2013 小學數學競賽選拔賽複賽試題

第 一 試：應 用 題（考試時間 90 分鐘）

◎ 請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 10 分，共 120 分

1. 小丁在 16 歲生日的那天(年齡為 16 歲)向爸爸要求購買一輛摩托車作為生日禮物。爸爸回答說：「不行，等我的年齡是你的三倍時，我才會買給你。」爸爸現年 52 歲，請問再過幾年小丁才可能得到爸爸買給他的摩托車？

【解 1】

可知小丁現年 16 歲，他今年年紀的 3 倍為 $16 \times 3 = 48$ 歲，比爸爸現年 52 歲還少了 4 歲。而每過 1 年，小丁年紀的 3 倍會增加 3，而爸爸的年紀增加 1，故可知每過 1 年，爸爸的年紀與小丁年紀的 3 倍之差會減少 2，故可進一步推知需再過 $4 \div 2 = 2$ 年，這個差便會歸 0，即爸爸的年紀是小丁年紀的 3 倍。

【解 2】

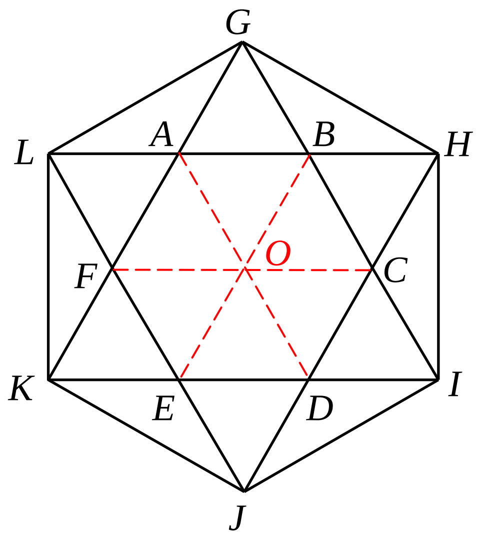
爸爸的年紀與小丁年紀相差 $52-16=36$ 歲，經過若干年後爸爸的年紀是小丁年紀的三倍，其差為二倍，則可得知當時小丁年紀為 $36\div2=18$，即再過 2 年。

【解 3】

假設需再過了 a 年，則可得知 $52 + a = 3(16 + a) = 48 + 3a$，所以可得 $a=2$。

ANS：2 年

2. 在正六邊形 $ABCDEF$ 上，在每一條邊上往外作正三角形後，依次連結 G、H、I、J、K、L 而得到一個大的六邊形 $GHIJKL$，如圖所示。若正六邊形 $ABCDEF$ 的面積為 36 cm^2，請問大六邊形 $GHIJKL$ 的面積為多少 cm^2？



【解 1】

因六邊形 $ABCDEF$ 為正六邊形且△GAB 為以 AB 為邊長的正三角形，故知正六邊形 $ABCDEF$ 的面積為 6 倍的△GAB 的面積。

而再由六邊形 $ABCDEF$ 為正六邊形知 $AB = AF$，即可得知 $AB = AL$，故△GAL 的面積與△GAB 的面積相等，即△GAB 的面積為 2 倍的△GAB 的面積。據此，可推知大六邊形 $GHIJKL$ 的面積是 $2 \times 6 + 6 = 18$ 倍的△GAB 的面積，因此大六邊形 $GHIJKL$ 的面積是正六邊形 $ABCDEF$ 的面積的 3 倍，即 108 cm^2。

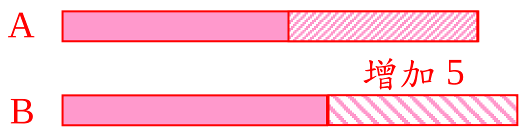
【解 2】連接 AD、BE、CF。因 $ABCDEF$ 為正六邊形，故這三條對角線會交於同一點 O，而此點即為正六邊形的中心，且可推知每一個小三角形的面積都相等。故可得知正六邊形 $ABCDEF$ 的面積為 6 倍的△OAB 的面積、即△OAB 的面積為 $36\div6=6$ cm^2。正六邊形 $GHIJKL$ 的面積等於△OAB 面積的 18 倍，因此大六邊形 $GHIJKL$ 的面積等於 $6\times18=108$ cm^2。

ANS：108 cm^2

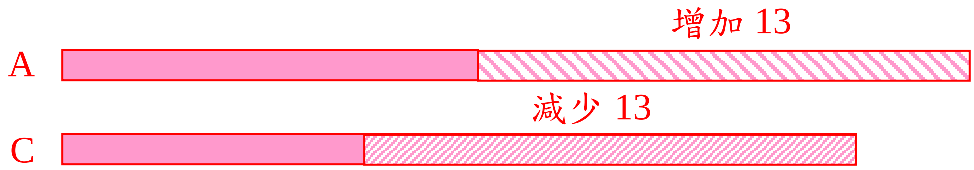
3. A 對 B 說:「如果我以 6 隻豬與您交換 1 匹馬,則您的牲畜數量是我的 2 倍。」
C 對 A 說:「如果我以 14 隻羊與您交換 1 匹馬,則您的牲畜數量是我的 3 倍。」
B 對 C 說:「如果我以 4 隻牛與您交換 1 匹馬,則您的牲畜數量是我的 6 倍。」
請問 A、B、C 三人共有多少隻牲畜?

【解 1】

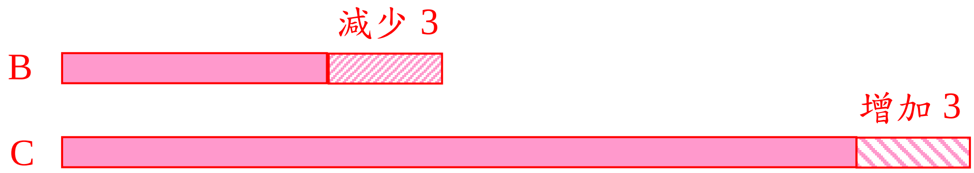
因 A 若以 6 隻豬與 B 交換 1 匹馬,則知 A 的牲畜減少 5 隻、B 的牲畜增加 5 隻,此時可得以下圖示:



若令 A 的牲畜數為 a,則可以推知 B 的牲畜數為 $2(a-5)-5=2a-15$;
因 C 若以 14 隻羊與 A 交換 1 匹馬,則知 A 的牲畜增加 13 隻、C 的牲畜減少 13 隻,此時可得以下圖示:



若令 A 的牲畜數為 a,則可以推知 C 的牲畜數為 $\dfrac{a+13}{3}+13=\dfrac{a+52}{3}$;
因 B 若以 4 隻牛與 C 交換 1 匹馬,則知 B 的牲畜減 3 隻、C 的牲畜增加 3 隻,此時可得以下圖示:



若令 A 的牲畜數為 a,則可以推知 B、C 的牲畜數之間的關係式為

$$6((2a-15)-3)=\frac{a+52}{3}+3$$
$$3(12a-108)=a+61$$
$$a=11$$

所以 A 有 11 隻牲畜、B 有 $2\times 11-15=7$ 隻牲畜、C 有 $\dfrac{11+52}{3}=21$ 隻牲畜,合計共有 $11+7+21=39$ 隻。

【解 2】

可令 A、B 交換後 A 有 x 隻牲畜、B 有 $2x$ 隻牲畜,則知 A 原有 $x-1+6=x+5$ 隻牲畜、B 原有 $2x-6+1=2x-5$ 隻牲畜,此時便可知:

(i) A、C 交換後 A 有 $(x+5)-1+14=x+18$ 隻牲畜,故此時 C 有 $\dfrac{x+18}{3}$ 隻牲畜,

所以 C 原有 $(\frac{x+18}{3})-1+14=\frac{x+57}{3}$ 隻牲畜；

(ii) B、C 交換後 B 有 $(2x-5)-4+1=2x-8$ 隻牲畜，故此時 C 有 $12x-48$ 隻牲畜，所以 C 原有 $(12x-48)-4+1=12x-51$ 隻牲畜。

由以上可推知 $\frac{x+57}{3}=12x-51$，解之可得 $x=6$。因此 A 原有 $6+5=11$ 隻牲畜、B 原有 6×2－5=7 隻牲畜、C 原有 6×12－51=21 隻牲畜，共有 $11+7+21=39$ 隻。

ANS：39 隻

4. 彩虹國的幣制非常奇怪，它的 1 枚紅幣等於 7 美元、它的 1 枚橙幣等於 7 個紅幣、它的 1 枚黃幣等於 7 枚橙幣、它的 1 枚綠幣等於 7 枚黃幣、它的 1 枚藍幣等於 7 枚綠幣、它的 1 枚靛幣等於 7 枚藍幣、它的 1 枚紫幣等於 7 枚靛幣。有一個人以 840000 美元全部兌換成彩虹國的貨幣，但錢幣的總枚數要求最少。請問他所換的錢幣中，共有多少枚藍幣？

【解】

可知 1 枚紅幣等於 7 美元、1 枚橙幣等於 7^2 美元、1 枚黃幣等於 7^3 美元、1 枚綠幣等於 7^4 美元、1 枚藍幣等於 7^5 美元、1 枚靛幣等於 7^6 美元、1 枚紫幣等於 7^7 美元。可判斷出要錢幣個數要愈少，則幣值較大的要兌換愈多愈好。

因 $840000=7\times120000$，故知 840000 美元可全部兌換成 120000 枚紅幣；

因 $120000=7\times17142+6$，故知 120000 枚紅幣最多可兌換 17142 枚橙幣而剩下 6 個紅幣；

因 $17142=7\times2448+6$，故知 17142 枚橙幣最多可兌換 2448 枚黃幣而剩下 6 枚橙幣；

因 $2448=7\times349+5$，故知 2448 枚黃幣最多可兌換 349 枚綠幣而剩下 5 枚黃幣；

因 $349=7\times49+6$，故知 349 枚綠幣最多可兌換 49 枚藍幣而剩下 6 枚綠幣；

因 $49=7\times7$，故知 49 枚藍幣最多可兌換 7 枚靛幣而沒有剩下藍幣；

因 $7=7\times1$，故知 7 枚靛幣最多可兌換 1 枚紫幣而沒有剩下靛幣；

因此 840000 美元兌換出的彩虹國貨幣，最少為 $1+0+0+6+5+6+6=24$ 枚，其中並沒有藍幣。

【註】以上結論也可利用如圖所示的方式(七進制)推得

7 | 840000
7 | 120000
7 | 17142……6 ⇐ 紅幣數
7 | 2448……6 ⇐ 橙幣數
7 | 349……5 ⇐ 黃幣數
7 | 49……6 ⇐ 綠幣數
7 | 7……0 ⇐ 藍幣數
1……0 ⇐ 靛幣數
⇑
紫幣數

ANS：0 枚

5. 將大小相同的圓球堆成類似正四角錐的尖塔，最下層由 10 × 10 顆球組成，最上層只有 1 顆球。請問此尖塔總共有多少顆圓球？

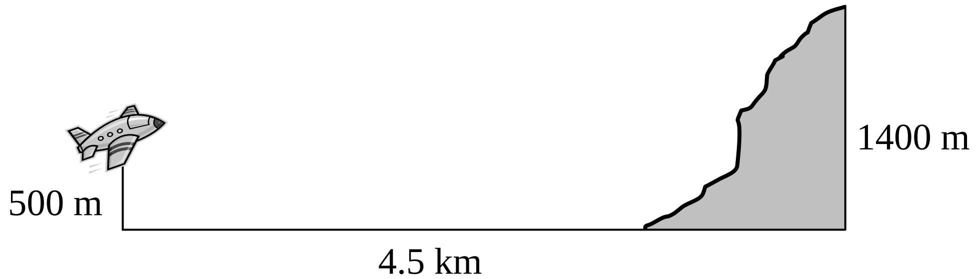
【解】

此尖塔每一層的球的每行每列的球數都比下一層少 1 顆，因此這一個尖塔共有 $10\times10+9\times9+8\times8+7\times7+6\times6+5\times5+4\times4+3\times3+2\times2+1=100+81+64+49+36+25+16+9+4+1=385$ 顆圓球。

【註】$1^2+2^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$。當 n=10 時，$\dfrac{10\times11\times21}{6}=385$。

ANS：385 顆

6. 一架無人偵察機已升空至離地 500 m 的高度，在它 4.5 km 外有一座高度為 1400 m 的高山。若這一架偵察機的垂直分速恆為 60 km/h，則這架偵察機要成功飛越這一座高山，請問它的水平分速至多為多少 km/h？

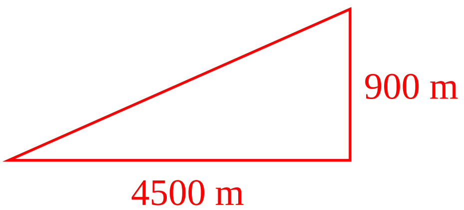


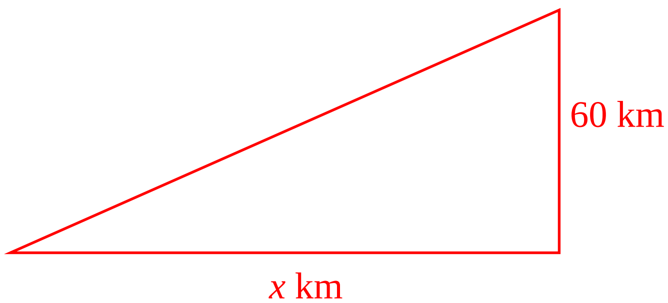
【解 1】

因這一架偵察機仍須升高 1400－500 = 900 m=0.9 km 才能越過這一座山，至少需耗時 $\dfrac{0.9}{60}=0.015$ 小時，故知需至少在 0.015 小時內飛過 4.5 km，故其水平分速需至多為 $\dfrac{4.5}{0.015}=300$ km/h。

【解 2】

可知這架偵察機在飛行 4500 的距離內至少要上升 900 m，此時可視為下左圖所示的情況。當這架偵察機的垂直分速為垂直分速為 60 km/h 時，若它的水平分速為 x km/h，則其情況可用下右圖表示。





這兩個三角形必須相似，則這架偵察機才能正好飛越這座山，因此它的水平分速必須至多為 $\dfrac{4500}{900}\times60=300$ km/h。

ANS：300 km/h

7.　請問從 100 到 2013 之間的數裡，共有多少個數含有數碼 7？

【解 1】

先觀察 100 至 199 的數中，共有 107、117、127、137、147、157、167、170 至 179、187、197 共 19 個數有數碼 7，因此可推知 100 至 699、800 至 1699 與 1800 至 1999 之間，共有 $19\times17=323$ 個數有數碼 7。而百位數為 7 的數有 700 至 799 與 1700 至 1799 之間共計 200 個，另外 2000 至 2013 間，僅有 2007 一個數有數碼 7，因此合計共 $323+200+1=524$ 個。

【解 2】

可知從 100 到 2013 之間的正整數共有 2013－99=1914 個，其中完全沒有 7 的正整數個數可利用以下方式來考慮：

在 100 到 999 之間，因首位數不可為 0 與 7，故首位數有 8 種選擇，而其餘的位數不可為 7，故有 9 種選擇。故完全沒有 7 的正整數共有 8×9×9=648 個。

在 1000 到 1999 之間，因第二、三、四位數不可為 7，故有 9 種選擇。故完全沒有 7 的正整數共有 9×9×9=729 個。

在 2000 到 2013 之間，僅有 2007 這一個數有數碼 7，故完全沒有 7 的正整數共有 13 個。

所以共有 1914－648－729－13=524 個數的各位數碼中至少有一個數碼是 7。

ANS：524 個

8.　若正整數 N 有 20 個正因數而 $2N$ 有 25 個正因數，請問 $15625\times N$ 的乘積中末尾有多少個 0？

【解】

若 2 不是 N 的因數，則 $2N$ 的正因數個數應為 N 的正因數個數的 2 倍；但 25 不為 20 的 2 倍，因此 2 是 N 的因數，故可推知，若令在 N 的因數分解式中，2 的指數是 a，則 $a+1$ 是 20 的因數而 $a+2$ 是 25 的因數，即 $\dfrac{a+2}{a+1}=\dfrac{25}{20}=\dfrac{5}{4}$，可得 $4a+8=5a+5$，故 $a=3$。因 $15625=5^6$，故知 $15625\times N$ 的乘積中末尾有 3 個 0。

ANS：3 個

9.　有一家餐廳的老闆一時興起，對在座用餐的 25 位顧客宣布：在座的每一對夫妻贈送 1260 元折價券，其它的每位單身的女性贈送 300 元折價券、每位單身的男性贈送 180 元折價券。最後老闆恰好送出 12000 元折價券。請問當時此餐廳內的顧客共有多少對夫妻？

【解】

因為老闆贈送每一對夫妻 1260 元折價券，且恰好送出 12000 元折價券，故可由 $1260\times9<12000<1260\times10$ 知至多僅可以有 9 對夫妻；

而若 25 位顧客全都是單身女性，則至多送出 $300\times25=7500$ 元折價券，但老闆最後送出 12000 元折價券，尚少送出 12000－7500=4500 元，故知至少有一對顧客是夫妻。餐廳內每多出一對夫妻，老闆就要多送出 $1260-300\times2=660$ 元折價券，因此由 $660\times6<4500<660\times7$ 知至少有 7 對夫妻；

若恰有 9 對夫妻，則知剩下的 7 位顧客都是單身男性或女性，且老闆送給這 7

位顧客共 12000－1260 × 9 = 660 元折價券。但因老闆對 7 位顧客至少送出折價券 180 × 7 > 660 元，故不合。

若恰有 8 對夫妻，則知剩下的 9 位顧客都是單身男性或女性，且老闆送給這 9 位顧客共 12000－1260 × 8 = 1920 元折價券。若這 9 位顧客都是單身女性，則老闆應送出 300 × 9 = 2700 元折價券，比實際送出的折價券多了 2700－1920 = 780 元，這是因為其中有幾位男性顧客在假設中被視為女性所產生的誤差，因此單身男性顧客有 $\dfrac{780}{300-180}=\dfrac{13}{2}$ 位，不為正整數，故不合。

若恰有 7 對夫妻，則知剩下的 11 位顧客都是單身男性或女性，且老闆送給這 11 位顧客共 12000－1260 × 7 = 3180 元折價券。若這 11 位顧客都是單身女性，則老闆應送出 300 × 11 = 3300 元折價券，比實際送出的折價券多了 3300－3180 = 120 元，這是因為其中有幾位男性顧客在假設中被視為女性所產生的誤差，因此單身男性顧客有 $\dfrac{120}{300-180}$=1 位、單身女性顧客有 11－1=10 位。

ANS：7 對

10. 有一個正整數 n，它的數碼和與 $n+1$ 的數碼和都可被 7 整除。請問滿足上述條件最小的 n 值是什麼？

【解】

對於正整數 n 的個位數是從 0 依序到 8 之間的情形下，$n+1$ 之數碼和為增加 1，因此若正整數 n 與 $n+1$ 的數碼和都可被 7 整除，即可推知僅發生在 n 的個位數為 9、$n+1$ 的個位數為 0 時。故可令 $n=\overline{A9}$，其中 $A+1$ 的數碼和可被 7 整除、A 的數碼和加 9 可被 7 整除。

若正整數 A 的個位數是從 0 依序到 8 之間的情形下，因 $A+1$ 的數碼和為 A 的數碼和加 1，故由 $A+1$ 的數碼和可被 7 整除知 A 的數碼和被 7 除時餘數為 6，但由 A 的數碼和加 9 可被 7 整除知 A 的數碼和被 7 除時餘數為 5，矛盾，因此正整數 A 的個位數為 9。故可令 $n=\overline{A9}=\overline{B99}$，其中 $B+1$ 的數碼和可被 7 整除、B 的數碼和加 18 可被 7 整除。

若正整數 B 的個位數是從 0 依序到 8 之間的情形下，因 $B+1$ 的數碼和為 B 的數碼和加 1，故由 $B+1$ 的數碼和可被 7 整除知 B 的數碼和被 7 除時餘數為 6，但由 B 的數碼和加 18 可被 7 整除知 B 的數碼和被 7 除時餘數為 3，矛盾，因此正整數 B 的個位數為 9。故可令 $n=\overline{A9}=\overline{B99}=\overline{C999}$，其中 $C+1$ 的數碼和可被 7 整除、C 的數碼和加 27 可被 7 整除。

若正整數 C 的個位數是從 0 依序到 8 之間的情形下，因 $C+1$ 的數碼和為 C 的數碼和加 1，故由 $C+1$ 的數碼和可被 7 整除知 C 的數碼和被 7 除時餘數為 6，但由 C 的數碼和加 27 可被 7 整除知 C 的數碼和被 7 除時餘數為 1，矛盾，因此正整數 C 的個位數為 9。故可令 $n=\overline{A9}=\overline{B99}=\overline{C999}=\overline{D9999}$，其中 $D+1$ 的數碼和可被 7 整除、D 的數碼和加 36 可被 7 整除。

若正整數 D 的個位數是從 0 依序到 8 之間的情形下，因 $D+1$ 的數碼和為 D 的數碼和加 1，故由 $D+1$ 的數碼和可被 7 整除知 D 的數碼和被 7 除時餘數為 6，

且由 D 的數碼和加 36 可被 7 整除知 D 的數碼和被 7 除時餘數為 6，兩條件皆可滿足。因 n 的最小值即發生在 D 的最小值，故取 $D=6$，即 $n=69999$、$n+1=70000$。

ANS：69999

11. 若一個四位數 $\overline{abcd}$ 由左至右愈來愈大，即 $a<b<c<d$，則稱此數為「步步高升數」。請問共有多少個不同的步步高升數？

【解 1】

不妨將 $\overline{abcd}$ 看作為 $\overline{ab}$、c、d 的組合。

若 $d=9$，可知：

(i) 當 $c=8$，則 $\overline{ab}$=12 至 17、23 至 27、34 至 37、45 至 47、56 至 57、67，共 $6+5+4+3+2+1=21$ 個步步高升數；

(ii) 當 $c=7$，則 $\overline{ab}$=12 至 16、23 至 26、34 至 36、45 至 46、56，共 $5+4+3+2+1=15$ 個，此時 d 可以等於 8 或 9，故共有 30 個步步高升數；

(iii) 當 $c=6$，則 $\overline{ab}$=12 至 15、23 至 25、34 至 35、45，共 $4+3+2+1=10$ 個，此時 d 可以等於 7、8 或 9，故共有 30 個步步高升數；

(iv) 當 $c=5$，則 $\overline{ab}$=12 至 14、23 至 24、34，共 $3+2+1=6$ 個，此時 d 可以等於 6、7、8 或 9，故共有 24 個步步高升數；

(v) 當 $c=4$，則 $\overline{ab}$=12、13、23，共 $2+1=3$ 個，此時 d 可以等於 5、6、7、8 或 9，故共有 15 個步步高升數；

(vi) 當 $c=3$，則 $\overline{ab}$=12，共 1 個，此時 d 可以等於 4、5、6、7、8 或 9，故共有 6 個步步高升數；

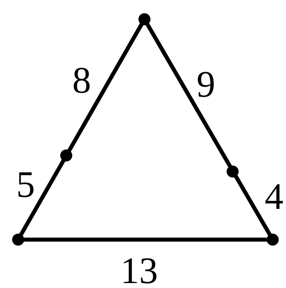
因此步步高升數共有 $21+30+30+24+15+6=126$ 個。

【解 2】

可知 a 不為 0，否則便不是四位數；再因 a 之值為最小，故知此即為在從 1 至 9 這九個數碼中任取四個數碼，再將這四個數碼由左至右愈來愈大排列，則每一種取法皆可對應出一個步步高升數。因此步步高升數共有 $C_4^9=\dfrac{9!}{4!5!}=126$ 個。

ANS：126 個

12. 利用 4 cm、5 cm、8 cm、9 cm 及 13 cm 的木棒各一根可用如下圖方式拼出一個正三角形。現有長度為 1 cm、2 cm、3 cm、4 cm、5 cm、6 cm 及 7 cm 的木棒各一根，從這些木棒中取出全部或部分來拼出正三角形，請問共有多少種不同的取法？



【解】

這七根木棒的總長度為 $1+2+3+4+5+6+7=28$ cm，因此正三角形的邊長最多為 9 cm。此時可造表如下：

邊長	木棒拼出邊長的拼法	可拼出正三角形的取法數	可拼出的正三角形拼法
9 cm	7+2、6+3、6+2+1、5+4、5+3+1、4+3+2	1	7+2、6+3、5+4
8 cm	7+1、6+2、5+3、5+2+1、4+3+1	1	7+1、6+2、5+3
7 cm	7、6+1、5+2、4+3、4+2+1	4	7、6+1、5+2
			7、6+1、4+3
			7、5+2、4+3
			6+1、5+2、4+3
6 cm	6、5+1、4+2、3+2+1	1	6、5+1、4+2
5 cm	5、4+1、3+2	1	5、4+1、3+2
4 cm	4、3+1	0	無
3 cm	3、2+1	0	無
2 cm	2	0	無
1 cm	1	0	無

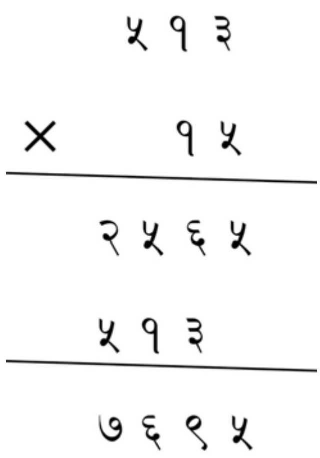
故知共有 1 + 1 + 4 + 1 + 1 = 8 種不同的取法。

ANS: 8 種

2013 小學數學競賽選拔賽複賽試題

第　二　試: 綜合能力測驗 (考試時間 60 分鐘)

1. 小明在國際機場撿到一張紙，發現上面寫有一道乘法的算式，如圖所示。小明研判這是某個國家的小學生遺失的計算紙，算式中不同的記號代表不同的數碼。請將該算式改寫成阿拉伯數字的正確算式。



【解】

將此算式改寫如下，其中不同的英文字母代表不同的數碼。

$$\begin{array}{rcccc} & & A & B & C \\ \times & & & B & A \\ \hline & D & A & E & A \\ & A & B & C & \\ \hline & F & E & G & A \end{array}$$

現由算式可知 $\overline{ABC}\times B=\overline{ABC}$ ，因此 B=1。此時算式為

$$\begin{array}{rcccc} & & A & 1 & C \\ \times & & & 1 & A \\ \hline & D & A & E & A \\ & A & 1 & C & \\ \hline & F & E & G & A \end{array}$$

因 A、C 皆不為 1 且 A 不為 0，由 $A\times C$ 的個位數仍為 A，故可知(A, C)= (2, 6)、(4, 6)、(5, 3)、(5, 7)、(5, 9) 或(8, 6)。現再觀察 $\overline{A1C}\times A=\overline{DAEA}$ ，可知 A^2 的個位數碼為 A 或 $A-1$。而因 $2^2=4$、$3^2=9$、$4^2=16$、$5^2=25$、$6^2=36$、$7^2=49$、$8^2=64$、$9^2=81$，故知 A=5 或 6。由以上推論可知 A=5，且可得 D=2、F=7。此時算式為

$$\begin{array}{rcccc} & & 5 & 1 & C \\ \times & & & 1 & 5 \\ \hline & 2 & 5 & E & 5 \\ & 5 & 1 & C & \\ \hline & 7 & E & G & 5 \end{array}$$

因 $E+C\le 8+9=17$，故由積的百位數知 $5+1=6\le E\le 5+1+1=7$。因 F=7，故可得 E=6。此時算式為

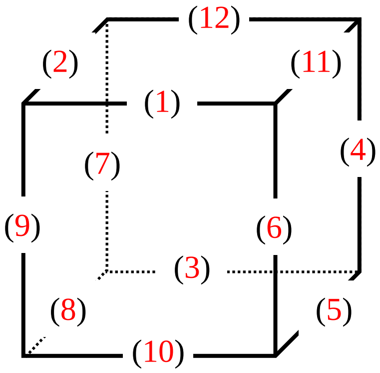
$$\begin{array}{rcccc} & & 5 & 1 & C \\ \times & & & 1 & 5 \\ \hline & 2 & 5 & 6 & 5 \\ & 5 & 1 & C & \\ \hline & 7 & 6 & G & 5 \end{array}$$

現由 $2565\div 5=513$ 知 C=3，故 G=9。此時即可得到算式為

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & 5 & 1 & 3 \\
\times & & & 1 & 5 \\
\hline
 & 2 & 5 & 6 & 5 \\
 & 5 & 1 & 3 & \\
\hline
 & 7 & 6 & 9 & 5
\end{array}
$$

註：此為尼泊爾的數碼記號。

2. 請將數 1～12 不重複地填寫在右圖正立方體的每條邊上，使得正立方體每個面四條邊上的數之總和都相等。



【解】

若將每個面上的數之總和都是 S，則六個面的和為 $6S$，此時每條邊都相加了 2 次，因此可知

$$6S = 2(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12)$$

$$6S = 2\times13\times6$$

$$S = 26$$

可知

26 =12 + 11 + 2 + 1=12 + 10 + 3 + 1=12 + 9 + 4 + 1 =12 + 9 + 3 + 2 =12 + 8 + 5 + 1
=12 + 8 + 4 + 2 =12 + 7 + 6 + 1 =12 + 7 + 5 + 2 =12 + 7 + 4 + 3 =12 + 6 + 5 + 3
=11 + 10 + 4 + 1=11 + 10 + 3 + 2=11 + 9 + 5 + 1 =11 + 9 + 4 + 2 =11 + 8 + 6 + 1
=11 + 8 + 5 + 2 =11 + 8 + 4 + 3 =11 + 7 + 6 + 2 =11 + 7 + 5 + 3 =11 + 6 + 5 + 4
=10 + 9 + 6 + 1 =10 + 9 + 5 + 2 =10 + 9 + 4 + 3 =10 + 8 + 7 + 1 =10 + 8 + 6 + 2
=10 + 8 + 5 + 3 =10 + 7 + 6 + 3 =10 + 7 + 5 + 4 =9 + 8 + 7 + 2 =9 + 8 + 6 + 3
=9 + 8 + 5 + 4 =9 + 7 + 6 + 4 =8 + 7 + 6 + 5

現可先將 1 到 12 先分為 6 組，每組兩個數之和為 13，從中選取四組並將這四組的兩個數填入上下底面的正方形的對邊上，這樣上下底面上 4 個數之和均為 26，接下來再利用上表搭配設法使四個側面的 4 個數之和均為 26 即可。答案並不唯一，如圖為一種可行的填數方式。

3. 有 101 枚外觀完全相同的金幣，其中 100 枚為重量都相同的真幣，另 1 枚為重量不同之假幣。請問如何利用沒有刻度的天平秤兩次而分辨出假幣比真幣輕或重？

【解】

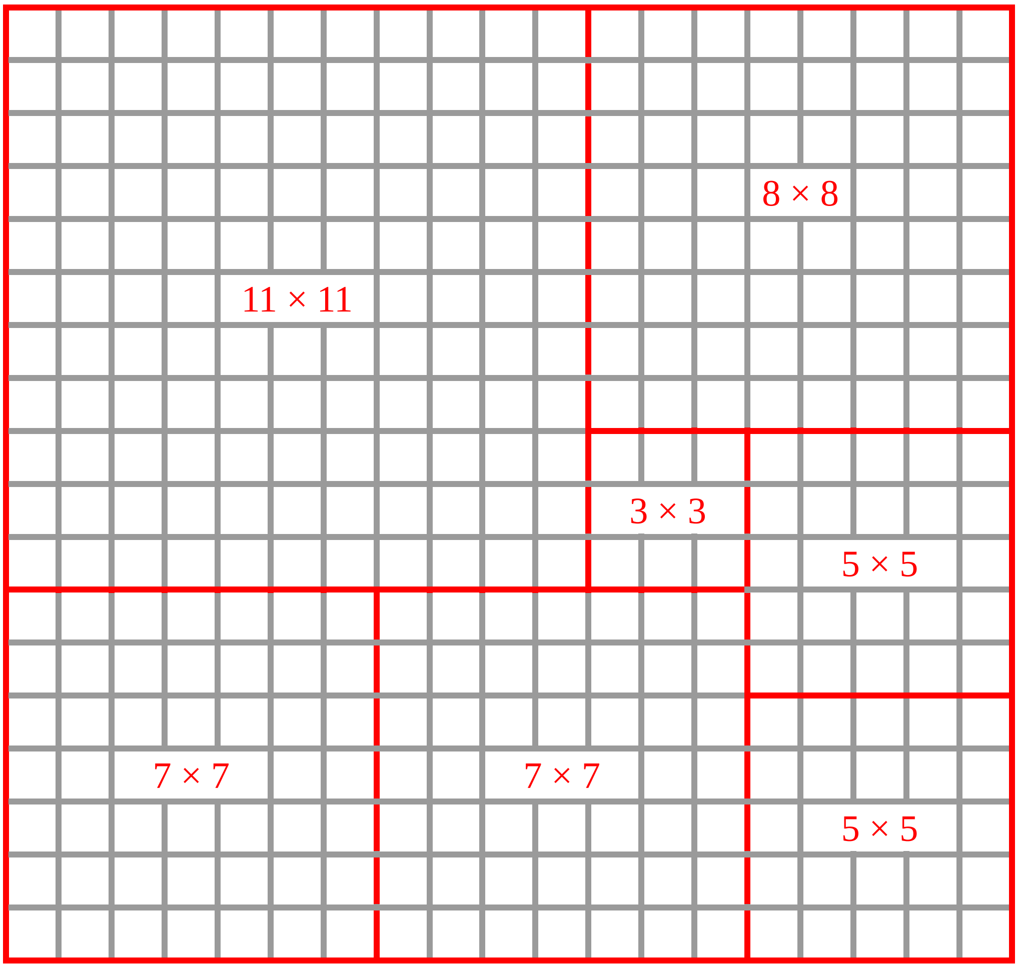
第一次秤時，在天平兩端各放置 50 枚金幣。

(a) 若平衡，則剩下未秤的一枚是假幣，第二次秤時，將假幣放置一端、任取一枚真幣放在另一端便可得知輕重；

(b) 若不平衡，第二次秤時將較重的 50 枚金幣分成各有 25 枚金幣的兩堆並放置在天平兩端，若平衡，則假幣在第一次秤時較輕的 50 枚金幣那堆，且假幣比真幣輕；若不平衡，則假幣在第二次秤時較重的 25 枚金幣那堆，且假幣比真幣重。

4. 請將 18 × 19 的方格表沿格線分割為若干個正方形，使得正方形的個數愈少愈好。請在下表中畫出您的分割方法。

【解】



正確地切出 7 片----25 分
正確地切出 8 片----15 分
正確地切出 9 片----10 分
正確地切出 10 片----5 分
11 片及以上 0 分