

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

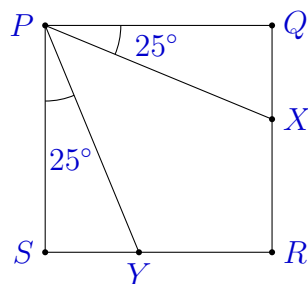
5 Senior paper — draft for traditional chinese translation

高級卷

1-10 題，每題 3 分

1. 在右圖中， $PQRS$ 是一個正方形。請問 $\angle XPY$ 的大小是什麼？

(A) 25° (B) 30° (C) 35°
(D) 40° (E) 45°



2. 有一場競走比賽全長 250 km。如果有位選手打算用 8 天走完全程，請問他每天必須大約走多遠？

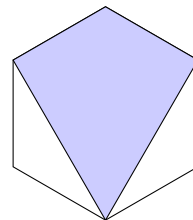
(A) 15 km (B) 20 km (C) 30 km (D) 40 km (E) 80 km

3. 一個數的一半是 32。請問這個數的兩倍是多少？

(A) 16 (B) 32 (C) 64 (D) 128 (E) 256

4. 請問這個正六邊形的幾分之幾被塗上陰影？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$ (E) $\frac{4}{5}$



5. 算式 $9 \times 1.2345 - 9 \times 0.1234$ 之值等於
- (A) 9.9999 (B) 9 (C) 9.0909 (D) 10.909 (E) 11.1111
-

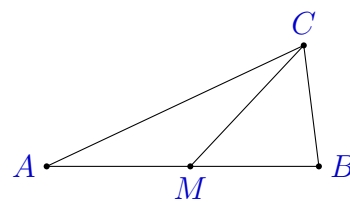
6. 請問算式 $2^0 - 1^8$ 之值是什麼？
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 10
-

7. 一個數的 1000% 等於 100，請問這個數是什麼？
- (A) 0.1 (B) 1 (C) 10 (D) 100 (E) 1000
-

8. 餵養四隻狗三天的伙食費為 \$60。若每天每隻狗的伙食費都相同，請問餵養七隻狗七天的伙食費為多少？
- (A) \$140 (B) \$200 (C) \$245 (D) \$350 (E) \$420
-

9. 在三角形 ABC 中，點 M 是 AB 的中點。
請問下列哪一項內的敘述為真？

- (A) $\angle CAM = \angle ACM$ (B) $\angle CMB = 2\angle CAM$
(C) $AC = 2BC$ (D) $CM = BC$
(E) $\triangle AMC$ 的面積 = $\triangle MBC$ 的面積

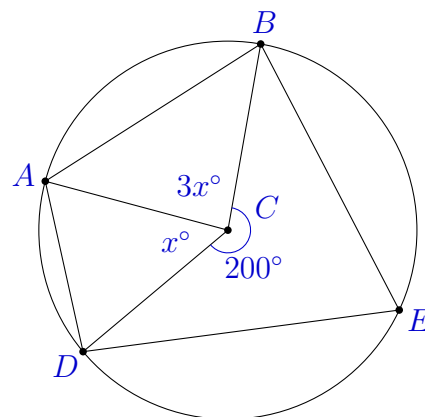


10. 從 1 到 100 的總和為 5050。請問從 101 到 200 的總和為多少？
- (A) 15 050 (B) 50 500 (C) 51 500 (D) 150 500 (E) 505 000
-

11-20 題，每題 4 分

11. 小蕾有一些全等的正三角形形狀的瓷磚。要將這些瓷磚連成一長列（以邊對邊）使得此即將構造出的形狀之周長為原來單片瓷磚周長的十倍，請問共需要多少片瓷磚？
- (A) 14 (B) 20 (C) 25 (D) 28 (E) 30

12. 在如圖所示的圓中，點 C 是圓心，點 A 、 B 、 D 、 E 全部都在圓周上。優角 $\angle BCD = 200^\circ$ 、 $\angle DCA = x^\circ$ 、 $\angle BCA = 3x^\circ$ ，如圖所示。請問 $\angle DAC : \angle BAC$ 之比是什麼？

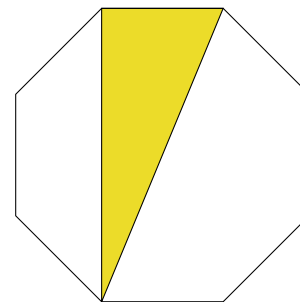


- (A) 3 : 1 (B) 5 : 2 (C) 8 : 3
(D) 7 : 4 (E) 7 : 3

13. 欲將一個數乘以 4 再減去 330，有位粗心的小朋友將這個數除以 4 再加上 330。非常幸運地，他竟得出正確的答案。請問原來的數是什麼？
- (A) 220 (B) 990 (C) 144 (D) 374 (E) 176

14. 右圖所示為一個邊長為 1 m 的正八邊形。請問圖中塗上陰影部分的面積為多少 m^2 ？

- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2
(D) $3 - \sqrt{2}$ (E) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$



15. 一位教練計劃為 P 隊與 W 隊的隊員舉辦火車旅遊。

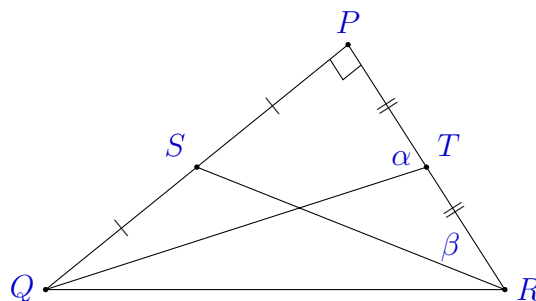
由於 P 隊與 W 隊住在不同的城市，所以不同隊的隊員之火車票價不相同。用相同的車費，這位教練可以安排 6 位 P 隊與 7 位 W 隊的隊員，或者 8 位 P 隊與 4 位 W 隊的隊員。

用相同的車資，若這位教練只安排 W 隊的隊員去旅遊，請問共可安排多少位？

- (A) 11 (B) 13 (C) 16 (D) 20 (E) 25

16. 直角三角形 PQR 的直角頂點為 P 點，如圖所示。點 T 與 S 分別為邊 PR 與 PQ 的中點。若 $\angle QTP = \alpha$ 、 $\angle SRP = \beta$ ，請問 $\tan \alpha : \tan \beta$ 等於什麼？

- (A) 3 : 1 (B) 4 : 1 (C) 5 : 1
(D) 7 : 2 (E) 9 : 2



17. 投擲三枚公平的正六面體骰子。請問投擲出的三個點數為三個連續的數之機率是多少？

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{27}$ (D) $\frac{7}{36}$ (E) $\frac{1}{54}$

18. 請問數 20^{18} 是幾位數？

- (A) 24 (B) 38 (C) 18 (D) 36 (E) 25

19. 在以下減式中，第一個數有 100 個數碼、第二個數有 50 個數碼。

$$\underbrace{111 \dots 111}_{100 \text{ 位數}} - \underbrace{222 \dots 222}_{50 \text{ 位數}}$$

請問所得結果的數碼和是多少？

- (A) 375 (B) 420 (C) 429 (D) 450 (E) 475

20. 我有兩個正多邊形，其中大的多邊形比小的多邊形多 5 條邊。兩個多邊形的內角相差 1° 。請問大的多邊形有幾條邊？

- (A) 30 (B) 40 (C) 45 (D) 50 (E) 60

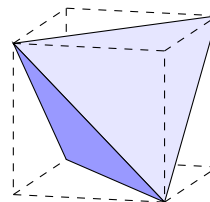
21-25 題，每題 5 分

21. 已知 m 、 n 為整數。請問方程 $n = \sqrt{100 - m^2}$ 有多少組解 (m, n) ？

- (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 10

22. 一個正四面體內接於一個邊長為 2 的正立方體，如圖所示。請問這個正四面體的體積是什麼？

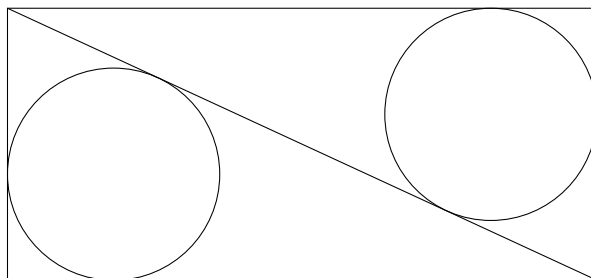
- (A) $\frac{8}{3}$ (B) 4 (C) $\frac{16}{3}$
 (D) $\sqrt{6}$ (E) $8 - 2\sqrt{2}$



23. 一個邊長為 5 單位 \times 12 單位的矩形。

畫出其中一條對角線，然後在兩個三角形內畫出最大可能的內接圓。

請問這兩個圓的圓心之距離為多少單位？



- (A) $\sqrt{60}$ (B) 8 (C) $\sqrt{65}$ (D) $\sqrt{68}$ (E) 9

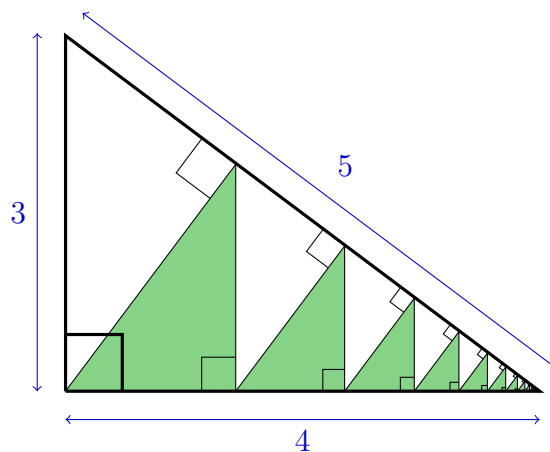
24. 方程 $\underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{256}}}}_{60} = 2^{(8^x)}$ ，請問 x 之值為何？

- (A) -17 (B) -19 (C) -21 (D) -23 (E) 16

25. 一個邊長為 3、4、5 的直角三角形是由無限多個直角三角形所拼成的，如圖所示。

請問圖中塗上陰影部分的面積是什麼？

- (A) $\frac{18}{7}$ (B) $\frac{54}{25}$ (C) $\frac{8}{3}$
 (D) $\frac{27}{17}$ (E) $\frac{96}{41}$

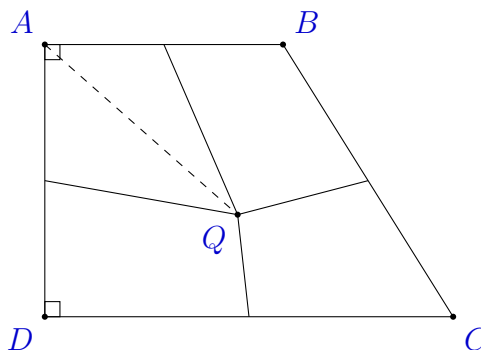


問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

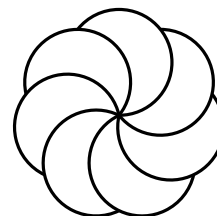
26. 令 A 為一個可被 9 整除的 2018 位數，令 B 為 A 的所有數碼相加、 C 為 B 的所有數碼和。請問 C 的所有可能值之總和是什麼？

27. 在梯形 $ABCD$ 中， $AB = 100$ 、 $BC = 130$ 、 $CD = 150$ 、 $DA = 120$ 且在點 A 、點 D 處為直角。
將內點 Q 與 4 個邊的中點相連所構成的四個四邊形之面積相等。
請問 AQ 的長度是什麼？



28. 小東有一雙藍色的鞋子、一雙紅色的鞋子、一雙白色的鞋子。他打算將這六隻鞋緊靠在一起排成一列。然而，小東希望同一雙的左腳鞋子在右腳鞋子左側的某處。請問小東共有多少種方法排列這些鞋子？

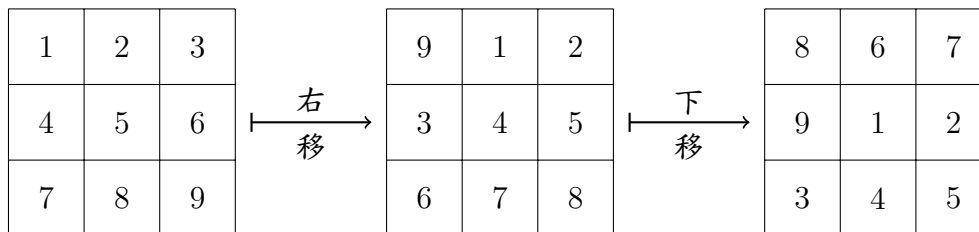
29. 對於 $n \geq 3$ ，用 n 個圓周長為 1 單位互相重疊的圓可構造一個圖案，每個圓都通過一個中心點，最後得到的圖案具有 n 階旋轉對稱。
例如，右圖所示的為 $n = 7$ 的這種圖案。
若可見的弧之總長度為 60 單位，請問 n 等於多少？



30. 考慮一個已經填入數 $1, 2, \dots, n^2$ 的 $n \times n$ 方格表，表內的數由左至右、由上至下漸大。一次**重組**包括以下二個步驟：

- 將每一小方格內的數向右移動一格。在每一列末端的數則移動到下一列最前端的位置，在右下角的數則移到左上角的位置。
- 接著將每一小方格內的數向下移動一格。在每一行最底下的數則移到下一行最頂端的位置，在右下角則移到左上角的位置。

如圖所示是一個 3×3 方格表的例子。請注意這兩個所示的步驟視為一次重組。



請問需要重組超過 20000 次才能使 $n \times n$ 方格表內的所有數回到原來位置的最小值 n 是什麼？