

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

2018 年青少年數學國際城市邀請賽

參賽代表遴選決賽試題

_____縣市_____國民中學_____年級 編號：_____ 姓名：_____

作答時間：二小時

性別：男 女

第一部分：填充題，每小題 5 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後所附的空格上填入答案，只需填寫答案。若答案為數值，請用阿拉伯數字；若答案為分數，請化為最簡分數)

1. 有 2018 個算式：

$$(1000-1)^1, (1000-2)^2, \dots, (1000-2018)^{2018}。$$

在這些算式的數值中總共有_____個值是負數。

答：_____個

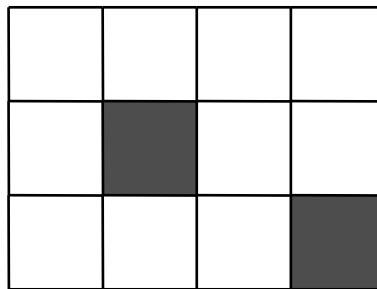
2. 小傑在算 $1+2+\dots+n$ 的和時，將 1 至 n 當中的一個數 a 多加了一次，最後得到的答案為 2018，則 a 之值為_____。

答：_____

3. 已知 \overline{abcd} 是一個四位數，且數碼 a, d 都不是 0。若 \overline{abcd} 與 \overline{dcba} 之和的末兩位數為 58，則 \overline{abcd} 的最大值是_____。

答：_____

4. 有 12 個大小相同的小正方形拼成一個矩形，其中 10 個為白色、2 個為黑色，如下圖所示。則至少要再加入_____個同樣大小且僅為白色的小正方形才能使得所得到的圖形是中心對稱的圖案。



答：_____個

5. 已知 x 是整數且 $\sqrt{2017-99\sqrt{x}}$ 也是整數，則 x 的值是_____。

答：_____

6. 將 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{100}$ 等一百個數分成若干組，使得每組內的所有數之和都不超過 10。則至少要分成_____組。

答：_____組

7. 有五個正整數排成一列，從第二個數起，每一個數都不小於前一個的兩倍。若已知這五個數之和是 2018，則最後一個數的最小可能值是_____。

答：_____

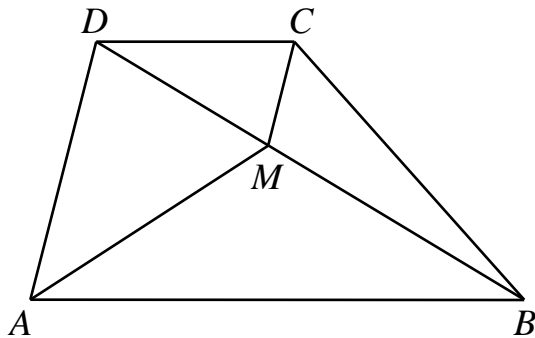
8. 某交通分隊每天都安排分隊裡的四位義交同時到某路口指揮交通。經過 35 天後，該分隊的任兩位義交都曾經同時到此路口指揮交通恰兩次。此交通分隊總共有_____位義交。

答：_____位

9. 猜拳比賽為單循環賽，即每一位參賽者都被安排與其他每一位參賽者猜拳一次，但小華因為遲到而只能與若干位參賽者猜拳。如果在該猜拳比賽中沒有其他參賽者遲到且全部參賽者猜拳的總次數為 1009 次，則在該比賽中共有_____位參賽者沒有跟小華猜拳。

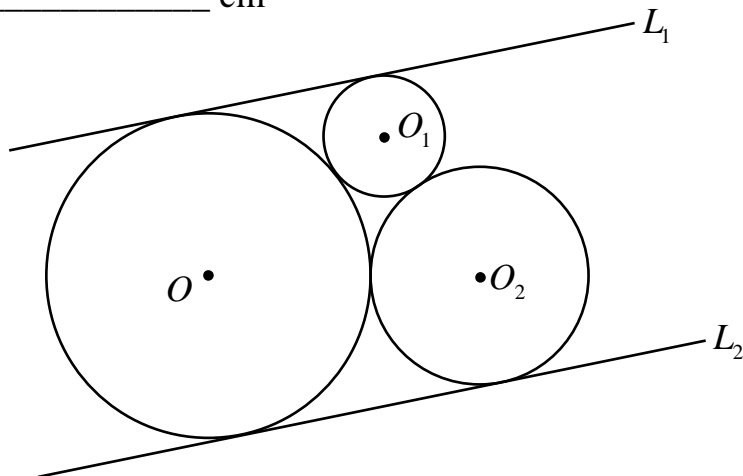
答：_____位

10. 在梯形 $ABCD$ 中，已知 $AB \parallel CD$ 。在 BD 上有一點 M 使得 $CM \parallel AD$ ，如圖所示。若四邊形 $AMCD$ 的面積為 168 cm^2 、 $ABCD$ 的面積為 420 cm^2 ，則三角形 ABM 的面積為_____ cm^2 。



答：_____ cm^2

11. 圓 O_1 與圓 O 外切、圓 O_2 與圓 O 外切、圓 O_1 與圓 O_2 外切，而直線 L_1 為圓 O 與圓 O_1 的公切線、直線 L_2 為圓 O 與圓 O_2 的公切線，如圖所示。已知 L_1 與 L_2 平行，且圓 O 的半徑為 6 cm、圓 O_2 的半徑為 4 cm，則圓 O_1 的半徑為_____ cm。



答：_____ cm

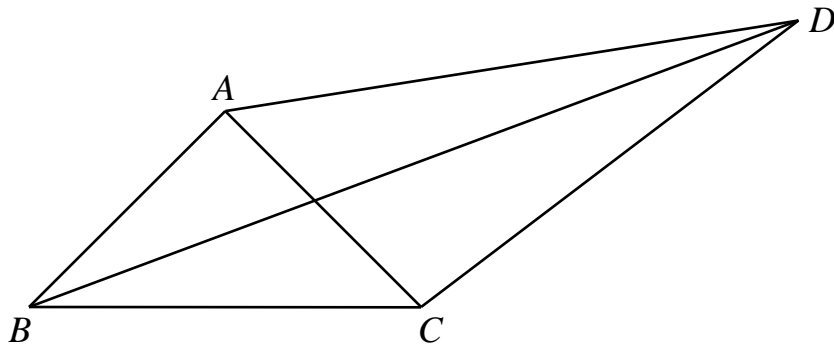
12. 已知 a 為小於 1000 的正整數。若 $a^3 + 95$ 為 96 的倍數，令滿足上述條件的 a 所有可能值之和為 S ，則 S 之值為_____。

答：_____

第二部分：計算證明，每題 20 分，共 60 分

(注意：請在每題試題後空白處作答，須詳列過程及說明理由)

1. 在等腰直角三角形 ABC 中， $AB = AC$ ，如下圖所示。平面上一點 D 滿足 $BD = \sqrt{2}AD$ ，請證明 $\angle ADC + \angle BDC = 45^\circ$ 。



2. 已知 a 、 b 、 c 、 d 是正整數，使得 $\frac{b}{a}$ 、 $\frac{c}{b}$ 、 $\frac{d}{c}$ 都是最簡分數，且 $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c}$ 的值也是整數。請證明 $d \geq a - 1$ 。

3. 有 6 條橫列、4 條直行的方格表裡有 24 個白色單位小方格，現欲將其中 12 個小方格塗上綠色使得每一條橫列都有 2 個綠色小方格、每一條直行都有 3 個綠色小方格。則共有 _____ 種不同的塗色方法。

答： _____ 種