

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

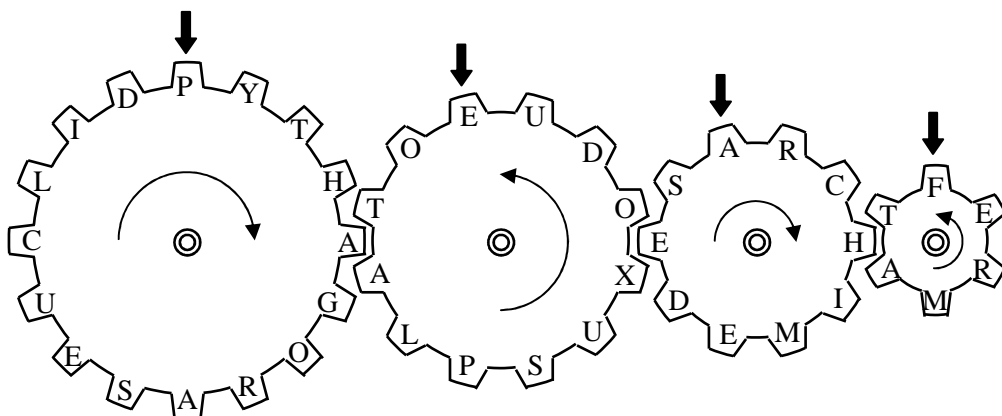
**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# 2016 小學數學競賽選拔賽決賽試題

## 第一試 應用題 (考試時間 90 分鐘)

◎ 請將答案填入答案卷對應題號的空格內，只須填寫答案，不須計算過程。本題目卷正反面空白處可為作演算草稿紙。每題 10 分，共 120 分

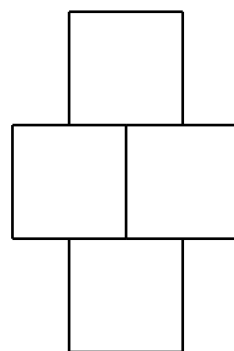
1. 已知有五個正整數，第一個數大於第二個數的 2 倍、第二個數大於第三個數的 3 倍、第三個數大於第四個數的 4 倍、第四個數大於第五個數的 5 倍，而第五個數為一個三位數。請問第一個數的最小值是多少？
2. 在 50 張紙牌上不重複地分別寫上從 2 開始的連續偶數：2、4、6、8、10、...、100，每張恰填一個數。若從中抽出若干張卡片使得剩下的卡片上的數之總和恰好等於 2016，請問最多可抽出幾張卡片？
3. 四個互相嵌合的齒輪，其中最大的齒輪通過順時針旋轉可帶動其它三個齒輪一起轉動，各個齒輪的齒數由大至小依序為 16、12、10、6，如圖所示。當最大的齒輪按照順時針方向旋轉恰好 11 圈時，請問各個齒輪上面黑色粗箭頭所指處的四個字母由左至右分別是什麼？



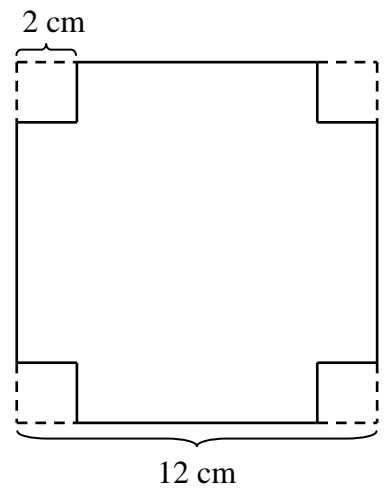
4. 伯父跟爸爸今年的年齡都是二位數，且伯父年齡的二位數碼恰好與爸爸年齡的二位數碼順序相反。若伯父比爸爸大的歲數恰好等於他們兩人年齡之和的十一分之一，請問伯父今年為幾歲？
5. 在以下數列中，請問從第幾項開始，每一項的數與 1 之差都小於  $\frac{1}{2016}$  ？

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \dots$$

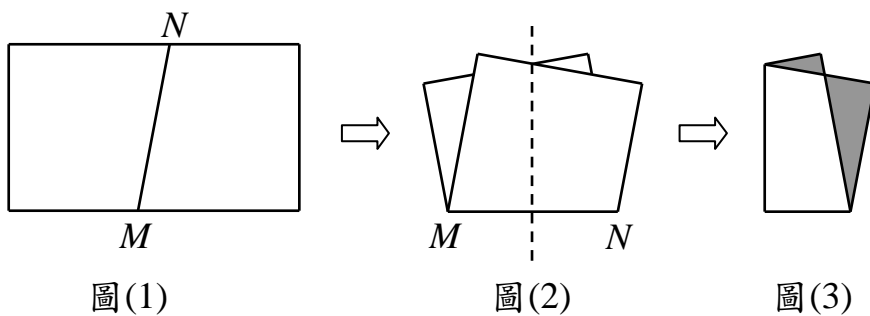
6. 用邊長為 1 cm 的四個正方形拼成一個左右對稱的圖形，如圖所示。連接這四個正方形的 14 個頂點可以得到許多不同的三角形。在這些三角形中，請問至少有一條邊是水平線或鉛垂線且面積為  $1 \text{ cm}^2$  的三角形共有多少個？



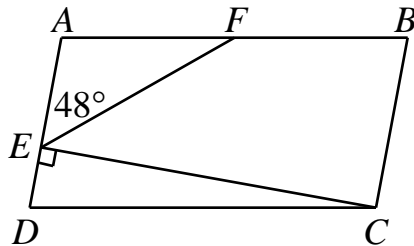
7. 將一張邊長為 12 cm 的正方形紙片的四個角落都截去一個邊長為 2 cm 的小正方形，如右圖所示。如果要從剩下的紙片中剪出一塊完整的正方形，請問這一塊正方形的面積最大為多少  $\text{cm}^2$ ？



8. 線  $MN$  將長方形紙片分割為面積相等的兩部分，如圖(1)。沿  $MN$  將這張長方形紙片對摺後，得到圖(2)，再將此圖沿對稱軸對摺後，得到圖(3)。已知圖(3)的整個面積佔原長方形面積的  $\frac{3}{10}$ ，而陰影部分的面積為  $16 \text{ cm}^2$ ，請問原長方形的面積為多少  $\text{cm}^2$ ？



9. 有十二位小孩圍成圓圈以順時針方向依序編號為 1、2、 $\dots$ 、12，他們玩扔球遊戲，開始時球在 1 號小孩手上，他可以跳過 0 位小孩傳給 2 號、或是跳過 1 位小孩傳給 3 號、 $\dots$ 、或是跳過 10 位小孩傳給 12 號的方式扔球，而接到球的小孩以前一次相同的扔球間隔繼續扔球。請問 1 號有多少種不同的扔球方式，使得依此方式繼續扔球，可以使得每位小孩都會至少接到一次球？
10. 小明在黑板上寫了幾個互不相同的正整數，然後計算出它們的和並將此和除以它們的乘積，算出所得的商。接著，他擦去黑板上最小的一個數，又重新計算出剩下的數之和並將此和除以剩下的數之乘積，算出所得的商。若知第二個商是第一個商的 3 倍。請問小明擦去的數是什麼數？
11. 在平行四邊形  $ABCD$  中， $AB = 2AD$ ，若點  $F$  為  $AB$  中點、點  $E$  在  $AD$  上使得  $CE \perp AD$  且  $\angle AEF = 48^\circ$ ，如圖所示。請問  $\angle BFE$  為多少度？



12. 邊長分別為 3 cm、2 cm 與 1 cm 的正方形的紙片各有很多張。利用這些紙片不重疊地拼成一個長 3 cm、寬 5 cm 的長方形，請問共有多少種不同的拼法？(一種拼法經過翻轉或旋轉後若與另一種拼法相同，則視為相同的拼法)

# 2016 小學數學競賽選拔賽決賽試題解答

## 第二試：綜合能力測驗（考試時間 60 分鐘）

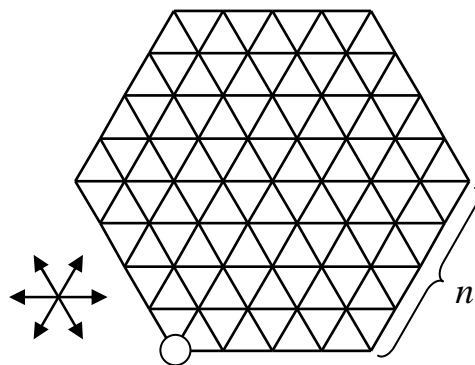
請將答案填入考卷中對應題號的空位內，第一題都必須詳細寫下想法或理由，每題 25 分，共 100 分。

1. 請問是否存在 2016 個整數，使得它們的和與乘積都等於 2016？若存在，請找出一組滿足題意的數；若不存在，請解釋您的理由。

答：

---

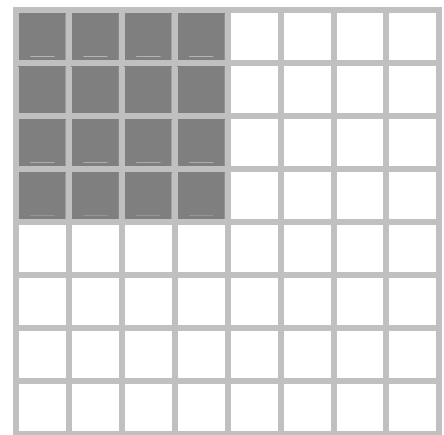
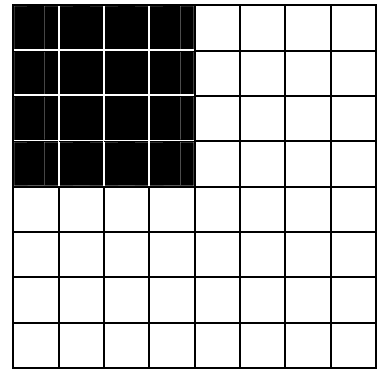
2. 邊長為  $n$  的正六邊形被劃分為許多正三角形，在左下角的結點上放一枚棋子，如右圖所示。小華與小強兩人輪流移動棋子，每人每次將棋子移動一步，但必須移到棋子都不曾到過的相鄰結點上，無法再繼續移動棋子者輸。如果由小華先開始，請問誰有必勝的策略？策略為何？（沒有說明策略得 0 分）



答：

---

3. 有個 $8 \times 8$ 的方格表，它左上角的 $4 \times 4$ 方格表被塗上黑色，其它的小方格則塗上白色。沿著格線將方格表切割為數片連在一起的多方塊，使得每片多方塊內塗上黑色小方格數量與塗上白色小方格數量之比為 $1:3$ 。請問最多可以切出幾片多方塊？(您必須證明不能再多並且給出切法)



答： 最多可以切成                      片，切法為

4. 黑板上有 10 個介於 0 與 1 之間的小數，它們的小數點後至多有一位數。每次操作從中挑選二個數擦掉，並將這二個數的和四捨五入成為整數後寫在黑板上(整數與整數相加則不進行四捨五入)，因此知每次操作後黑板都會少一個數。繼續上述的操作，直到黑板只剩下一個數為止。請問最後這個數最多有多少個不同可能的值？您必須給出一個例子說明最多可以達成您所宣稱的不同可能的值。

答： 取這 10 個數為                      、                      、                      、                      、                      、                      、                      、                      、                      、                      時，  
最多有                      個不同可能的值。