

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# 2016 年青少年數學國際城市邀請賽

## 參賽代表遴選複賽個人賽試題

\_\_\_\_\_縣市\_\_\_\_\_國民中學\_\_\_\_\_年級 編號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

作答時間：二小時

性別：男 女

第一部分：填充題，每小題 5 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後所附的空格上填入答案，只需填寫答案。若答案為數值，請用阿拉伯數字；若答案為分數，請化為最簡分數)

1. 小明買了 6 支筆與 3 本筆記本，小華買了 3 支筆與 6 本筆記本，他們買的筆與筆記本款式都相同，付款時小明發現自己比小華多花了 6 元。則筆的售價比筆記本的售價貴\_\_\_\_\_元。

答：\_\_\_\_\_元

2. 將 2016 的所有因數從大到小排成一列，設 2016 的第三個因數為  $F_3$ ，第四個因數為  $F_4$ ，則  $F_3 - F_4 =$ \_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

3. 若  $r = 3x + 2y$ 、 $s = xy - x - y$ ，請問  $xr + ys$  等於下面哪一項？

(A)  $x^2y - x^2 + 2xy + 2y^2$  (B)  $xy^2 + 3x^2 + xy - y^2$  (C)  $x^2y + 2x^2 + xy$   
(D)  $xy^2 + 2x^2 + 2xy$  (E)  $x^2y^2 + x + y$

答：\_\_\_\_\_

4. 設  $n$  為正整數，方程式  $x^2 + (2n+1)x + n^2 = 0$  的兩根為  $\alpha_n$ 、 $\beta_n$ ，則

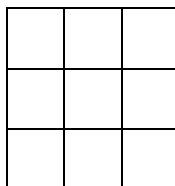
$\frac{1}{(\alpha_3+1)(\beta_3+1)} + \frac{1}{(\alpha_4+1)(\beta_4+1)} + \cdots + \frac{1}{(\alpha_{20}+1)(\beta_{20}+1)}$  的值等於\_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

5. 某社團共有 1082 位會員，他們要互選推出最高票的 14 個人代表社團參加國際會議。假設每人只能投一票且在沒有廢票的情形下，則至少要得\_\_\_\_\_張票才能保證當選此社團的代表。

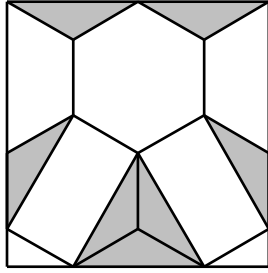
答：\_\_\_\_\_張

6. 在  $3 \times 3$  的方格中選取 3 個方格分別塗黑、藍、紅三種顏色，每種顏色各塗一格，要求這三個方格中任意兩個方格不在同行也不在同列。則總共有\_\_\_\_\_種不同的塗色方法。



答：\_\_\_\_\_種

7. 一塊磁磚的圖案如圖所示。已知圖中每個正六邊形的邊長為 1 cm，則圖中所有塗上陰影部分的總面積為\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>。

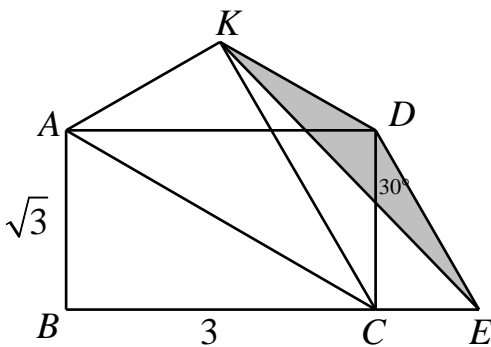


答：\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>

8. 已知  $P$  為大於 3 的任意奇質數。若  $a$  為正整數且能整除  $P^2 + 695$ ，則  $a$  的最大值為\_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

9. 在一個長為 3 cm，寬為  $\sqrt{3}$  cm 的矩形  $ABCD$  的  $BC$  邊延長線上取一點  $E$ ，使得  $\angle CDE = 30^\circ$ ，將點  $B$  沿著對角線  $AC$  翻摺後與  $K$  點重合，如圖所示，則三角形  $KDE$  的面積為\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>。



答：\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>

10. 在算式  $((10 \square 2) \square 2) \square 2 \square 2$  的四個  $\square$  中填入加、減、乘、除四個運算符號（每個符號都恰只使用一次），則可以得到\_\_\_\_\_個不同的值。

答：\_\_\_\_\_個

11. 三角形  $ABC$  的面積為  $120 \text{ cm}^2$ ， $BC$  邊的長為 16 cm，則三角形  $ABC$  周長的最小值是\_\_\_\_\_cm。

答：\_\_\_\_\_cm

12. 已知實數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  滿足  $(a+2)(b+2)(c+2) = 53$ 、 $(a+1)(b+1)(c+1) = 16$ 、 $abc = 1$ ，則  $(a-1)(b-1)(c-1)$  的值是\_\_\_\_\_。

答：\_\_\_\_\_

第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後空白處作答，須詳列過程及說明理由)

1. 設  $n = \overline{abcd}$  為四位數，其中  $a、b、c、d$  為四個相異的數碼，且  $a \neq 0$ 。  
若  $n$  為 180 的倍數，請問滿足這些條件的  $n$  共有多少個？

答：

2. 圖 1 為一個  $6 \times 6$  的方格表，圖 2 為一個 L-形四方塊，它是由四個邊長為 1 的小正方形組成的。將方格表的某些小方格塗上黑色，使得 L-形四方塊沿著格線無論如何放入方格表內都至少會蓋住一個黑色的小方格，L-形四方塊可以旋轉或翻轉。請問至少要將幾個小方格塗黑？請找出一種滿足答案之塗法 (在下圖中將滿足你答案的小方格塗黑)。

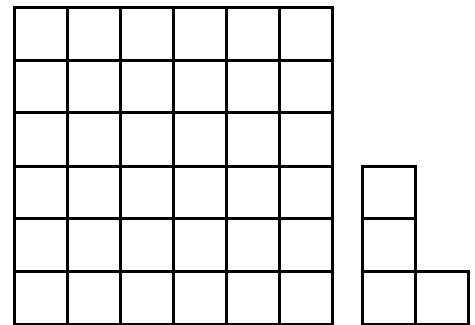
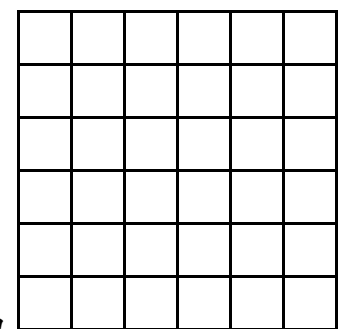


圖 1

圖 2



答：至少要將 \_\_\_\_\_ 個小方格塗黑，塗法為 \_\_\_\_\_

3. 在三角形  $ABC$  中，點  $P$ 、 $Q$  在  $\angle BAC$  的外角平分線上且在直線  $AB$  的異側，使得  $BP \parallel CQ$ ，點  $D$  在  $BC$  上使得  $DP = DQ$ 。請證明  $AB \parallel DQ$ 。

