

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

高級卷

1-10 題，每題 3 分

1. 請問算式 21×2015 之值是什麼？

- (A) 45 231 (B) 54 321 (C) 42 315 (D) 14 325 (E) 23 514
-

2. 已知 $K = L + R^2$ 、 $L = 4$ 、 $K = 85$ 且 R 為正數，請問 R 之值等於什麼？

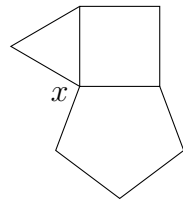
- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 4 (E) 8
-

3. 小欣與小紅利用學校假期到農場打工採摘水果，小欣工作 5 天，小紅工作 3 天。農場共支付他們兩人 \$1000。若他們依照工作天數的比率分配這筆錢，請問小紅可以分得多少錢？

- (A) \$325 (B) \$300 (C) \$250 (D) \$375 (E) \$500
-

4. 一個正三角形、一個正方形、一個正五邊形以邊對邊連接在一起，如右圖所示。請問角 x 之大小是什麼？

- (A) 108° (B) 105° (C) 90° (D) 120° (E) 102°



5. 算式 $3^{-2} - 2^{-3}$ 等於

- (A) -1 (B) 0 (C) $-\frac{1}{72}$ (D) $\frac{1}{72}$ (E) $\frac{17}{72}$
-

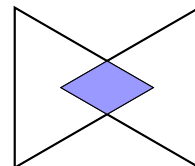
6. 小英丈量一個矩形的其中三邊長，得到它們的總和為 80 cm。小芳丈量同一個矩形的其中三邊長，得到它們的總和為 88 cm。請問這個矩形的周長是什麼？

- (A) 112 cm (B) 132 cm (C) 96 cm (D) 168 cm (E) 156 cm
-

7. 投擲二枚標準骰子，然後將顯示的二個點數相乘得出其乘積。請問所投擲出的乘積為 6 的倍數的機率是什麼？

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$
-

8. 兩個全等的正三角形部分重疊在一起，構成一個凹六邊形，如右圖所示。每個正三角形都有一個頂點與另一個正三角形的中心重合。請問塗上陰影部分的面積佔整個凹六邊形的幾分之幾？



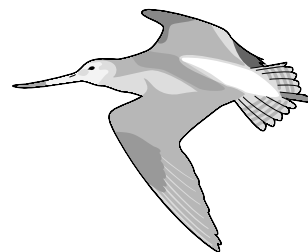
- (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{7}$ (E) $\frac{1}{6}$

9. 兩個數之差為 20。當將每個數都加上 4，此時較大的數等於較小的數之三倍。請問原來的兩個數之中，較大的數是什麼？

- (A) 26 (B) 40 (C) 38 (D) 22 (E) 32

10. 有一隻候鳥被安裝上衛星定位腳環，結果發現牠在 8 天內總共飛行 11 500 km。請問牠每小時的平均速度大約為多少 km？

- (A) 120 (B) 6 (C) 1 (D) 24 (E) 60



11-20 題，每題 4 分

11. 令集合 A 為 $\{0, 1, 2\}$ 、集合 B 為 $\{3, 6, x\}$ ，其中 x 為整數。現將在集合 A 中的每一個數乘以在集合 B 中的每一個數，令集合 C 為它們的積所構成的集合。若 C 恰有 5 個不同的元素，請問 x 可能之值是什麼？

- (A) 12 (B) 4 (C) 24 (D) 0 (E) 6

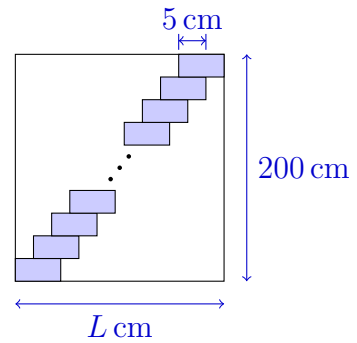
12. 請問以下算式之值是什麼？

$$\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} + \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{5}}}$$

- (A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{3}{14}$ (C) $\frac{60}{77}$ (D) $\frac{45}{154}$ (E) $\frac{70}{66}$

13. 將一個 $L \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$ 矩形地面沿對角線鋪設磁磚，如右圖所示。已知每塊磁磚的尺寸為 $8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ ，相鄰兩塊磁磚接合在一起的長度為 5 cm 。請問 L 之值是什麼？

- (A) 253 (B) 155 (C) 400
(D) 250 (E) 158

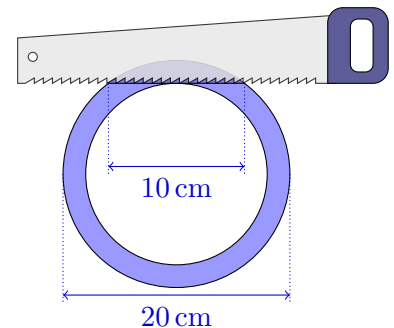


14. 某班級共有 25 位學生，其中 11 位學生現年 15 歲，其他的學生現年 16 歲。已知此班級共有 15 位男生，且 16 歲的男生人數恰為 15 歲男生人數的二倍。請問 16 歲女生的人數佔全班人數的幾分之幾？

- (A) $\frac{7}{25}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{4}{25}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{6}{25}$

15. 小輝用一把鋸子打算將一根外徑為 20 cm 的水管鋸開。當他恰好切穿管壁時，鋸子有 10 cm 在管壁內，如右圖所示。請問管壁的厚度為多少 cm ？

- (A) 5 (B) $5\sqrt{3} - 5$ (C) $10 - 5\sqrt{2}$
(D) $4 - \sqrt{10}$ (E) $5(2 - \sqrt{3})$



16. 某地發現三種恐龍化石。E 品種恐龍出現距今的年數為 G 品種恐龍出現距今年數的二倍。當 G 品種恐龍出現時，E 品種恐龍已經出現的年數為 F 品種恐龍已經出現的年數之二倍。已知這三種恐龍距今的年數之總和為 360 百萬年，請問在 F 品種恐龍出現之後多少百萬年 G 品種恐龍才出現？

- (A) 120 (B) 40 (C) 80 (D) 60 (E) 20

17. 某班級兩周 (10 天) 的課表如下圖所示，其中每天有 5 節課：

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
1	英文	電腦			
2	數學	美術			
3	自然	英文			
4	地理	∴			
5	歷史				

	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五

學生必修的七個科目依照英文、數學、自然、地理、歷史、電腦、美術等順序循環。從第 1 天第 1 節英文課開始，在兩週內共會上 49 堂課，其中有一節的課安排作為集會，集會可能被安排在第二周的某一天的第一節。無論第二周哪一天集會，請問在第二周的第一節哪個科目不可能被安排到？

- (A) 英文 (B) 數學 (C) 地理 (D) 電腦 (E) 美術

18. 正整數 x 、 y 滿足 $(2^x + 1)(2^y - 1) = 2015$ 。請問 xy 之值是什麼？

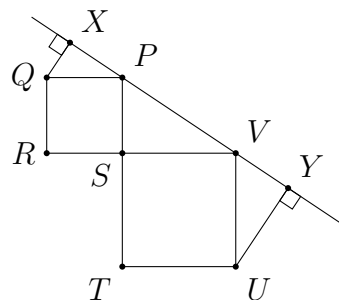
- (A) 36 (B) 40 (C) 12 (D) 30 (E) 24

19. 已知 N 為大於 1 的整數，將 N 與 N 的第二大的因數相加，求出其和。例如，當 $N = 55$ ，這個和為 $55 + 11 = 66$ 。請問有多少個 N 使得此和等於 42？

- (A) 3 (B) 4 (C) 1 (D) 0 (E) 2

20. 不相等的二個正方形 $PQRS$ 與 $STUV$ 的二條邊 PS 、 ST 在同一直線上。自點 Q 與點 U 分別向直線 PV 作垂線，垂足分別為點 X 與點 Y ，如右圖所示。請問 $XQ + YU$ 之長度與下列哪一項相等？

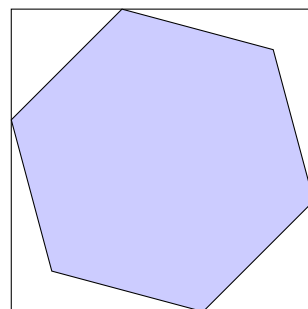
- (A) SU (B) RV (C) UQ
 (D) PR (E) PV



21-25 題，每題 5 分

21. 一個邊長為 1 的正六邊形在一個正方形內部，此正六邊形有四個頂點在正方形的邊上、另二個頂點在正方形的對角線上，如右圖所示。請問此正方形的邊長是什麼？

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $6(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$
 (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ (E) 2



22. 小銘與小仁以數 3 與數 5 開始輪流填加一個數在以下數列的最右側，由小銘先填。

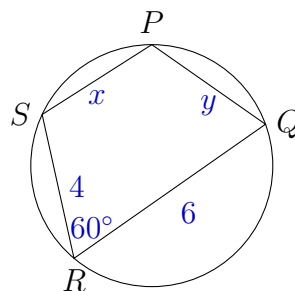
$$3 \quad 5 \quad \textcircled{15} \quad \boxed{\frac{1}{3}} \quad \textcircled{5} \quad \boxed{\frac{1}{15}} \quad \dots$$

當輪到小銘時，他所填的新數是將前兩項的數相乘所得到的積（如數列中圓圈內的數）；而輪到小仁時，他所填的新數是將前面第二項的數除以前面一項所得的商（如數列中方框內的數）。請問此數列的第 2015 項是什麼？

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) 3 (C) 5 (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{5}$

23. 點 P 、 Q 、 R 、 S 在一圓上， $\angle SRQ = 60^\circ$ 。已知 $RS = 4$ 、 $RQ = 6$ 、 $SP = x$ 、 $PQ = y$ ，如右圖所示。請問下列哪一項可能是 x 、 y 之值？

- (A) $x = 4$ 、 $y = 2$ (B) $x = y = 3$ (C) $x = y = 4$
 (D) $x = 4$ 、 $y = 3$ (E) $x = 5$ 、 $y = 2$

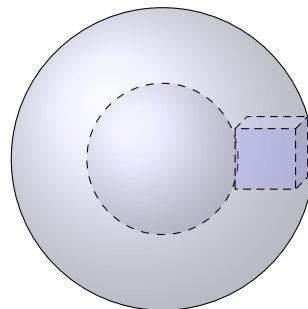


24. 有七個正整數 $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7$ ，其中每個數都小於 100，且除了最後一個數外，其它每個數都是下一個數的因數。請問滿足上述條件的數列有多少個？

- (A) 3 (B) 7 (C) 4 (D) 6 (E) 1

25. 兩個球體有相同的球心，它們的半徑分別為 4 單位與 2 單位，如右圖所示。請問夾在兩球之間的最大正立方體的邊長是什麼？

- (A) $\frac{6}{5}$ (B) $\frac{1}{3}(\sqrt{19} + 1)$ (C) $\frac{\sqrt{21} - 2}{3}$
 (D) $\frac{2}{3}(\sqrt{22} - 2)$ (E) $\frac{12}{5}$

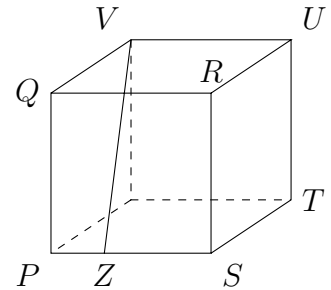


問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

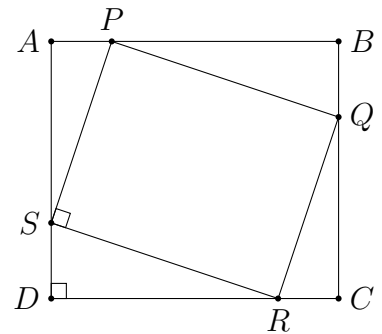
26. 請問有多少個小於 2015 的正整數 n ，使得 $\frac{1}{3} + \frac{1}{n}$ 可以被約分成分母小於 n 的分數？

27. 一個 $100 \times 100 \times 100$ 的正立方體 $PQRSTU$ 是由許多 $1 \times 1 \times 1$ 的實心小正立方體構成。點 Z 在稜邊 PS 上，且 $PZ = 33$ 。請問線段 VZ 穿過多少個 $1 \times 1 \times 1$ 的正立方體內部？



28. 在某車站上，從正中午到午夜，每三分鐘都有一列向南行駛的火車到站，每五分鐘也都有一列向北行駛的火車到站。每一天下午，我步行到此車站的時刻都是隨機的。我搭上最先抵達的火車，無論它是向南或向北行駛。請問我平均必須花費多少秒等火車？

29. 一個 38×32 的矩形 $ABCD$ ，點 P 、 Q 、 R 、 S 分別為在 AB 、 BC 、 CD 、 DA 邊上的點，如右圖所示。已知 AP 、 PB 、 BQ 、 QC 、 CR 、 RD 、 DS 、 SA 的長度都是正整數單位長，且 $PQRS$ 為矩形，請問矩形 $PQRS$ 的面積之最大可能值是什麼？



30. 集合 S 是一個由最小為 0、最大為 2015 的相異整數組成的集合。請問在集合 S 內的數之最小可能的平均值是什麼？