

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

小學高年級卷

1-10 題，每題 3 分

1. 請問在數 2015 中的數碼 1 代表什麼？

- (A) 一 (B) 十 (C) 一百 (D) 一千 (E) 一萬
-

一個數中，從右邊數過來第二行的數為十位數。

答: (B)

2. 請問 10 枚二十分錢的硬幣共值多少元？

- (A) 1 元 (B) 2 元 (C) 5 元 (D) 20 元 (E) 50 元
-

解法 1

可知每 5 個二十分錢的硬幣值 1 元，因此共有 $10 \div 5 = 2$ 元。

答: (B)

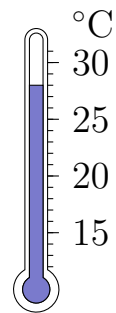
解法 2

1 分錢的 10 倍為 0.1 元，故知 20 分錢的 10 倍為 $0.1 \times 20 = 2$ 元。

答: (B)

3. 請問右圖溫度計所顯示的溫度是什麼？

- (A) 25° (B) 38° (C) 27°
(D) 32° (E) 28°



觀察可知從最底下的刻度開始，每一個上升刻度表示增加 1° ，故這個溫度計所顯示的溫度是 28° 。

答: (E)

4. (同 小學中年卷第 8 題)

請問在下式的方格內填入什麼數，才能使此算式正確？

$$19 + 45 = 20 + \square$$

- (A) 34 (B) 44 (C) 46 (D) 64 (E) 84
-

若將 19 增加 1 變成 20，則 45 必須減少 1 變成 44 才能使總和不變，故應在方格內填入 44。

答: (B)

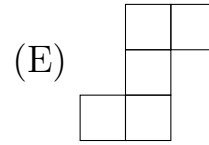
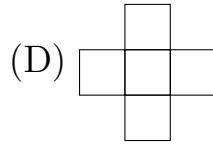
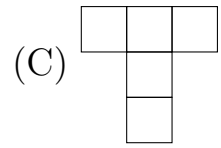
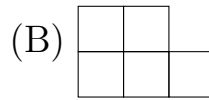
5. 請問下列哪一項的數值最大？

- (A) 1.3 (B) 1.303 (C) 1.31 (D) 1.301 (E) 1.131
-

可知各項數值的大小為 $1.131 < 1.300 < 1.301 < 1.303 < 1.310$ 。故選項 (C) 中的數值最大。

答: (C)

6. 請問下列哪個圖形的周長最小？



解法 1

直接計算可知，選項 (A) 中的圖形周長為 12、選項 (B) 中的圖形周長為 10、選項 (C) 中的圖形周長為 12、選項 (D) 中的圖形周長為 12、選項 (E) 中的圖形周長為 12。故選項 (B) 中的圖形周長最小。

答: (B)

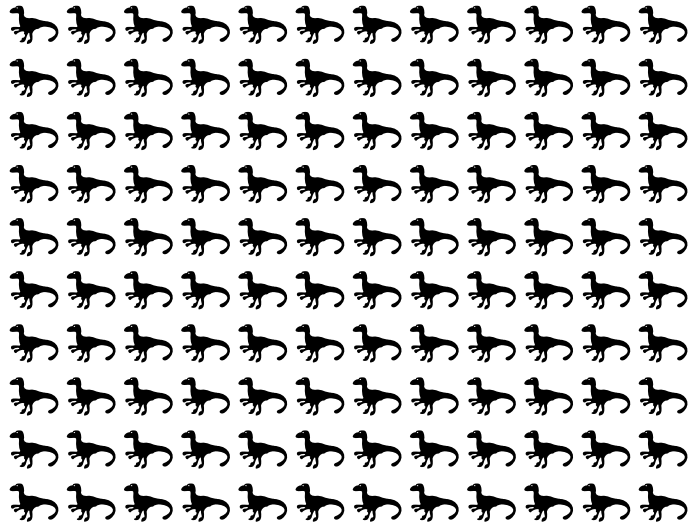
解法 2

觀察可知每一個選項中的圖形都是由 5 個相等的正方形所組成的，故可推知周長最小的圖形一定是位於圖形內部的正方形的邊數最多的圖形。可知選項 (A) 中的圖形位於圖形內部的正方形的邊數為 $4 \times 2 = 8$ 、選項 (B) 中的圖形內部的正方形的邊數為 $5 \times 2 = 10$ 、選項 (C) 中的圖形內部的正方形的邊數為 $4 \times 2 = 8$ 、選項 (D) 中的圖形內部的正方形的邊數為 $4 \times 2 = 8$ 、選項 (E) 中的圖形內部的正方形的邊數為 $4 \times 2 = 8$ 。故選項 (B) 中的圖形周長最小。

答: (B)

7. 教室裡有一張畫有許多恐龍的海報。學生們被問及海報內的恐龍數量之一半有多少隻時：

- 小彥寫下 6×10 隻；
- 小靜寫下 5×12 隻；
- 小華寫下 $10 \times 12 \div 2$ 隻；
- 小菲寫下 $10 \div 2 \times 12$ 隻。



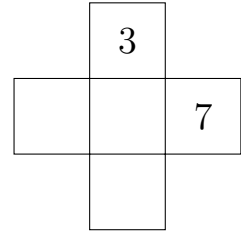
請問誰是正確的？

- (A) 四人全部正確 (B) 只有小彥正確 (C) 只有小靜正確
 (D) 只有小華正確 (E) 只有小菲正確

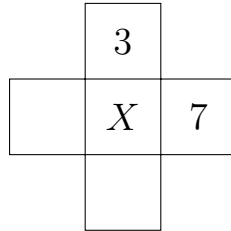
可知共有 10 列恐龍，每一列有 12 隻恐龍，所以海報內的恐龍數量之一半為 $10 \times 12 \div 2 = 60$ 隻。而小彥寫下 $6 \times 10 = 60$ 隻、小靜寫下 $5 \times 12 = 60$ 隻、小華寫下 $10 \times 12 \div 2 = 60$ 隻、小菲寫下 $10 \div 2 \times 12 = 60$ 隻，故四人全部正確。

答: (A)

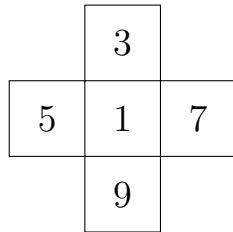
8. 將數 1、3、5、7、9 分別不重複地填入下圖的小方格內，使得水平三個小方格內的數之和等於鉛垂三個小方格內的數之和。已知數 3、7 填在如圖所示的位置，請問以下哪一個選項可能是鉛垂三個小方格內的數之和？



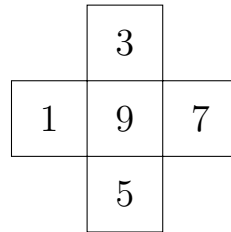
- (A) 14 (B) 15 (C) 12 (D) 16 (E) 13



如圖，可知水平方向三個小方格中間的方格也是鉛垂方向三個小方格中間的方格，可知是從 1、5、9 中選擇一個數填入這一個方格內的數，因此 3 加上其餘二個數中的一個數，要恰等於 7 加上另一個數。因此可以知道有二種可能： $3 + 9 = 7 + 5$ 與 $3 + 5 = 7 + 1$ ，此時前者中間小方格內的數為 1 而後者中間小方格內的數為 9，如下所示：



鉛垂三個小方格
內的數之和 = 13



鉛垂三個小方格
內的數之和 = 17

答: (E)

9. (同 小學中年卷第 14 題)

請問要在右圖方格表的哪一個小方格內再加入一個黑圈，使得不存在兩行有相同的黑圈數，也不存在兩列有相同的黑圈數？

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

A	●	●	●
B		●	C
●		●	D
●	●	●	E

可知第一列與最後一列都各有三個黑圈，因此必須將方格 A 或方格 E 中的其中一個方格加入黑圈。而若是在方格 E 內加入黑圈，則會有兩條直行各有二個黑圈，故不合，因此只可以在方格 A 內加入黑圈，如下圖所示。

●	●	●	●	4
		●		1
●		●		2
●	●	●		3
3	2	4	1	

答: (A)

10. 某數的三分之一等於二分之一，請問這個數是什麼？

- (A) 四分之三 (B) 六分之一 (C) 一又三分之一
(D) 六分之五 (E) 一又二分之一

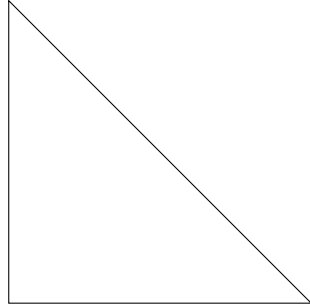
可知這一個數是二分之一的三倍，即 $3 \times \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 。

答: (E)

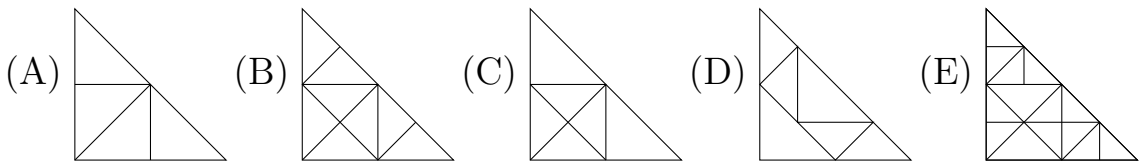
11-20 題，每題 4 分

11. (同 小學中年卷第 12 題)

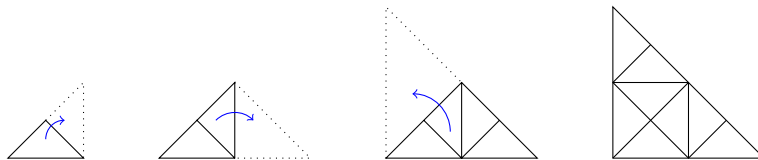
將以下的直角等腰三角形沿著直角頂點與斜邊中點的連線對摺，變成一個小一點的三角形。依此方式共對摺三次。



接著將所得到的三角形展開，請問下列哪一個圖形是展開後的樣子？



下圖為依序將對摺三次後的三角形依序展開回原來的直角三角形的過程：



故知選項 (B) 的直角三角形內線段的位置是這些摺痕所在的位置。

答: (B)

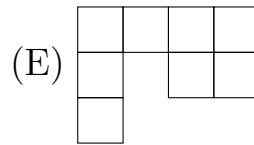
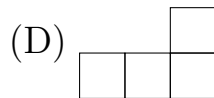
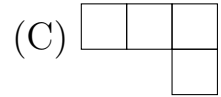
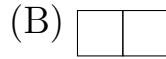
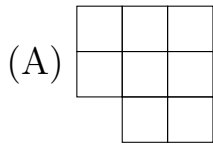
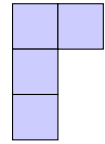
12. 若 $L = 100$ 且 $M = 0.1$ ，請問下列哪一項的值最大？

- (A) $L + M$ (B) $L \times M$ (C) $L \div M$ (D) $M \div L$ (E) $L - M$

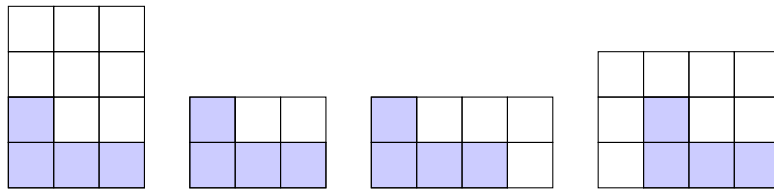
直接計算可知 $L + M = 100.1$ 、 $L \times M = 10$ 、 $L \div M = 1000$ 、 $M \div L = 0.001$ 、 $L - M = 99.9$ ，其中以 $L \div M = 1000$ 的值最大。

答: (C)

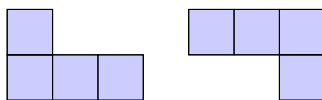
13. 利用右圖塗上陰影的圖形與下列選項 (A) 到選項 (E) 的一個圖形來拼成一個矩形。若只允許旋轉與平移這些圖形，不允許翻轉、不允許重疊，且所拼成的矩形中間不可以有洞。請問下列哪一個圖形不可能達成目標？



可知將圖形以逆時針方向旋轉 90° 後，就可以分別與選項 (A)、(B)、(C)、(E) 來拼成一個矩形，如下圖所示：

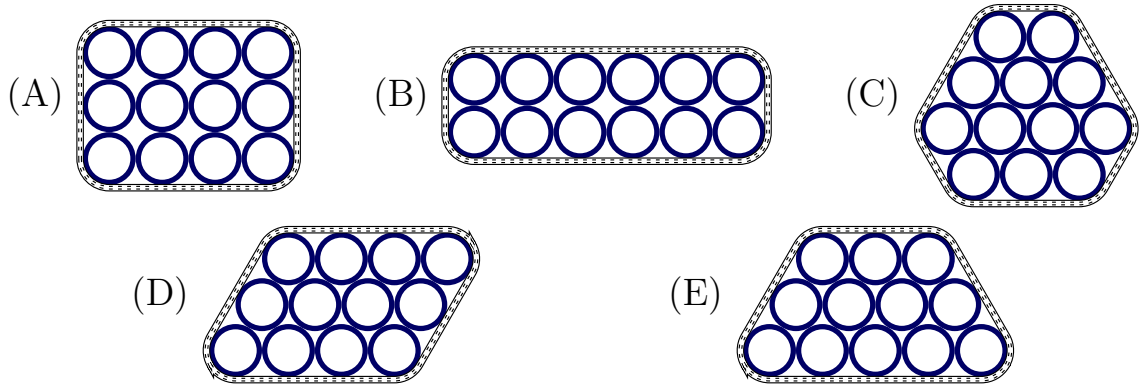


而若與選項 (D) 也可拼成一個矩形，則此矩形的面積為 8，即這個矩形的必為 4×2 的矩形。但若將題目中的圖形旋轉後可放到 4×2 的矩形內，只可為以下兩種情況，皆不可能與選項 (D) 拼成一個矩形。



答: (D)

14. 一位水電工人用貨車載運 12 根排水管。他知道如果環繞網綁它們所用繩子儘可能的短，則它們就不會鬆開。請問他應該如何網綁這些水管？

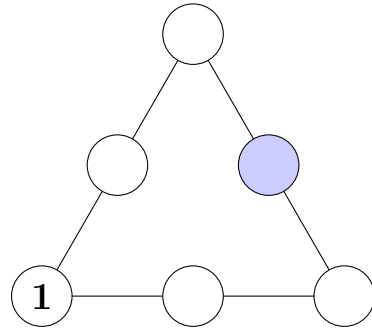


可知當網綁完成時，所有繩子形成圓弧的部分都恰可以組成一個繞一根水管一圈的圓，而其餘形成直線段的部分會是數段長度恰為水管直徑長的線段。可知選項 (A) 中有 10 段這樣的線段、選項 (B) 中有 12 段這樣的線段、選項 (C) 中有 9 段這樣的線段、選項 (D) 中有 10 段這樣的線段、選項 (E) 中有 10 段這樣的線段，故可得知選項 (C) 的網綁方式所用繩子為最短。

答: (C)

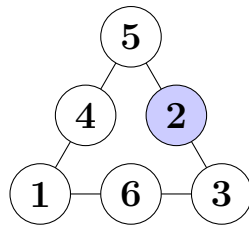
15. (同 小學中年卷第 20 題)

將數 1、2、3、4、5、6 分別不重複地填入右圖的圓圈內，使得三角形的每條邊上的數之和都等於 10。已知數 1 已經填入圖中所示的圓圈內，請問塗上陰影的圓圈內所填的數是什麼？



- (A) 2 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) 6

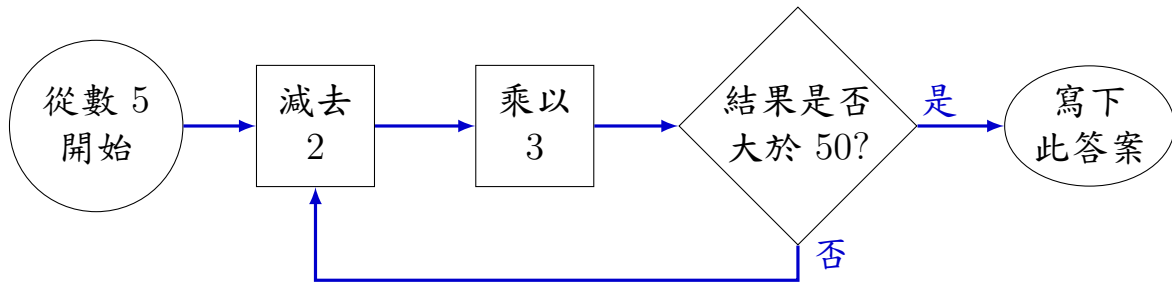
因 2、3、4、5、6 這 5 個數中，選取二個數之和為 9 僅有 $3+6=9$ 與 $4+5=9$ 這二種情況，故知包含填入 1 的這個圓圈的邊上所填的數的情況必為 $1+3+6=10$ 與 $1+4+5=10$ ，因此塗上陰影的圓圈內所填的數是 2。下圖為其中一種可能的填法：



答: (A)

16. (同 小學中年卷第 16 題)

一個運算用以下的流程圖表示：



請問寫下的答案是多少？

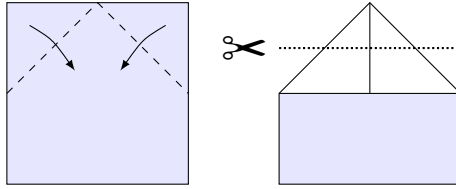
- (A) 57 (B) 63 (C) 75 (D) 81 (E) 84
-

可知 $5 - 2 = 3$ 、接著 $3 \times 3 = 9$ ，此值小於 50，故需繼續計算 $9 - 2 = 7$ 、接著 $7 \times 3 = 21$ ，此值仍小於 50，故需繼續計算 $21 - 2 = 19$ 、接著 $19 \times 3 = 57$ ，此值大於 50，故寫下的答案為 57。

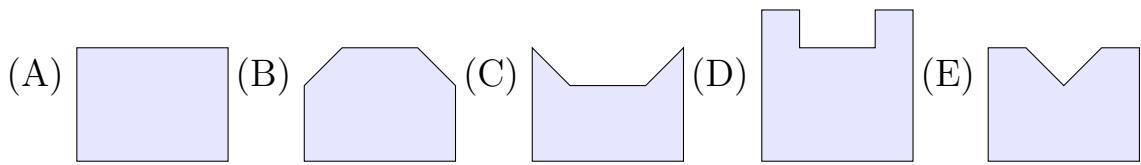
答: (A)

17. (同 小學中年卷第 17 題)

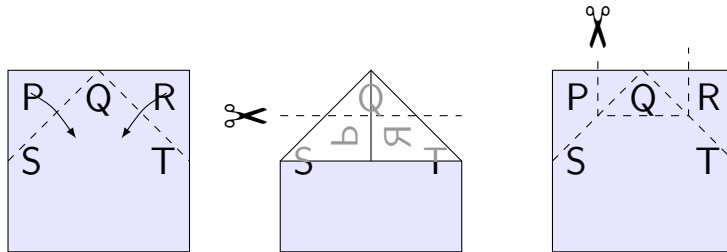
將一張正方形紙片依照下左圖所示的虛線向下摺，然後沿著下右圖所示的虛線將上部剪除。



然後將此紙片展開。請問哪一項是此展開紙片的形狀？



如下圖所示方式，在正方形紙片朝上的一面的上方兩個頂點及摺線的兩端標記字母：



可知在左上方的三角形中，所剪的這一刀從 P 與 Q 中間開始剪開，並以直線方式剪到摺線 QS 的中點；而在中間的五邊形中，是從摺線 QS 的中點開始，一直剪到摺線 TQ 的中點；最後在右上方的三角形中，從摺線 TQ 的中點開始，一直剪到摺線 QR 的中點。故此展開紙片的形狀為選項 (D)。

答: (D)

18. 小莎、小蓉、小蕾的生日都在開始於 8 月 2 日星期日的這個星期內。已知沒有任兩人的生日在同一天，也沒有任兩人的生日是連續的二天，且知第一個生日的日子與第二個生日的日子之間的間隔小於第二個生日的日子與第三個生日的日子之間的間隔。請問哪一天一定不可能是他們其中一人的生日？



- (A) 星期一 (B) 星期二 (C) 星期三 (D) 星期四 (E) 星期五

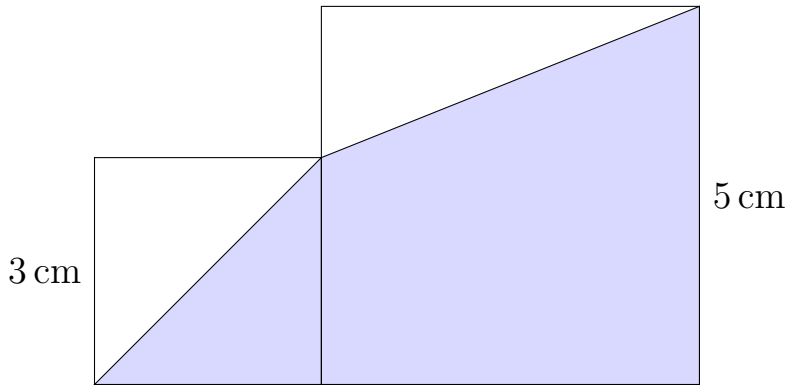
可以判斷知第一個生日的日子與第三個生日的日子之間的間隔至少有 $1 + 1 + 2 = 4$ 天，而第一個生日的日子與第三個生日的日子之間的間隔至多為 $7 - 1 - 1 = 5$ 天，故可將三人生日可能的情況造表如下：

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
✓		✓			✓	
	✓		✓			✓
✓		✓				✓

故知星期四一定不可能是他們其中一人的生日。

答: (D)

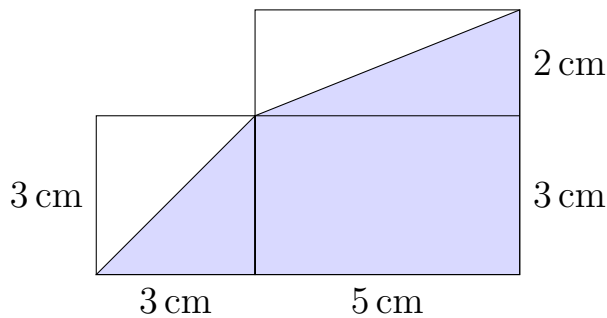
19. 一個邊長為 3 cm 的正方形與一個邊長為 5 cm 的正方形沿著一個邊靠在一起，如下圖所示。



請問塗上陰影部分的面積為多少 cm^2 ?

- (A) 22.5 (B) 23 (C) 23.5 (D) 24 (E) 24.5

解法 1



如圖所示作補助線，即可得知陰影部分的面積為

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + 5 \times 3 = 24.5 \text{ cm}^2。$$

答: (E)

解法 2

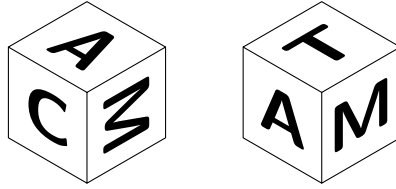
可知陰影部分的面積為兩個正方形的面積和再減去兩個白色小直角三角形的面積和，故知陰影部分的面積為

$$(3 \times 3 + 5 \times 5) - \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 2 \right) = 24.5 \text{ cm}^2。$$

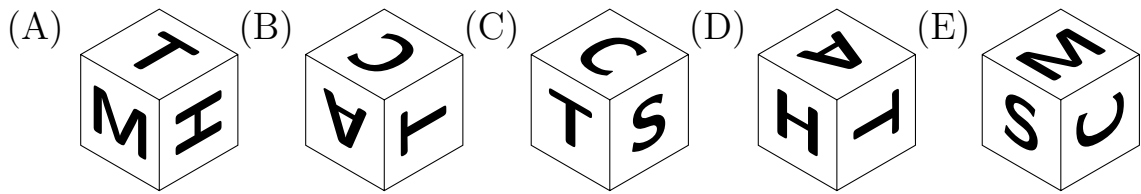
答: (E)

20. (同 初級卷第 14 題, 中級卷第 13 題)

一個正立方體的六個表面上分別寫有字母 A、C、M、T、H、S。以下二個圖是分別從二個不同角度所看到的樣子。



請問下列哪一項可能是這個正立方體從第三個角度所看到的樣子？



可判斷出寫上 C 的面與寫上 T 的面必為一組相對的面，因此可刪去選項 (B) 與 (C)。而當將寫上 A 的面擺成直立時，這一個面的右側必為寫上 M 的面，因此可刪去選項 (D)。而當將寫上 C 的面擺成直立時，這一個面的上方必為寫上 A 的面，因此可刪去選項 (E)。因此僅選項 (A) 可為這個正立方體從第三個角度所看到的樣子，其中寫上 H 的面與寫上 A 的面為一組相對的面。

答: (A)

21-25 題，每題 5 分

21. 老師各給學生 A、B、C 一張卡片，卡片上各寫著一個秘密數。學生們可以看到自己得到的卡片上的數，但都不知道其它二個數。接著老師提供他們一些訊息：

這三個數都是互不相同的正整數，且它們的總和為 13。這三個數的乘積是奇數。

現在 B 與 C 兩位學生都已經可確定其它二張卡片上的數，但學生 A 卻仍沒有足夠的訊息可確定其它二個數。請問學生 A 的卡片上的數是什麼？

- (A) 9 (B) 7 (C) 5 (D) 3 (E) 1
-

由這三個數的積是奇數知這三個數是相異的奇數，且再由其總和為 13 可知這三個數相加的情況為 $1 + 5 + 7$ 或 $1 + 3 + 9$ 。

因這兩種情況都有數 1，而其餘的二個數都不相同，因此 B 的卡片若是 1，他就無法判斷另二個人手上卡片數字的情況是哪一個情況，故可推知 B 的卡片不是 1；同理，C 的卡片也不是 1，且可知 A 的卡片為 1。

答: (E)

22. 右側的算式中 L 、 M 、 N 分別代表不同的數碼。請問 $L + M + N$ 之值是什麼？

- (A) 13 (B) 15 (C) 16
(D) 17 (E) 20

$$\begin{array}{r} L \ L \ M \\ \times \qquad \qquad M \\ \hline N \ M \ 5 \ M \end{array}$$

可知算式中積的個位數碼為 M ，且可觀察出此與 $M \times M$ 的個位數碼相等，因此 $M = 1$ 、 5 或 6 。因積為四位數而被乘數為三位數，所以 M 不可能為 1 ，即 $M = 5$ 或 6 。若 $M = 5$ ，則 $M \times M = 25$ 且 $M \times L$ 的個位數碼必是 0 或 5 ，因此可推知積的十位數碼為 $0 + 2 = 2$ 或 $5 + 2 = 7$ ，無論是哪一種情況，都與已知積的十位數碼為 5 矛盾，因此可以得知 $M = 6$ ，故 $M \times M = 36$ 且再由積的十位數碼為 5 知 $M \times L$ 的個位數碼必是 $5 - 3 = 2$ ，因此可推知 $L = 2$ 或 7 ，再由積的百位數碼為 $M = 6$ 知 $M \times L$ 的個位數碼與十位數碼之和為 6 ，可知在 L 的二種可能取值中，僅 $M \times L = 6 \times 7 = 42$ 滿足此條件，故 $L = 7$ ，此時即可計算得知 $N = 4$ ，原算式即為：

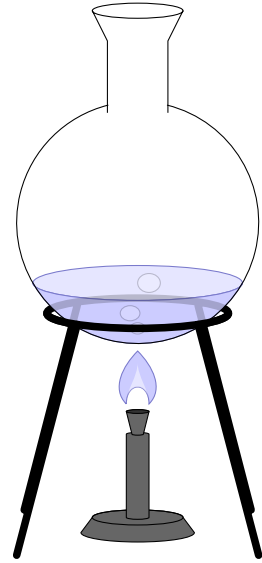
$$\begin{array}{r} 7 \ 7 \ 6 \\ \times \qquad \qquad 6 \\ \hline 4 \ 6 \ 5 \ 6 \end{array}$$

故知 $L + M + N = 7 + 6 + 4 = 17$ 。

答: (D)

23. 一位科學家檢驗一塊含有銅與鋅的合金。他得知這塊合金內銅佔 2 份、鋅佔 3 份。然後他融化此塊合金並加入 120 g 銅與 40 g 鋅，使得新的合金總重量為 660 g。請問新合金的銅與鋅之比例是什麼？

- (A) 銅佔 1 份、鋅佔 3 份
 (B) 銅佔 2 份、鋅佔 3 份
 (C) 銅佔 16 份、鋅佔 17 份
 (D) 銅佔 8 份、鋅佔 17 份
 (E) 銅佔 8 份、鋅佔 33 份



可知原始合金重量為 $660 - 120 - 40 = 500$ g，所以在原始合金中，銅的重量為 $500 \times \frac{2}{2+3} = 200$ g、鋅的重量為 $500 \times \frac{3}{2+3} = 300$ g，故可以推知在新的合金中，銅的重量為 $200 + 120 = 320$ g、鋅的重量為 $300 + 40 = 340$ g，即新合金的銅與鋅之比例是 $320 : 340 = 32 : 34 = 16 : 17$ 。

答: (C)

24. 小凱有一些完全相同的正方形卡片，卡片數量多於 50 張且少於 200 張。他試圖將這些卡片排成 4 行，但最後剩下一張；他試圖將這些卡片排成 5 行，但最後剩下一張；他試圖將這些卡片排成 6 行，但最後也剩下一張。最後他發現有一種可以排成實心正方形的方法。請問他排成的正方形每邊有多少張牌？

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

假設卡片數量為 N ，則可以得知 N 同時是 4 的倍數加 1、5 的倍數加 1 與 6 的倍數加 1；因 4、5、6 的最小公倍數是 60，所以可以推知 N 是 60 的倍數加 1，即 N 的可能值為 61、121、181。再因已知這些卡片有一種可以排成實心正方形的方法，故可推知 N 是一個完全平方數，而 61、181 都不是完全平方數，因此 $N = 121 = 11^2$ 。

答: (D)

25. 小伊的錢包裡有 \$5、\$10、\$20、\$50 的紙鈔共計 \$400。現若將錢包裡的紙鈔替換成相同張數次大面額的紙鈔，即將 \$5 紙鈔換成相同張數的 \$10 紙鈔、將 \$10 紙鈔換成相同張數的 \$20 紙鈔、將 \$20 紙鈔換成相同張數的 \$50 紙鈔、將 \$50 紙鈔換成相同張數的 \$100 紙鈔，則這些紙鈔的總值為 \$900。請問最後 \$50 的紙鈔總值為多少？
- (A) \$50 (B) \$100 (C) \$200 (D) \$300 (E) \$500

可知除了 \$20 紙鈔換成 \$50 紙鈔後價值是原來的兩倍再加 \$10 以外，每一張紙鈔經過替換後的價值都是原來的兩倍。而經過這樣的替換以後，紙鈔的總值是原來的總值的兩倍再加 \$100，故可推知原來有 \$20 紙鈔 $100 \div 10 = 10$ 張，即最後 \$50 的紙鈔總共有 10 張，其總值為 \$500。而原來其餘鈔票的總值為 $400 - 20 \times 10 = 200$ ，經過替換以後，這些紙鈔的總值變為 $200 \times 2 = 400$ ，即所有的紙鈔經過替換後，總值為 $500 + 400 = 900$ ，滿足題意。

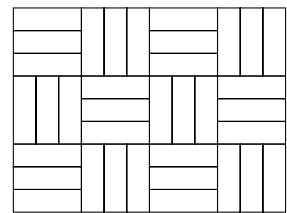
答: (E)

問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

26. (同 小學中年卷第 1 題 28)

小琳設計一個正方形庭園，她把庭園用磚塊鋪成如右圖的網狀。她現有 999 塊磚塊可供使用，她所設計的庭園要愈大愈好。請問她共使用了多少塊磚塊？



可觀察出每三塊磚塊可以拼成一個小正方形，因此她至多可以拼出 $999 \div 3 = 333$ 個小正方形。而因 $18^2 = 324$ 且 $19^2 = 361$ ，故知她所設計出的正方形庭園的每一邊至多可以利用 18 個小正方形，因此她共使用了 $3 \times 324 = 972$ 塊磚塊。

答: (972)

27. (同 小學中年卷第 29 題)

有許多方法可將三個不同的正整數相加使它們的和為 12。例如 $1 + 5 + 6 = 12$ 就是其中一種方法，但是 $2 + 2 + 8 = 12$ 則因為 2、2、8 不全部相同而不是。若將這三個數相乘，則可得到一個稱為積的數值。在所有的方法中，請問它最大可能的積是什麼？

假設這三個不同的正整數由小到大依序為 a 、 b 、 c 而 P 為 $a \times b \times c$ 的積。

可知 $a + b$ 的最小值為 $1 + 2 = 3$ ，因此 c 的最大值為 $12 - 3 = 9$ ，且由 c 為三數中的最大數可推知 c 必大於 $12 \div 3 = 4$ 。接著可如下表分別列出 $c = 9、8、7、6、5$ 時， $a、b$ 與 P 的取值情況：

$c = 9$ $a + b = 3$	$a = 1, b = 2$ $P = 18$	
$c = 8$ $a + b = 4$	$a = 1, b = 3$ $P = 24$	
$c = 7$ $a + b = 5$	$a = 1, b = 4$ $P = 28$	$a = 2, b = 3$ $P = 42$
$c = 6$ $a + b = 6$	$a = 1, b = 5$ $P = 30$	$a = 2, b = 4$ $P = 42$
$c = 5$ $a + b = 7$	$a = 3, b = 4$ $P = 60$	

故知只有 $a = 3、b = 4、c = 5$ 這一種情況可得到最大值 $P = 60$ 。

答：(60)

28. 我有二個 12 小時計時的手錶，其中一個每天快 2 分鐘、另一個每天慢 3 分鐘。現我將它們校正後，請問多少天後這二個手錶會第一次同時顯示正確的時刻？
-

可知 12 個小時為 $12 \times 60 = 720$ 分鐘，所以當這二個手錶顯示正確的時刻時，快或慢的總時間必為 720 分鐘或 720 分鐘的倍數。對於每天快 2 分鐘的錶來說，當這一個手錶顯示正確的時刻時，必是經過了 $720 \div 2 = 360$ 天或是 360 天的倍數天數，即 360 天、720 天、1080 天、...；而對於每天慢 3 分鐘的錶來說，當這一個手錶顯示正確的時刻時，必是經過了 $720 \div 3 = 240$ 天或是 240 天的倍數天數，即 240 天、480 天、720 天、960 天、...。因此知經過 720 天後這二個手錶會第一次同時顯示正確的時刻。

答: (720)

注 1

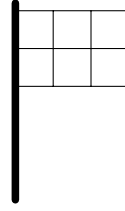
對於一個固定的時間來說，無論是快了或慢了的這個時間，兩次顯示正確時刻所間隔的時間都不會改變，因此 ± 2 分鐘與 ± 3 分鐘都會得到相同的結論。

注 2

若這二個手錶是 24 小時計時的手錶，則經過 1440 天後這二個手錶會第一次同時顯示正確的時刻。

29. (同 小學中年卷第 30 題、初級卷第 28 題)

一個 3×2 的旗幟分割成 6 個小正方形，如圖所示。每一個小方格可以塗上綠色或藍色，使得每一個小方格至少與另一個塗上同顏色的小方格有共同的邊。請問共有多少種不同的塗色方法？



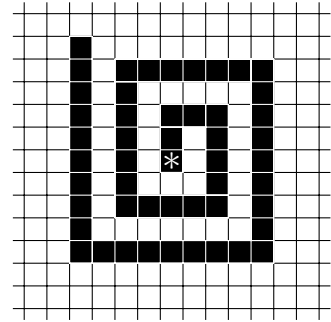
不妨令第一列中旗桿旁上方的方格為綠色，則由下列的圖示中可知藍色的方格可能有 0、2、3 或 4 個：

藍色方格數	可能的塗色方法				
0					
2					
3					
4					

可知共有 11 種情況。而若第一列中旗桿旁上方的方格為藍色，也是有相同的 11 種情況，因此共有 22 種塗色方法。

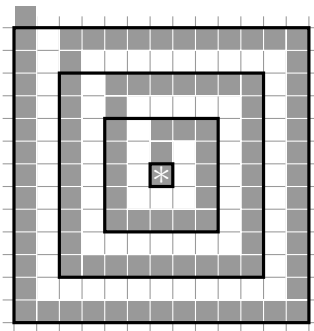
答: (22)

30. 將一個 25×25 方格表的每個小方格塗上黑色或白色構成一個螺旋狀的圖案，由中央標記有 * 的黑色方格開始向外螺旋出去。右圖所示為它開始的情況。請問共有多少個小方格被塗上黑色？



解法 1

若從由中央標記有 * 的黑色方格開始觀察邊長為 1、5、9、13、... 的正方形，可以得到一連串的圖形，如下左圖所示；且因每次邊長都依序增加 4，故可得知所求的 25×25 正方形為這一連串圖形的第七個圖形。而由下右表可知，這一連串的同心正方形圖形，每一個圖案所新增的黑色小方格數目所形成的數列：



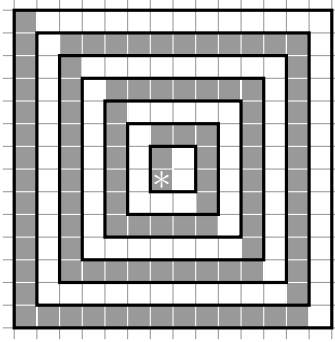
邊長	新增的黑色小方格數目
1	1
5	16
9	32
13	48
17	64
21	80
25	96
	337

而此數列的規則可藉由以下推論得到：若將每一個圖案中較前一層圖案中所增加的黑色小方格裡唯一一個不在邊上的黑色小方格移到邊上唯一一個不是黑色的小方格位置，即可觀察出所增加的黑色小方格數目恰為該層正方形的邊數乘以 4 之後再減去 4。因此在 5×5 正方形之後的 9×9 正方形所增加的黑色小方格數目為 $9 \times 4 - 4 = 32$ 、 13×13 正方形所增加的黑色小方格數目為 $13 \times 4 - 4 = 48$ 、 17×17 正方形所增加的黑色小方格數目為 $17 \times 4 - 4 = 64$ 、 21×21 正方形所增加的黑色小方格數目為 $21 \times 4 - 4 = 80$ 、 25×25 正方形所增加的黑色小方格數目為 $25 \times 4 - 4 = 96$ ，因此所求圖形之黑色小方格數目為 $1 + 16 + 32 + 48 + 64 + 80 + 96 = 337$ 。

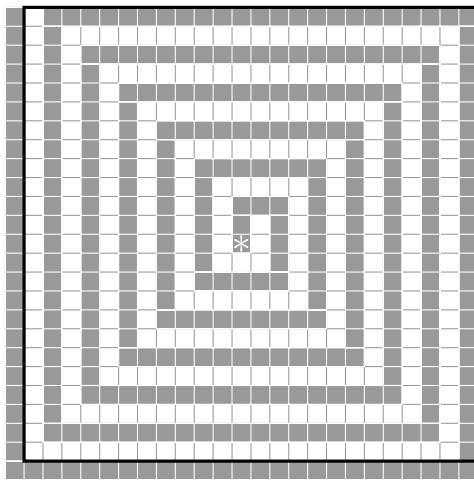
答: (337)

解法 2

用相同的塗色方法，可觀察知對於邊長為偶數的正方形來說，黑色與白色小方格數目相等。



因此對於 24×24 的正方形而言，黑色方格有 $24 \times 24 \div 2 = 288$ 個，再繼續塗色下去，對於 25×25 的正方形會增加 $25 + 24 = 49$ 個黑色小方格，如下圖所示：



故總共有 $288 + 49 = 337$ 個黑色小方格。

答: (337)