

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(一)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、 有若一隻蚱蜢可以沿著某一直線作前後跳躍，或向前跳，或向後跳，已知它每次跳躍的距離不是 6 公分長就是 8 公分長。請問在某次跳躍後，它可以跳至距離原出發點

(a) 7 公分；

(b) 4 公分

的位置上嗎？

二、 將數字 1 或 9 放入 4×4 方格表的每一個方格中，使得依照方格表外編號所橫向或縱向讀取到的這 8 個四位數呈遞增次序。舉例：右下圖是 3×3 的方格表，依照方格表外編號所橫向或縱向讀取到的 6 個三位數為：111, 119, 199, 911, 919, 991.

1.

	3	7	6	4
5				
2				
8				
1				

EXAMPLE

	3	1	6
2	1	1	9
5	9	1	9
4	9	1	1

2.

	3	2	8	5
1				
7				
6				
4				

3.

	2	4	5	6
1				
7				
3				
8				

三、 64 位朋友同時每人得到一條消息，而且任意兩人所得消息不同。他們兩兩用電話相互告訴對方自己所得到的全部消息。設每次互通電話恰好用一分鐘，問最少需多少分鐘才能使每個人都知道所有的消息？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(二)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、 如果我們從正整數 $1, 2, \dots, 49, 50$ 中選取 26 個數，是否會有兩個連續的數會一併被選取？

二、 將下面方格表沿著格線分割成四片大小及外觀形狀相同的區塊(允許旋轉，但不可翻轉)，使得每一個區塊都只含有一個英文字母。

	A	B	C		
			D		

三、 考慮全體由 1 到 9 不重複地組成的九位數。一對這樣的九位數稱為是“完美”的數對，如果它們的和等於 987654321。

請找出三對“完美”的數對(注意： (a, b) 和 (b, a) 認為是相同的)。

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(三)

縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、小明將一張紙撕開成 8 張，然後他選擇了其中一片，並且再將這一片也撕成 8 張，重複這樣的操作，請問他能在某次操作後得到 2002 張紙片？

二、將數字 1 ~ 9 填入方格表中，使得方格表中每行、每列之數字和等於方格表外該行或該列所標示的數字。每一個數字只使用一次，方格表無須填滿。

1.

				24
				3
				4
				14
7	2	20	16	

2.

				8
				7
				25
				5
25	4	6	10	

EXAMPLE

6				6
9		3	5	17
8	7	2	1	18
4				4
27	7	5	6	

三、一個步行者行走了 3.5 個小時，在每一小時的時間間隔裡，他都行走了 5 公里。問他行走的平均速度是否一定為每小時 5 公里？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國小組(四)

縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

- 一、一個伐木的公司決定砍伐一松樹林，但是引起綠色和平組織的抗議。公司的總裁指出，松樹林有 99% 的樹是松樹，我們只砍伐松樹，在工作完成後，剩下的樹有 98% 是松樹。試問：這家公司計畫砍伐多少百分比的樹呢？
- 二、下面 19 位諾貝爾獎得主的名字被列在方格表內。已知這些名字呈水平、垂直或對角線方向直線排列，在方格表中間 4 x 4 的部份方格被擦拭掉了，請您找出這 16 個方格內的英文字並填入適當的方格內。

ARIAS	HUME	MOTT	RENAULT
BRANDT	KING	PAULING	SADAT
BRIAND	MANDELA	PEARSON	SAKHAROV
DUNANT	MARSHALL	PERES	WALESA
HULL	MONETA	RABIN	

U	H	A	L	E	D	N	A	M	H
T	U	S	A	D	A	T	V	U	N
L	L	E	U	P	S	O	M	E	S
U	L	L					S	A	D
A	D	A					I	L	A
N	U	W					B	T	K
E	N	K					E	I	I
R	A	A	E	O	R	N	I	T	N
S	N	T	E	N	O	A	D	N	G
D	T	T	O	M	R	S	M	T	G

- 三、一些物體每個染上紅色或藍色中的一種，排在一條直線上。至少有一個物體染上紅色，也至少有一個物體染上藍色。已知若兩個物體之間有 10 個或者 15 個另外的物體，則這兩個物體是同色的，問這些物體最多有幾個？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國中組(一)

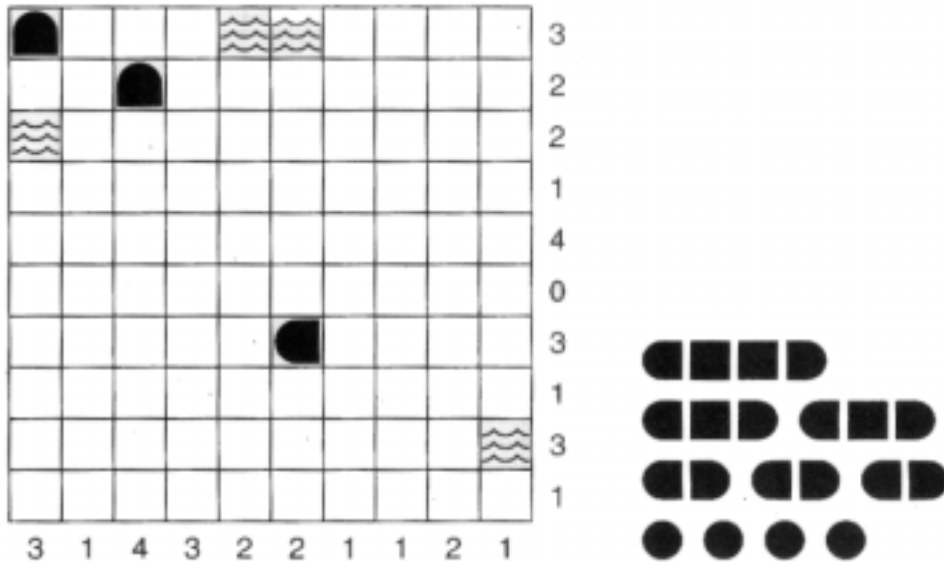
_____縣市_____國民中學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、試證：從 10 個不能被 10 所整除的正整數中，我們可以：

- (a) 從中找到兩個數，它們的差可被 10 整除；
- (b) 從中找到一些數，它們的和可被 10 整除。

二、已知戰艦不能佔據畫有水紋符號的方格，而且有三艘戰艦的艦首已標示在方格表內，方格表外的數字為該行或該列中，被艦隊佔據的方格數。一艘主力艦佔四個方格位置，一艘巡洋艦佔三個方格位置，一艘驅逐艦佔二個方格位置，一艘潛艇佔一個方格位置。請將右下圖 10 艘戰艦：一艘主力艦、兩艘巡洋艦、三艘驅逐艦及四艘潛艇，水平或垂直方向放置在方格表內，使得艦身彼此不接觸(不在相鄰方格上，也不可以在對角位置)。



三、有兩個棋手在一個無限平面上對局，棋子共有 51 個，其中 1 隻狼、50 隻羊。第一個棋手開局移動狼，然後第二個棋手移動一隻羊。接著第一個棋手再移動狼，然後第二個棋手再移動一隻羊，依此進行下去。狼和羊每次移動可沿任意方向且距離不超過一米。對任意的 k 值，問是否有棋子的一個初始擺法，使得狼不能捕獲任一隻羊？

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國中組(二)

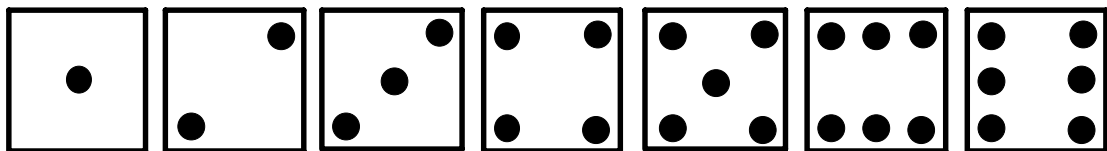
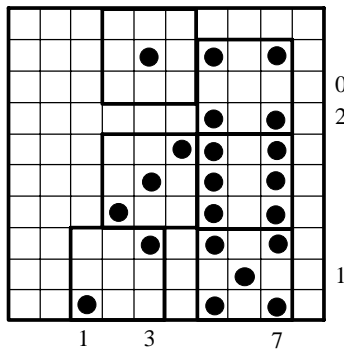
縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

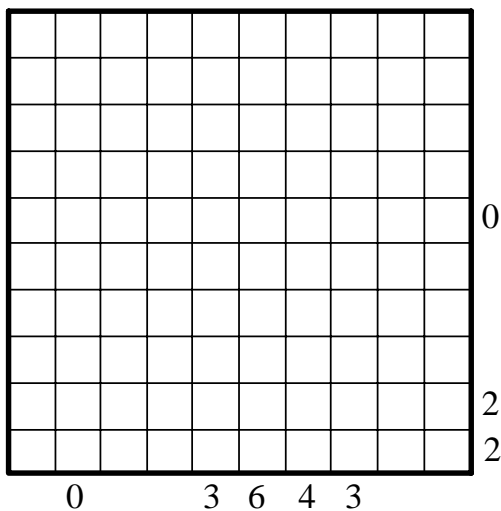
一、若 15 位男孩總共收集了 100 顆胡桃。試證在他們之中有兩位收集了一樣多的胡桃。

二、將六片標示點數 1 至 6 的 3×3 正方形紙片沿格線不重疊地放入 10×10 的方格表中，使得方格表外的數字代表該行或該列的點數和。(6 點的 3×3 正方形紙片可以如下圖旋轉 90 度，其他的不可以旋轉)

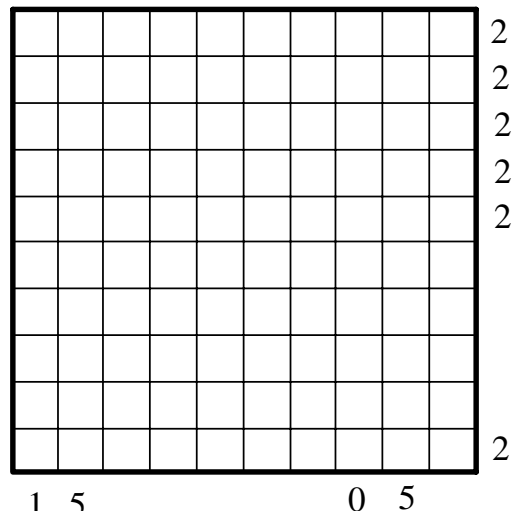
EXAMPLE



1.



2.



三、(a) 將一個正 $4k$ 邊形分割成若干平行四邊形。證明在這些平行四邊形中，至少有 k 個是矩形。

(b) 設(a)中正 $4k$ 邊形的邊長為 a ，試求(a)中所有矩形的總面積。

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

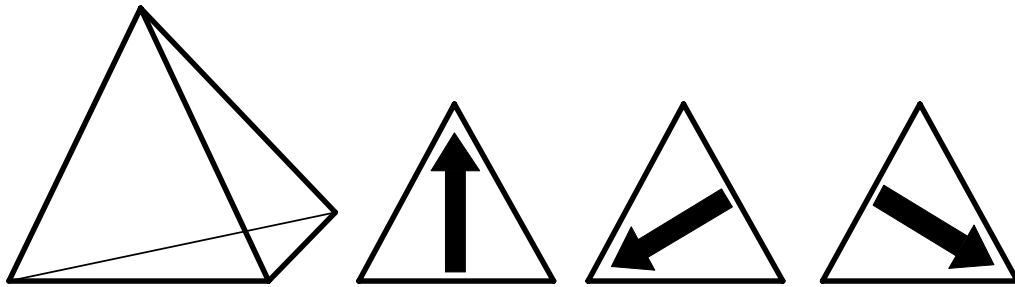
國中組(三)

_____縣市_____國民小學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、學校內自助餐廳的菜單共有 10 種不同的菜色，而且從未更動過。Peter 每天午餐都可選擇若干盤的菜，但是每一盤都不一樣。若他想維持每天午餐的菜色都不同，請問 (a) 在這個原則下，他最多可持續幾天？(b) 在這個原則下，這段期間內他總共吃掉幾盤菜？

二、將正四面體的每一個面標示上箭號，箭號指向該三角形面的其中一個頂點。請問依此方式標示的正四面體共有多少種？(注意：經由旋轉變換所得到另一個正四面體與原正四面體視為同一個，但鏡射變換所得的則視為不同。)



三、考慮正方形 $ABCD$ 中的一點 M 。證明三角形 ABM , BCM , CDM 和 DAM 的中線交點構成一個正方形。

九章數學俱樂部 2002 年度會員入會甄選試題

國中組(四)

_____縣市_____國民中學_____年級 姓名：_____

※ 每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。(每題 40 分)

一、一道由 20 片木板排成的柵欄，已知每一片木板都要漆上單一的藍色，綠色或黃色，而且任意兩個相鄰的木板必須是不同顏色，試問：

(a) 這個柵欄有幾種塗漆方法？

(b) 如果這個柵欄至少有一片木板是漆上藍色，那麼共有幾種塗漆方法？

二、請在方格表內從數字所在的方格上畫上或水平，或垂直的線段，這些線段彼此不相交、不重疊，也不經過填有數字的方格及塗黑的方格。每一個空方格恰巧有一條直線段通過，每一個數字表示從該數字方格上所畫出的直線段所聯結的方格數，這個方格數並不含該數字方格。

		5						6		
				9						
	5					7			3	
4					■			4		
			3							8
							3		■	
	■				9					
		6							2	
6						■		6		
				5						8
			4				3			
	4									8

三、已給數列 $1, 1/2, 1/3, 1/4, \dots$ 。請問是否存在由這個數列的某些項組成的等差數列？

(a) 有 5 項的等差數列；

(b) 多於 5 項的等差數列(如果有，可能有多少項的)。