

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# 2015 年青少年數學國際城市邀請賽

## 參賽代表遴選複賽試題

\_\_\_\_\_縣市\_\_\_\_\_國民中學\_\_\_\_\_年級 編號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

作答時間：二小時

性別：男 女

第一部分：填充題，每小題 5 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後所附的空格上填入答案，只需填寫答案。若答案為數值，請用阿拉伯數字；若答案為分數，請化為最簡分數)

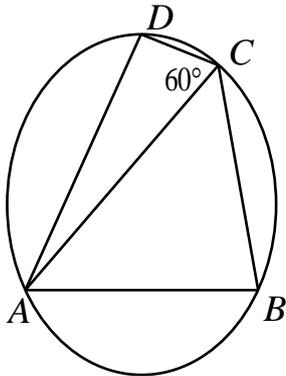
1. 設  $N = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2$ ，則  $N =$ \_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

2. 已知一直角三角形的周長為  $6 + \sqrt{46}$  cm，且斜邊上的中線為 3 cm，則此直角三角形的面積為\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。

答：\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$

3. 在圓內接四邊形  $ABCD$  中，已知  $AB = AD$  且  $AC = 1$  cm、 $\angle ACD = 60^\circ$ ，則四邊形  $ABCD$  的面積為\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ 。



答：\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$

4. 若  $n$  為正整數，使得  $2^8 + 2^n$  是一個正整數的完全平方數，則  $n =$ \_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

5. 已知  $\triangle ABC$  為鈍角三角形，且其三個內角度數都是正整數，若將三個內角由小至大排列後都相同的三角形視為同一個三角形，則三個內角度數都是質數的  $\triangle ABC$  共有\_\_\_\_\_個。

答：\_\_\_\_\_ 個

6. 若  $\frac{x}{2y} = \frac{6y}{2x-5y} = \frac{3x-20y}{-x}$ ，則  $\frac{3x^2 - 8xy + 4y^2}{x^2 - 2xy - 4y^2}$  的值為\_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

7. 設  $k$  為任意正整數，若方程式  $x^2 - (4k - 1)x + (2k - 5) = 0$  最多可以有  $m$  個整數根，則  $m =$ \_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

8. 若存在正整數  $k$  與  $n$  使得  $1 + 2 + 3 + \dots + n = 2^k + 2^{k+1} + 2^{k+2} + \dots + 2^{k+99}$ ，則  $n$  的最小值為\_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

9. 設  $A$ 、 $B$  為圓  $O$  上的兩點，且點  $C$  在  $\overline{AB}$  射線上且位於圓外的一點。已知  $AB = 24$  cm、 $BC = 28$  cm、 $OA = 15$  cm，則  $OC =$ \_\_\_\_\_ cm。

答：\_\_\_\_\_ cm

10. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為正整數，且滿足  $a > b > c$ 。若  $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1} + \frac{1}{c-1} = 1$ ，則  $a + 2b + 3c$  之值為\_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

11. 有一支部隊以固定隊形與勻速前進，該隊伍長度為 50 m。在部隊的最尾端的有一位傳令兵奉命送一訊息至隊伍的最前端，然後立即返回隊伍的最尾端。已知該傳令兵以勻速來回，且在來回的期間內此隊伍共前進了 100 m。則該傳令兵在來回的期間內共行走了\_\_\_\_\_ m。  
(註：所謂勻速就是保持固定速度行進)

答：\_\_\_\_\_ m

12. 已知  $a$ 、 $b$  為正整數，滿足  $104 \leq a + b \leq 108$  且滿足  $0.91 < \frac{a}{b} < 0.92$ 。

則  $2a + b =$ \_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：在試卷上作答，須詳列過程及說明理由)

1. 從 1、2、3、 $\dots$ 、2015 共 2015 個正整數中，請問最多能取出多少個數使得這些取出來的正整數中，任意三個數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  ( $a < b < c$ ) 都滿足  $ab \neq c$ ？

答：\_\_\_\_\_ 個

2. 在等腰直角三角形  $ABC$  中，已知  $AB = 4\sqrt{3}$  cm,  $\angle BAC = 90^\circ$  且點  $E$  為  $AC$  的中點、點  $F$  在  $BC$  上。若  $FE \perp BE$ ，請問  $\triangle CEF$  的面積為多少  $\text{cm}^2$ ？

答：\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$

3. 已知  $a=2+\sqrt{3}$ 、 $b=2-\sqrt{3}$ ，設  $M=a^{2015}+b^{2015}$  且  $M$  是一個正整數，請問正整數  $M$  的個位數碼是什麼？

答：\_\_\_\_\_