 \div 3 = 56$ 。因此這個矩形的周長為 $2(w + h) = 112\text{cm}$ 。

答: (A)

18. 小明打算在學校橢圓形操場跑五圈。當他在第四圈跑了 $\frac{3}{4}$ 圈時，請問他共跑了全部路程的幾分之幾？

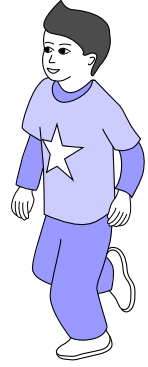
(A) $\frac{2}{3}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{4}{5}$

(E) $\frac{5}{6}$



可知此時小明完成了 $5 = \frac{20}{4}$ 圈中的 $3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ 圈，故他共跑了全部路程的 $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ 。

答: (C)

19. 請問二位數中總共有多少個數的數碼和是一個完全平方數？

(A) 15

(B) 18

(C) 13

(D) 19

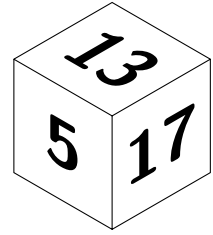
(E) 17

因二位數的數碼和至少為 1、至多為 18，故若數碼和為完全平方數，其可能值為 1、4、9 或 16。觀察數碼和分別為這些值的情況：

數碼和	二位數	個數
1	10	1
4	13、22、31、40	4
9	18、27、36、45、54、63、72、81、90	9
16	79、88、97	3
		17

答: (E)

20. 有一個如圖所示的正立方體，它的所有相對面上兩個數之和都相等，且每個面上的數都是質數（注意：1 不是質數）。請問另三個面上的數之總和之最小可能值是什麼？



- (A) 41 (B) 35 (C) 45
(D) 47 (E) 37

因為 2 是唯一的偶質數，故可推知所有相對面上兩個數之和都是偶數，且另三個面上的數都是奇質數。接著再由已知其中一面為 17 可判斷出相對面上兩個數之和至少為 20，故可如下表方式考慮 20 22 ... 的情況，並刪去合數或重複出現的數的情況：

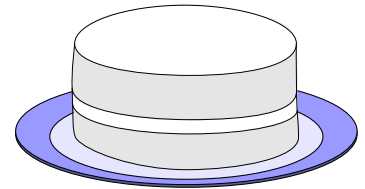
相對面上兩個數之和	20	22	24	...
與 17 相對的面上之數	3	5	7	
與 13 相對的面上之數	7	9	11	
與 5 相對的面上之數	15	17	19	

因此可判斷出另三個面上的數之總和之最小可能值是 $7 + 11 + 19 = 37$ 。

答: (E)

21-25 題，每題 5 分

21. 一份食譜上指示用 2 kg 糖、4 kg 奶油、6 kg 麵粉可製作 8 個蛋糕。現有 9 kg 糖、17 kg 奶油與 28 kg 麵粉，請問最多可以製作多少個蛋糕？



- (A) 40 (B) 34 (C) 37
(D) 32 (E) 36

解法 1

由食譜可知奶油的數量需為糖的數量的 2 倍、麵粉的數量需為糖的數量的 3 倍，因此有 9 kg 的糖，需要 $2 \times 9 = 18$ kg 的奶油、 $3 \times 9 = 27$ kg 的麵粉，但僅麵粉的數量足夠而奶油的數量不足，故可得知奶油的數量決定了實際上能夠作出的蛋糕數量。因每 4 kg 的奶油可作出 $8 = 2 \times 4$ 個蛋糕，因此 17 kg 的奶油可作出 $2 \times 17 = 34$ 個蛋糕。

解法 2

可知每個蛋糕用了 $\frac{1}{4}$ kg 的糖、 $\frac{1}{2}$ kg 的奶油與 $\frac{3}{4}$ kg 的麵粉。

因此現有的糖可供製作 $9 \times 4 = 36$ 個蛋糕，但現有的奶油僅可供製作 $17 \times 2 = 34$ 個蛋糕。

而 34 個蛋糕需 $34 \times \frac{3}{4} = \frac{102}{4} = 25\frac{1}{2}$ kg 的麵粉，現有的麵粉數量可足夠供應。因此最多可製作 34 個蛋糕。

答: (B)

22. (同 中級卷第 14 題、高級卷第 7 題)

投擲二枚標準骰子，然後將顯示的二個點數相乘得出其乘積。請問所投擲出的乘積為 6 的倍數的機率是什麼？

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{5}{12}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{1}{3}$

(E) $\frac{1}{2}$

可知兩個骰子所投擲出的乘積為 6 的倍數的情況為其中一個恰擲出 6，或是其中一個恰擲出 3 且另一個恰擲出 2 或 4。故可將擲出機率相等的 36 種情況中滿足題意的情況列表如下：

		第二個骰子點數					
		1	2	3	4	5	6
第一個骰子點數	1						✓
	2			✓			✓
	3		✓		✓		✓
	4			✓			✓
	5						✓
	6	✓	✓	✓	✓	✓	✓

故知所投擲出的乘積為 6 的倍數的機率是 $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ 。

答: (B)

23. 小婷與小傑在海灘上運動。他們同時從海灘同一端的停車場開始，小婷以勻速跑步，小傑以勻速步行。當小婷跑到海灘的另一端時立即轉向回頭跑，此時小傑恰好在海灘的中點處。當小婷與小傑兩人下一次相遇時，請問此時小傑走了海灘全長的幾分之幾？

(A) 三分之二

(B) 六分之五

(C) 四分之三

(D) 八分之五

(E) 八分之七

可知當小婷轉向回頭跑時，他所移動的距離恰是小傑的二倍，即可推知他的速度也是小傑的二倍。

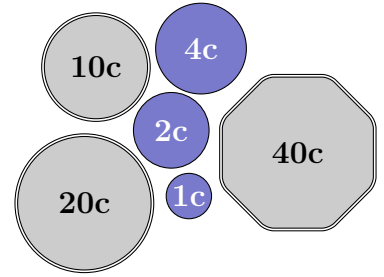
因此當他們相遇時，小婷此時所移動的距離恰為小傑的二倍，即小傑所移動的距離恰為二人合計共移動了全程的二倍中的 $\frac{1}{3}$ ，故此時小傑走了海灘全長的 $\frac{2}{3}$ 。

答: (A)

24. (同中級卷第 19 題)

夢幻國通用的硬幣為：1 c、2 c、4 c、10 c、20 c、40 c 六種。夢幻國的某位人士口袋裡的硬幣足以準確地支付從 1 c 到 200 c 的任意一個金額。請問他口袋裡的硬幣最少枚數是什麼？

- (A) 12 (B) 10 (C) 11 (D) 9 (E) 8



可先驗證若恰利用 1 枚 1 c、1 枚 2 c、2 枚 4 c、1 枚 10 c、1 枚 20 c 與 4 枚 40 c 這 10 枚硬幣時，便可足以準確地支付從 1 c 到 200 c 的任意一個金額。因 $3 = 1 + 2$ 、 $5 = 1 + 4$ 、 $6 = 2 + 4$ 、 $7 = 1 + 2 + 4$ 、 $8 = 4 + 4$ 、 $9 = 4 + 4 + 1$ 、 $10 = 2 + 4 + 4$ ，故可知利用其中三種面額最小的硬幣即可準確地支付從 1 c 到 10 c 的任意一個金額，且再因 $30 = 10 + 20$ 、 $50 = 10 + 40$ 、 $60 = 20 + 40$ 、 $70 = 10 + 20 + 40$ 、 $80 = 40 + 40$ 、 $90 = 40 + 40 + 10$ 、 $100 = 20 + 40 + 40$ 、 $110 = 10 + 20 + 40 + 40$ 、 $120 = 40 + 40 + 40$ 、 $130 = 10 + 40 + 40 + 40$ 、 $140 = 20 + 40 + 40 + 40$ 、 $150 = 10 + 20 + 40 + 40 + 40$ 、 $160 = 40 + 40 + 40 + 40$ 、 $170 = 10 + 40 + 40 + 40 + 40$ 、 $180 = 20 + 40 + 40 + 40 + 40$ 、 $190 = 10 + 20 + 40 + 40 + 40 + 40$ ，故可利用其中三種面額最大的硬幣即可準確地支付從 10 c 到 190 c 中任意一個 10 的倍數之金額。此時利用這兩點知道這 10 枚硬幣可足以準確地支付從 1 c 到 200 c 的任意一個金額。

而若只有 9 枚硬幣時，觀察支付 199 c 的情況。由 199 為奇數可知至少有 1 枚 1 c 的硬幣、由 $40 \times 4 = 160 < 199 - 1 = 198 < 40 \times 5 = 200$ 知至多只可有 4 枚 40 c 的硬幣、由 $20 \times 8 = 160 < 198$ 知至少有 2 枚 40 c 的硬幣。

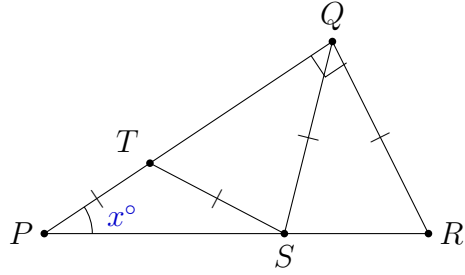
因至少有 2 枚 40 c 的硬幣，故知可以支付個位數 9 c 的硬幣至多為 7 枚。若恰為 7 枚，則此時可支付的金額為 $40 + 40 + 9 = 89$ ，矛盾；若恰為 6 枚，則此時可支付的金額至多為 $40 + 40 + 40 + 9 = 129$ ，矛盾；若恰為 5 枚，則此時可支付的金額至多為 $40 + 40 + 40 + 40 + 9 = 169$ ，矛盾；因此可以支付個位數 9 c 的硬幣至多為 4 枚，故知只有 $9 = 1 + 4 + 4 = 1 + 2 + 2 + 4$ 這二種情況可滿足題意：

若有 1 枚 1 c、1 枚 2 c、1 枚 4 c 這 4 枚硬幣，且其餘的 5 枚硬幣中至少有 2 枚 40 c 的硬幣，則可知需用 3 枚硬幣來支付 110 c，此時可判斷出至少有 1 枚 10 c 的硬幣，因此 3 枚硬幣最多僅可支付 $10 + 40 + 40 = 90$ c，故不合；而若有 1 枚 1 c、2 枚 4 c 這 3 枚硬幣，且其餘的 6 枚硬幣中至少有 2 枚 40 c 的硬幣，則可知需用 4 枚硬幣來支付 110 c，此時可判斷出至少有 1 枚 10 c 的硬幣，故僅可為 $110 = 10 + 20 + 40 + 40$ ，即 $199 = 40 + 40 + 40 + 40 + 20 + 10 + 4 + 4 + 1$ ，因此只有 1 枚 1 c、2 枚 4 c、1 枚 10 c、1 枚 20 c 與 4 枚 40 c 這 9 枚硬幣可準確支付 199 c，但這 9 枚硬幣無法支付 2 c 的情況，故不合。所以最少枚數為 10 枚。

答：(B)

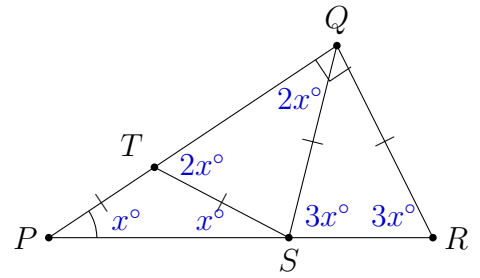
25. 已知 $PT = TS = SQ = QR$ 、 $\angle PQR = 90^\circ$ 且 $\angle QPR = x^\circ$ ，如右圖所示。請問 x 之值等於什麼？

- (A) 20 (B) 25 (C) 27.5
(D) 22.5 (E) 30



解法 1

利用等腰三角形兩底角相等及外角等於兩個遠內角之和可得知如圖所示的情況。
因此在 $\triangle PQR$ 中，有 $90 + x + 3x = 180$ ，
即得 $x = 90 \div 4 = 22.5$ 。



答: (D)

解法 2

因 $\triangle PTS$ 為等腰三角形，故知 $\angle PST = x^\circ$ ，而 $\angle PTS = 180^\circ - 2x^\circ$ 且 $\angle STQ = 2x^\circ$ 。
再因 $\triangle STQ$ 為等腰三角形，故知 $\angle SQT = 2x^\circ$ 且 $\angle TSQ = 180^\circ - 4x^\circ$ 。
而可知 $\angle PRQ = 90^\circ - x^\circ$ ，故再由 $\triangle SQR$ 為等腰三角形，可得 $\angle QSR = 90^\circ - x^\circ$ 。
因此在點 S 處的三個角分別為 x° 、 $180^\circ - 4x^\circ$ 與 $90^\circ - x^\circ$ ，因此知

$$\begin{aligned} x + 180 - 4x + 90 - x &= 180 \\ 90 - 4x &= 0 \\ x &= 22.5 \end{aligned}$$

答: (D)

問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

26. 小杰寫下總和為 96 的三個相異正整數。已知任意兩數的和都可以被第三個數整除。請問這三個數之中最大的數是什麼？

可令這三個數為 a 、 b 、 c ，其中 $a > b > c > 0$ 。因此可知 $a + b + c = 96$ 。

現因 a 為 $b + c$ 的因數，故得知 $a \leq b + c$ ，即 $2a = a + a \leq a + b + c = 96$ ，因此 $a \leq 48$ 。

若 $a = 48$ ，則 $b = 32$ 、 $c = 16$ 可滿足條件，故這三個數之中最大的數是 48。

答: (48)

27. 在一場足球賽中，有三分之一的觀眾支持 R 隊，其餘的觀眾則支持 B 隊。在半場時，因為 B 隊的得分落後，有 345 位原來支持 B 隊的觀眾離開不看了，此時支持 B 隊的人數變成現有觀眾的三分之一。請問支持 R 隊的觀眾有多少位？

解法 1

可知開賽時支持 R 隊與支持 B 隊的觀眾比為 $1:2 = 2:4$ 。當 345 位原來支持 B 隊的觀眾離開後，則這個比例變為 $2:1$ ，換言之，若將開賽時的所有觀眾分為 $2 + 4 = 6$ 份，則這 345 位觀眾佔了原來支持 B 隊的觀眾中的 3 份，而支持 R 隊的觀眾一直維持 2 份，因此可推知 1 份觀眾為 $345 \div 3 = 115$ 位，即支持 R 隊的觀眾有 $115 \times 2 = 230$ 位。

答: (230)

解法 2

可令 r 為支持 R 隊的觀眾數，則開賽時的觀眾數為 $r + 2r = 3r$ 且其中支持 B 隊的觀眾數為 $2r$ 。當 345 位原來支持 B 隊的觀眾離開後，此時支持 B 隊的觀眾數與全體觀眾數的比值為

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= \frac{2r - 345}{3r - 345} \\ \implies 3r - 345 &= 6r - 3 \times 345 \\ \implies 3r &= 2 \times 345 = 690 \\ \implies r &= 230 \end{aligned}$$

即支持 R 隊的觀眾有 230 位。

答: (230)

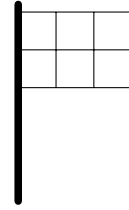
解法 3

可知在開賽時，對於每 2 位支持 R 隊的觀眾，都可以找到 4 位支持 B 隊的觀眾對應，而到了半場時，則僅能找到 1 位支持 B 隊的觀眾對應，即其中有 3 位離開。因共有 $345 = 3 \times 115$ 支持 B 隊的觀眾離開，故可推知支持 R 隊的觀眾共有 $2 \times 115 = 230$ 位。

答: (230)

28. (同 小學中年卷第 30 題、小學高年卷第 29 題)

一個 3×2 的旗幟分割成 6 個小正方形，如圖所示。每一個小方格可以塗上綠色或藍色，使得每一個小方格至少與另一個塗上同顏色的小方格有共同的邊。請問共有多少種不同的塗色方法？



不妨令第一列中旗桿旁上方的方格為綠色，則由下列的圖示中可知藍色的方格可能有 0、2、3 或 4 個：

藍色方格數	可能的塗色方法
0	
2	
3	
4	

可知共有 11 種情況。而若第一列中旗桿旁上方的方格為藍色，也是有相同的 11 種情況，因此共有 22 種塗色方法。

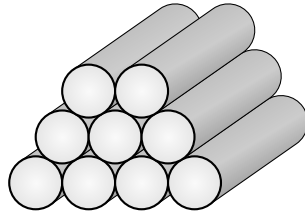
答: (22)

29. 小凱列出了一個正整數數列，每個正整數都小於 1000。在此數列中的每一個數，都等於數列中某一個數的三分之一或某一個數的三倍。請問此數列最多能有多少個相異的正整數？

因 $333 \times 3 = 999$ ，故可知一個數是大於 333 且不為 3 的倍數，則這個數不可能是這個數列中的數，換言之，其餘小於 1000 的正整數都可能落在這個數列中。因 1 到 333 共有 333 個正整數，而 334 到 1000 中共有 222 個數是 3 的倍數，因此這個數列最多能有 555 個相異的正整數。

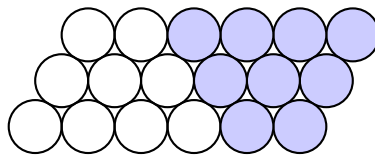
答: (555)

30. 一堆圓木，除了最底層外，每一層圓木的根數都比下一層圓木的根數恰少一根。下圖是堆 9 根圓木的例子。



現有 2015 根圓木，請問最高能堆多少層？

若把這種堆圓木方式看成一個梯形，則可利用類似梯形求面積的方式，假設有兩堆完全相同的堆圓木方式，則可如下圖所示方式將其中一堆旋轉後合併成一個平行四邊形：



注意在此種堆法中，行數必定少於列數，因此觀察將 $2 \times 2015 = 2 \times 5 \times 13 \times 31$ 寫成兩個正整數相乘的情況。可知共有以下 7 種情況：

$$2 \times 2015 = 5 \times 806 = 10 \times 403 = 13 \times 310 = 26 \times 155 = 31 \times 130 = 62 \times 65$$

因每一種堆法中的層數必為分解式中較小的數，故可判斷知 62×65 為層數最多的堆法，即由上往下每一層依序放 2、3、4、...、63，共有 62 層。

答: (62)