

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

---

## 高級卷

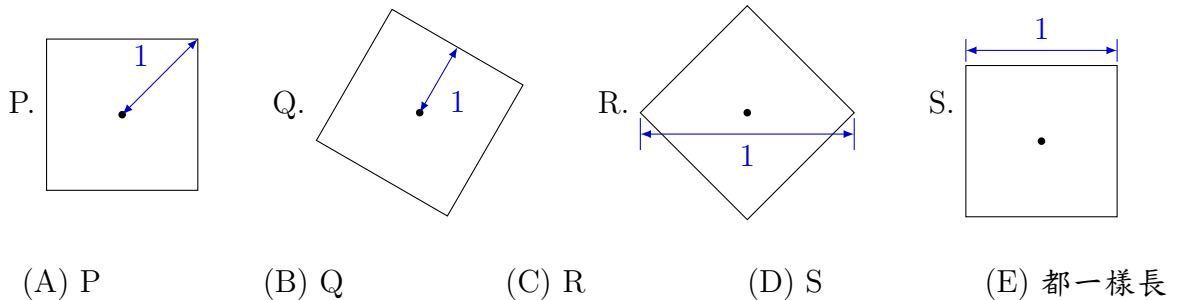
---

### 1-10 題，每題 3 分

1. 請問百位數碼為 7、個位數碼為 8 的三位數共有多少個？  
(A) 10                      (B) 100                      (C) 20                      (D) 19                      (E) 90
- 

2. 若  $p = 7$ 、 $q = -4$ ，則  $p^2 - 3q^2$  等於  
(A) 49                      (B) 48                      (C) 0                      (D) 97                      (E) 1
- 

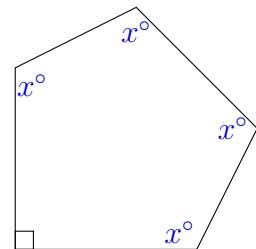
3. 在下圖的這些正方形中，標記的長度都是 1 單位長。請問哪一個正方形的周長最長？



4. 已知  $n$  為整數且  $7n + 6 \geq 200$ ，則  $n$  必須為  
(A) 偶數                      (B) 奇數                      (C) 大於或等於 28  
(D) 27 或 28                      (E) 小於或等於 27
- 

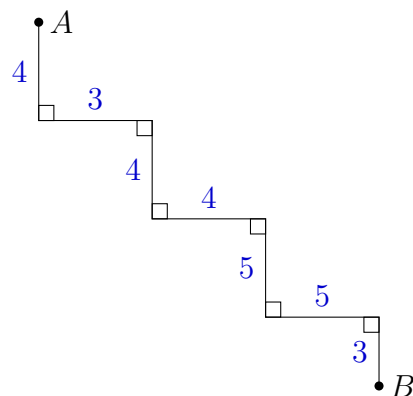
5. 亞瑟王的圓桌桌面之半徑為 3 m。請問此桌面的面積之  $m^2$  值最接近下列哪一項內的數？  
(A) 20                      (B) 30                      (C) 40                      (D) 50                      (E) 60
- 

6. 右圖中，請問  $x$  之值等於什麼？  
(A) 120                      (B) 108                      (C) 105  
(D) 135                      (E) 112.5



7. 右圖中，每個拐角都是直角，標記在線段旁的數是此線段的長度。請問線段  $AB$  的長度為多少單位？

- (A) 20                      (B) 28                      (C)  $10 + 9\sqrt{2}$   
 (D)  $8 + 9\sqrt{2}$                       (E) 16



8. 請問方程  $\sqrt{x^2 + 1} = x + 2$  之根是什麼？

- (A)  $x = \frac{22}{7}$                       (B)  $x = -\frac{3}{4}$                       (C)  $x = -\frac{3}{2}$   
 (D)  $x = 3$                       (E) 無根

9. 一家麵包店的展示架上有一大盤的牛角麵包，其中有巧克力、起司與純麥等三種口味，每種口味都有許多且數量都相同。小倪匆忙進入店中沒有仔細看就隨意拿了二塊牛角麵包。請問小倪所拿的牛角麵包中不含有任何一塊巧克力口味的機率最接近下列哪一項內的數？

- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B)  $\frac{4}{9}$                       (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{2}{3}$                       (E)  $\frac{1}{27}$

10. 當  $n$  為正整數時，請問下列哪一項內的表達式之值恆為 3 的倍數？

- (A)  $n^3$                       (B)  $n^3 + 2n$                       (C)  $3n^3 + 1$                       (D)  $n^3 + 3n^2$                       (E)  $n^2 + 2$

11-20 題，每題 4 分

11. 算式  $2^{2016} - 2^{2015}$  等於

- (A) 2                      (B)  $2^{\frac{2016}{2015}}$                       (C)  $2^{2015}$                       (D)  $-2^{2016}$                       (E) 0

12. 奧克蘭與布萊頓為同一條鐵路線上兩個非常繁忙的火車站。某一日：

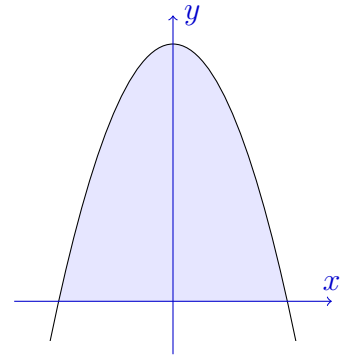
- 五分之一的火車沒有停靠奧克蘭
- 45 列火車沒有停靠布萊頓
- 60 列火車同時停靠布萊頓與奧克蘭
- 60 列火車只停靠布萊頓或奧克蘭之一（不同時停靠）

請問該日有多少列火車不停靠這二站中的任何一站？

- (A) 60                      (B) 20                      (C) 45                      (D) 5                      (E) 40

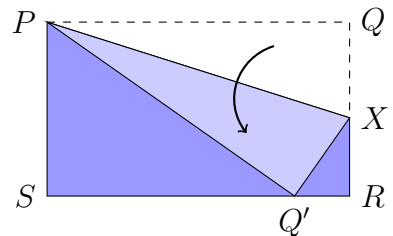
13. 考慮由拋物線  $y = 6 - x^2$  與  $x$ -軸所圍出的區域。請問此區域內部有多少個整點（邊界上的點不計）？

- (A) 11                      (B) 12                      (C) 14  
(D) 15                      (E) 17



14. 一張矩形紙片  $PQRS$  的邊  $PQ$  是邊  $QR$  的二倍。沿著直線  $PX$  將此紙張摺下，使得  $Q$  點落在  $RS$  邊的  $Q'$  點上。請問角  $SPX$  之大小是什麼？

- (A)  $72^\circ$                       (B)  $45^\circ$                       (C)  $60^\circ$   
(D)  $67.5^\circ$                       (E)  $75^\circ$



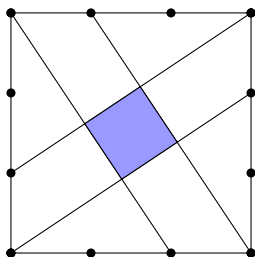
15. 十位學生參加一項包含 20 道試題的測驗。其中二位學生答對 8 題、一位學生答對 9 題，其餘的七位學生每人都至少答對 10 題且這七位學生平均的答對題數為一整數。若這十位學生平均的答對題數也為一整數，請問這個整數是什麼？

- (A) 10                      (B) 11                      (C) 12                      (D) 13                      (E) 14



## 21-25 題，每題 5 分

21. 從大正方形的每個頂點與其對邊上的三等分點相連，如圖所示。



已知圖中陰影部份的小正方形之面積為 1，請問這個大正方形的面積為多少？

- (A) 16                      (B) 15                      (C) 14                      (D) 13                      (E) 12
- 
22. 請問使得  $n^2 + n + 34$  為完全平方數的所有正整數  $n$  之和是什麼？
- (A) 50                      (B) 16                      (C) 43                      (D) 34                      (E) 49
- 
23. 請問可以放進一個所有稜長都為 2 的空心正方錐內部的最大球體之半徑是什麼？
- (A)  $\sqrt{2} - 1$               (B)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$               (C)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$               (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$               (E)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- 
24. 將十個正整數寫在十張卡片上，每張各寫一個數，將這些卡片放在一個圓周上。若一個數大於與它相鄰的兩數之平均，則將此卡片塗上綠色。請問此圓上最多能有幾張卡片被塗上綠色？
- (A) 4                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 9
- 
25. 請問算式  $\sqrt{x^2 + (1-x)^2} + \sqrt{(1-x)^2 + (1+x)^2}$  的最小值是什麼？
- (A) 2                      (B)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2}$               (C)  $\sqrt{5}$                       (D) 0                      (E)  $1 + \sqrt{2}$

問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，  
請將答案填在答案卡上對應的位置。

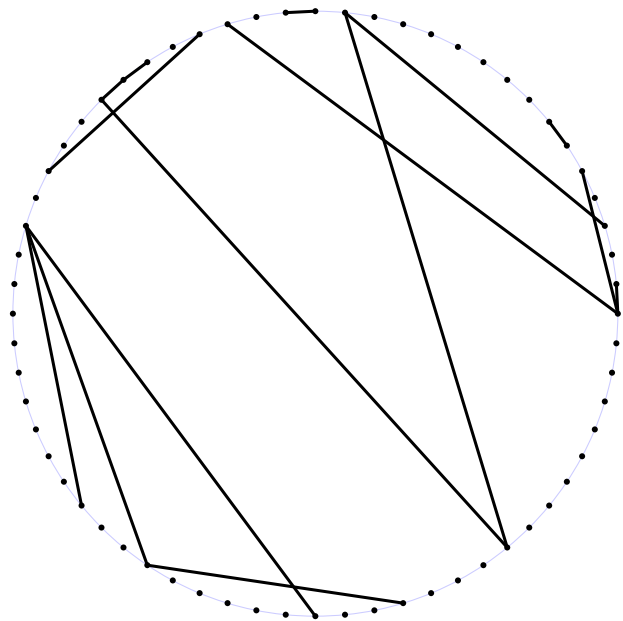
第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，  
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

26. 某高中的樂隊可以排列為一個矩形陣列，使得每一列恰有 3 位男孩、每一行恰有 5 位女孩。樂隊所排出的陣列有許多不同可能的大小，請問所有這些可能大小的陣列的人數之總和是什麼？

27. 令  $a, b, c, m, n$  為整數使得  $m < n$ ，且定義函數  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，其中  $x$  為實數。若  $f(x)$  的圖象包括點  $(m, 0)$  與點  $(n, 2016^2)$ ，請問  $n - m$  有多少種可能的值？

28. 若  $a, b$  為從 1 到 100 的正整數，請問有多少組數對  $(a, b)$  使得它們滿足  $a^{\sqrt{b}} = \sqrt{a^b}$ ？

29. 在一個圓周上等距離地取 64 個點，可知它們之間共可能畫出  $64 \times 63 \div 2 = 2016$  條弦。  
在此圓上畫出其中一些弦，要求每一條弦都不可從中切過多於一條其它的弦。  
請問最多可以畫出多少條弦？



30. 一個定義域為正整數的函數  $f$  具有以下性質：對於任意正整數  $n$ ， $f(f(n)) = 2n$  且  $f(4n + 1) = 4n + 3$ 。請問  $f(2016)$  的最末三位數是什麼？