

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2012 年青少年數學國際城市邀請賽
參賽代表遴選初賽
個人賽試題

_____縣市_____國民中學_____年級 編號:_____ 姓名:_____

性別: 男 女

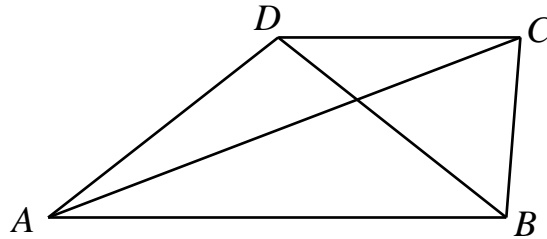
作答時間: 二小時

第一部分: 填充題, 每小題 5 分, 共 60 分

(注意: 請在每題試題後所附空格上作答, 只需填寫答案, 答案若為分數請化為最簡分數)

1. 如果將 7^{2012} 除以 100, 則餘數為_____。

2. 下圖中, $ABCD$ 為一梯形, $DC \parallel AB$ 、 $AD = BD$ 、 $\angle BDC = 50^\circ$ 、 $\angle CBD = 30^\circ$ 、 $\angle ACB = 70^\circ$, 則 $\angle CAD =$ _____。



3. 設 x 為整數, 若 $y = \frac{7x+18}{2x+3}$ 也是整數, 則所有可能的 y 值之和為_____。

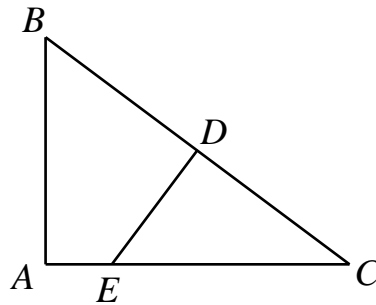
4. 已知數列 b_1, b_2, b_3, \dots 滿足 $b_{n+2} = \frac{b_{n+1}+1}{b_n}$, 其中 $n \geq 1$, 若 $b_1 = 2$ 且 $b_2 = 5$, 則 b_{2012} 的值為_____。

5. A, B, C, D 是某犯罪案件的 4 個嫌疑犯, 警方已掌握並確定以下事實:

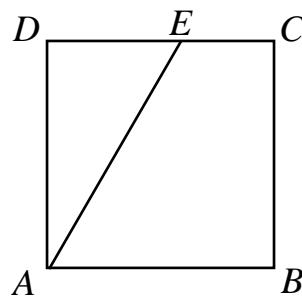
- (1) 他們之中至少有一人犯罪;
- (2) 除上述 4 個嫌疑犯, 沒有其他人參與該犯罪案件;
- (3) A 沒有犯罪;
- (4) 若 C 犯罪, 則他恰有一個同謀共犯;
- (5) 若 B 犯罪, 則他恰有兩個同謀共犯。

則可確定犯罪的人是_____。

6. 已知 $ABCD$ 為一梯形，其中 $AB \parallel CD$ 且 $AB > DC$ ， M 及 N 分別為 AC 及 BD 的中點，若 $AB=30$ ， $MN=6$ ，則 $CD=$ _____。
7. 已知 $\triangle ABC$ 為直角三角形，其中 $\angle CAB=90^\circ$ 、 $AB=24$ 、 $AC=32$ ，將此三角形摺起來，使得頂點 B 和 C 重合，則摺痕 DE 之長為_____。



8. 圖中 $ABCD$ 為一正方形， $EC=7$ 、 $AE=13$ ，則正方形 $ABCD$ 的面積 =_____。



9. 從 0、2、4、6、8 五個數碼中取出三個相異數組成有序三元組 (a, b, c) ，使得一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 有實數根，其中 $a \neq 0$ ，則這樣的有序三元組 (a, b, c) 共有_____組。
10. 已知 a 、 b 、 c 為整數，其中 $b \neq 0$ ，若 $a - b + c = 11$ 且 $b^2 = ac$ ，則滿足這些條件的 a 最大值為_____。
11. 小於 500 的正整數中，其數字碼之和為 6 的共有_____個。
12. 已知 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = \left(\frac{n+2}{2}\right)^3$ ，則

$$\frac{1}{8a_1 - 7} + \frac{1}{8a_4 - 7} + \frac{1}{8a_7 - 7} + \dots + \frac{1}{8a_{100} - 7} = \text{_____}。$$

第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後空白處作答，須詳列過程及說明理由)

1. 設 p 為正質數，試求所有可能的 p 值使二次方程式 $x^2 - 5x = 3p^2 + p + 24$ 有正整數解。

答：_____

2. 直角三角形 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 為直角而 AC 為斜邊，點 P_1, P_2, \dots, P_7 將 AC 邊分為 8 等分，已知 $BP_1^2 + BP_2^2 + \dots + BP_7^2 = 70$ cm，請問 AC 的長度為多少 cm？

答：_____cm

3. 在下面 3×3 的九宮格內，將九個不同的數碼 $1、2、3、4、5、6、7、8、9$ 分別填入不同的小方格中，使得七個三位數 \overline{abc} 、 \overline{def} 、 \overline{ghi} 、 \overline{adg} 、 \overline{beh} 、 \overline{cfi} 和 \overline{aei} 都能被 11 整除。請問三位數 \overline{ceg} 的最大值是什麼？

a	b	c
d	e	f
g	h	i

答：_____