

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2017 年青少年數學國際城市邀請賽

參賽代表遴選初賽個人賽試題

_____縣市_____國民中學_____年級 編號：_____ 姓名：_____

作答時間：二小時

性別：男 女

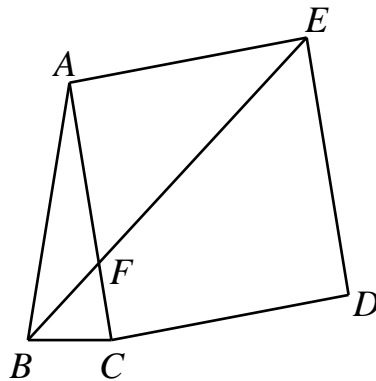
第一部分：填充題，每小題 5 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後所附的空格上填入答案，只需填寫答案。若答案為數值，請用阿拉伯數字；若答案為分數，請化為最簡分數)

1. 在 19、20、21、22、23 這五個數中，共有_____個數可以表示成兩個質數之和。

答：_____個

2. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ 、 $\angle ACB = 80^\circ$ 。以 AC 為邊向外側作正方形 $ACDE$ ，連接 BE 與 AC 相交於點 F ，如圖所示。則 $\angle BFC$ 等於_____度。



答：_____

3. 小虎與小亮都要郵寄一件包裹，郵局的收費標準為：不超出 10 kg 的包裹每 kg 的運費為 6 元，超出 10 kg 的部分每 kg 平均運費略低一些。若小虎郵寄的包裹比小亮郵寄的包裹重 20%，兩人的運費分別為 92 元、80 元，則超出 10 kg 部分比 10 kg 以內每 kg 的平均運費低了_____元。

答：_____元

4. 已知 $A = 3x^2 + 3x$ 、 $B = -x^2 + x + 5$ 、 $C = x^2 + x - 1$ 。將

$$4A - (B - 2(2B - 3C) + 2A) - 2B$$

的結果合併同類項並按 x 作降冪排列後，所得到的多項式為_____。

答：_____

5. 小華的書架上放有文學書、數學書、歷史書與科普書。其中數學書的冊數是文學書的 5 倍、科普書的冊數是歷史書的 4 倍。在 21、23、26、29、30 這五個數中，共有_____個數不可能是書架上書的總冊數。

答：_____個

6. 將數 1、2、3、4 分別填入 4×4 方格表的小方格內，使得每一行、每一列上的四個數都不相同。如下圖所示，已在方格表的部分小方格內填入數，則圖中 A、B 位置上的數之和是_____。

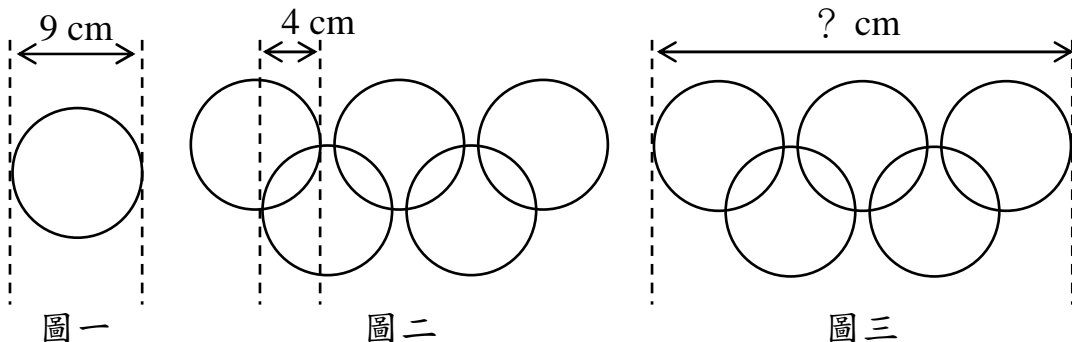
	A	4	
B		1	
1	2	3	4
3	4	2	1

答：_____

7. 一個三角形的兩條邊之長度分別是 6 cm 與 13 cm，已知第三條邊的長度也是整數 cm，則這個三角形的周長最小可能是_____cm。

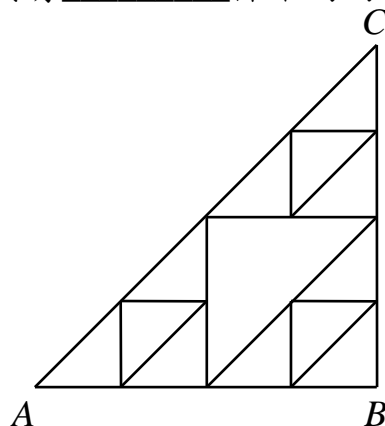
答：_____ cm

8. 下圖三是一個奧運五環的圖案，圖一顯示每一個圓的直徑為 9 cm，圖二顯示兩條都與圓相切的虛線之間的距離為 4 cm，則圖三顯示此奧運五環從左到右的總長度為_____cm。



答：_____ cm

9. 下圖是由一些等腰直角三角形拼成的圖形，若一隻螞蟻欲沿著三角形的邊從 A 點爬到 C 點，規定在爬行的過程中只能向右方、上方或者斜右上方爬行。則這隻螞蟻總共有_____條不同的爬行路徑。



答：_____ 條

10. 在 1 到 1000 這 1000 個正整數中，總共有_____個正整數 n 使得 $n^3 + n^2 + n$ 之值是 8 的倍數？

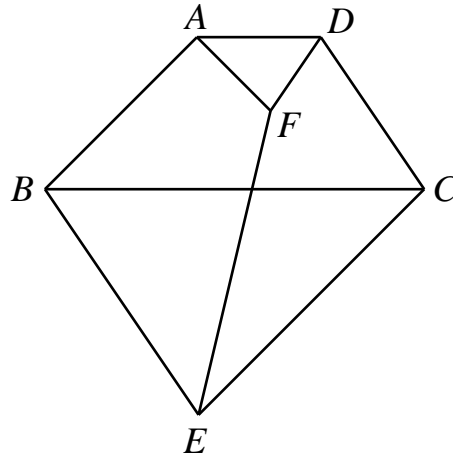
答：_____ 個

11. 已知 $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2$ ，其中 a 、 b 、 c 為非零實數，則

$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$ 的值是_____。

答：_____

12. 在梯形 $ABCD$ 中，已知 $AD \parallel BC$ 。過 B 且平行於 CD 的直線與過 C 且平行於 AB 的直線交於點 E ，點 F 為 $ABCD$ 內部的點使得 $\angle FAD = \angle ABC$ 、 $\angle FDA = \angle DCB$ ，如下圖所示。



若四邊形 $ABEF$ 的面積為 20 cm^2 、並且四邊形 $DCEF$ 的面積為 16 cm^2 ，則梯形 $ABCD$ 的面積為_____ cm^2 ？

答：_____ cm^2

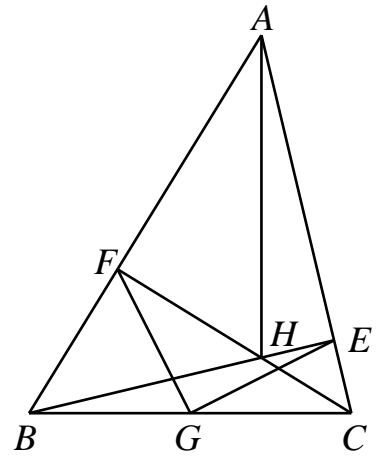
第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後空白處作答，須詳列過程及說明理由)

1. 在一個四位數中，若恰好出現 2、0、1、7 這四個數碼中的三個(重複出現的數碼只算一個)，則稱這個四位數是一個「好數」。例如，8712 與 7200 都是「好數」，而 2017 與 7175 都不是「好數」。請問在所有的四位數中總共有多少個「好數」？

答：_____ 個

2. 在 $\triangle ABC$ 中，點 G 是 BC 的中點， $BE \perp AC$ 、 $CF \perp AB$ ， BE 與 CF 相交於點 H ，如圖所示。已知 $\angle EGF = 90^\circ$ ，請證明 $AH = BC$ 。



3. 若 k 為整數且 $k > 1$ ，已知不定方程 $x^2 + (x+k)^2 = y^2$ 有滿足 x 、 y 互質的正整數解 (x, y) ，請問正整數 k 之最小值是什麼？

答：
