

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

5 Senior paper — draft for TC translation

高級卷

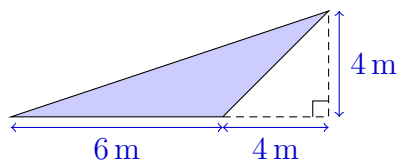
1-10 題，每題 3 分

1. 請問算式 201×9 之值等於多少？

- (A) 189 (B) 1809 (C) 1818 (D) 2001 (E) 2019
-

2. 請問右圖中塗上陰影的三角形之面積為何？

- (A) 8 m^2 (B) 12 m^2 (C) 14 m^2
(D) 20 m^2 (E) 24 m^2

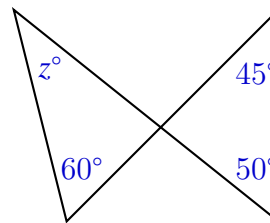


3. 請問 \$20 的 19% 是多少？

- (A) \$20.19 (B) \$1.90 (C) \$0.19 (D) \$3.80 (E) \$0.38
-

4. 請問 z 之值是什麼？

- (A) 30 (B) 35 (C) 45
(D) 50 (E) 55



5. 請問算式 $2^0 + 1^9$ 之值等於多少？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 10 (E) 11
-

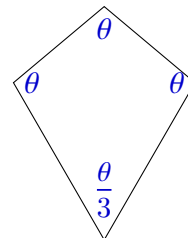
6. 令 $f(x) = 3x^2 - 2x$ ，請問 $f(-2)$ 等於多少？

- (A) -32 (B) -8 (C) 16 (D) 32 (E) 40

7. 一個等形的內角為 θ 、 θ 、 θ 與 $\frac{\theta}{3}$ 。

請問角 θ 的大小為何？

- (A) 120° (B) 105° (C) 90°
(D) 112° (E) 108°



8. 考慮一個震盪數列

$$1, 4, 7, 4, 1, 4, 7, 4, 1, 4, \dots,$$

它每四項循環。最前 3 項的累計總和是 12，最前 7 項的累計總和是 28。

請問下列哪一個選項內的值可能是這個數列的累計總和？

- (A) 61 (B) 62 (C) 67 (D) 66 (E) 65

9. 小咪每秒鐘行走 1.5 m，她的朋友每秒鐘行走 2 m。

她們沿著她們喜愛的圓形步道從同地點出發反向而行。在 20 分鐘後，她們首度再相遇。

請問這條步道的總長度為多少 km？

- (A) 3.5 (B) 4.2 (C) 6 (D) 7 (E) 8.4

10. 算式 $\frac{1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4}{1^1 + 2^2 + 3^3} =$

- (A) 2^3 (B) 3^2 (C) 11 (D) 4^3 (E) 259

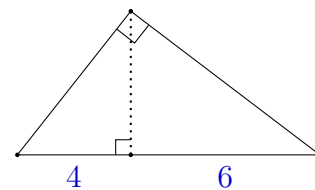
11-20 題，每題 4 分

11. 五位數 $P679Q$ 可被 72 整除，請問數碼 P 等於什麼？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. 一個直角三角形的高將斜邊成長度為 4 與 6 的兩段。請問這個三角形的面積為何？

- (A) $10\sqrt{6}$ (B) 24 (C) 25
(D) 12 (E) $6\sqrt{10}$



13. 在一箱蘋果中，有 $\frac{3}{7}$ 的蘋果是紅色的，其它的則是綠色的。若將五顆綠色蘋果加入箱子內，則現在綠色的蘋果佔 $\frac{5}{8}$ 。請問現在的箱子中總共有多少顆蘋果？

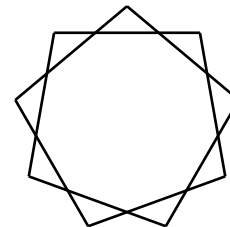
- (A) 32 (B) 33 (C) 38 (D) 40 (E) 48

14. 請問下列哪一個選項內的數超過它的平方最多？

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

15. 一個正九角星形是由九個點相連而成，如圖所示。請問這九個點上的每個內角之大小為何？

- (A) 100° (B) 110° (C) 120°
(D) 130° (E) 140°



16. 構造兩個各有 900 項的數列：

$$5, 8, 11, 14, \dots \quad (\text{公差為 } 3)$$

$$3, 7, 11, 15, \dots \quad (\text{公差為 } 4)$$

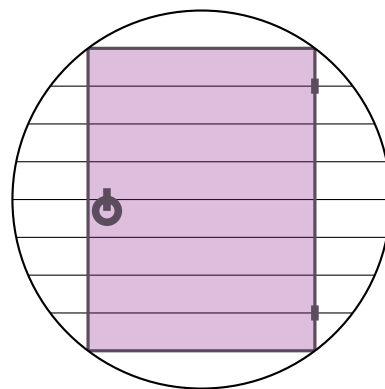
請問這兩個數列中有多少項的數是相同的？

- (A) 400 (B) 300 (C) 275 (D) 225 (E) 75

17. 有一個圓形的鋼製出入口內接一個矩形門，其設計圖如圖所示。這個出入口被等距離的水平橫槓分割成 10 個等寬的區域。

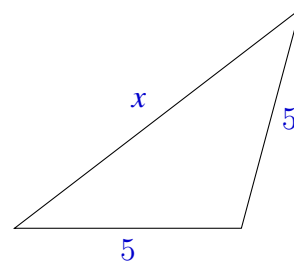
請問這個矩形門的面積佔整個出入口面積的幾分之幾？

- (A) $\frac{48}{25\pi}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (C) $\frac{2}{\pi}$
 (D) $\frac{8\sqrt{2}}{25\pi}$ (E) $\frac{8}{5\pi}$



18. 請問當 x 等於什麼值時，邊長為 5、5、 x 的三角形是個鈍角三角形？

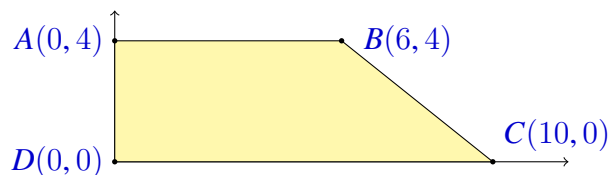
- (A) $0 < x \leq 5\sqrt{2}$ (B) $5 < x \leq 5\sqrt{2}$
 (C) $5 < x < 10$ (D) $0 < x < 10$
 (E) $5\sqrt{2} < x < 10$



19. 一個矩形的面積為 20，它的周長為 22。請問它的每條對角線之長度為何？

- (A) $4\sqrt{5}$ (B) 10 (C) $\sqrt{29}$ (D) $2\sqrt{26}$ (E) 9

20. 直線 $y = mx$ 將四邊形 $ABCD$ 分割成相等面積的兩塊。
請問 m 之值是什麼？



- (A) 1 (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{8}{17}$ (D) $\frac{8}{15}$ (E) $\frac{8}{25}$

21-25 題，每題 5 分

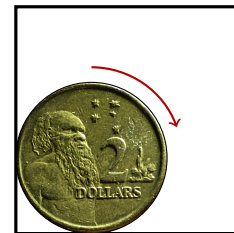
21. 小敏有三種方式從家裡到距離 8 km 的工作地點：如果他駕車上班，則費時 12 分鐘；如果他騎自行車上班，費時 24 分鐘；如果他步行上班，費時 1 小時 44 分鐘。他想知道當自行車輪胎沒有氣時，如何以最短的時間抵達工作地點。
他有三種策略：

- (i) 如果他靠近他家，則他走路回家，然後改成駕車上班。
(ii) 如果他靠近工作地點，則剩下的路程他改用步行的方式。
(iii) 如果在中點附近，則花費 20 分鐘修理自行車的輪胎然後繼續騎車上班。

他知道在前往工作地點的途中，有二個位置必須改變策略。請問這兩個位置的距離是什麼？

- (A) 2 km (B) 3 km (C) 4 km (D) 5 km (E) 6 km

22. 一枚半徑為 1 cm 的硬幣沿著一個正方形的內壁滾動但不能滑動或空轉，移動時恆與正方形的邊相切。
當這枚硬幣回到出發點時，它恰好轉一整圈。
請問這正方形的邊長為多少 cm？



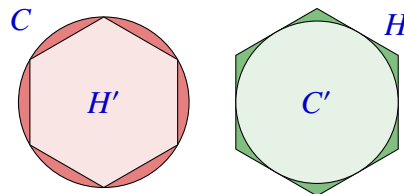
- (A) π (B) 3.5 (C) $1 + \pi$ (D) 4 (E) $2 + \frac{\pi}{2}$

23. 有一列長度為 200 m 的客車以 80 km/h 的速度行駛，一列長度為 2 km 的貨車以 20 km/h 的速度相向行駛。在同一條路徑上，請問從兩列火車相遇的點到兩列火車相離的點之距離為何？

(A) 1.28 km (B) 1.4 km (C) 1.56 km (D) 1.8 km (E) 1.88 km

24. 圓 C 與正六邊形 H 之面積相等。一個正六邊形 H' 內接於圓 C 、一個圓 C' 內切於正六邊形 H 。

請問 H' 的面積與 C' 的面積之比是什麼？

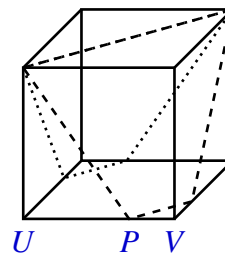


(A) 1 : 1 (B) 3 : π (C) 9 : π^2 (D) 3 : 4 (E) $3\sqrt{3} : 2\pi$

25. 通過一個邊長為 1 的正立方體頂面之對角線的兩個平面將此正立方體分割為等體積的三塊。其中一個平面與稜邊 UV 交於點 P 。請問 PV 的長度是什麼？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(D) $\sqrt{3} - 1$ (E) $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$



問題 26-30 的答案為 000-999 之間的整數，
請將答案填在答案卡上對應的位置。

第 26 題占 6 分，第 27 題占 7 分，第 28 題占 8 分，
第 29 題占 9 分，第 30 題占 10 分。

26. 數 35 有一個性質，當我們把它的數碼全部各加上 2，然後相乘，則可以得到 $5 \times 7 = 35$ ，與原來的數相等。

找出所有二位數中，當我們把它的數碼全部加上 2，然後相乘，最後所得的結果與原數值相同。請問滿足上述條件的所有二位數之和是什麼？

27. 在一個數列中，如果有三個連續項的和是一個奇數，則稱它們為一個奇和三元組。例如，我們將 1 到 6 的數寫成以下的順序

6 4 2 1 3 5

則其中恰有二個奇和三元組： $(4, 2, 1)$ 與 $(1, 3, 5)$ 。

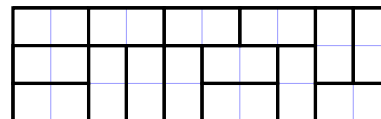
以某種順序寫下從 1 到 1000，請問最多可以得到多少個奇和三元組？

28. 小德有一個立體，它共有四個三角形的表面。其中三個面互相垂直，而第四個面的邊長為 11、20、21。請問這個立體的體積為多少？
-

29. 下圖所示為用 15 片 1×2 矩形瓷磚鋪成一個 3×10 矩形的其中一種方法。

由於這個鋪法不對稱，我們將它的旋轉、翻轉之鋪法視為不同的鋪法。

要鋪成這個 3×10 的矩形，請問總共有多少種不同的鋪法？



30. 在正整數集合內定義函數 f ，其中 $f(1) = 2$ 、 $f(2) = 3$ 。並且若 n 為偶數，則 $f(f(f(n))) = n + 2$ ；若 n 為奇數，則 $f(f(f(n))) = n + 4$ 。請問 $f(777)$ 之值為何？
-