

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Tournament of Towns

環球城市數學競賽

2008 秋季賽 高中組 初級卷

※每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。

1. 小王將一些餅乾放入數個盒子內，並記錄下每個盒子內餅乾的數量，如果某個數目重複出現，則只記錄一次。小丁從每個盒子內各取出一塊餅乾放入第一個盤子內，接著從非空的盒子內各取出一塊餅乾放入第二個盤子內；繼續此動作直到所有盒子內的餅乾都拿光為止。接著小丁記錄下每個盤子內餅乾的數量，同小王一樣，如果某個數目重複出現，則只記錄一次。試證小王所記錄的數目之個數與小丁所記錄的數目之個數相同。(三分)
2. 已知 n 為大於 2 的整數，請找出非負實數 x_1, x_2, \dots, x_n 使得 $x_1 - x_2 = 1$ 且當 $1 \leq k \leq n$ 、 $S = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ 時， $\sqrt{x_k} + \sqrt{S - x_k}$ 之值全都相等。(三分)
3. 有一個三十邊形 $A_1A_2A_3 \cdots A_{30}$ 內接於半徑為 2 的圓內。試證恆可以在弧 A_kA_{k+1} (其中 $1 \leq k \leq 29$) 上找出一個點 B_k ；在弧 $A_{30}A_1$ 上找一個點 B_{30} ，使得六十邊形 $A_1B_1A_2B_2A_3B_3 \cdots A_{30}B_{30}$ 的面積之數值等於三十邊形 $A_1A_2A_3 \cdots A_{30}$ 的周長之數值。(四分)
4. 有五個相異正整數構成一個等差數列，請問它們的乘積可不可能等於 a^{2008} (其中 a 為正整數)？(四分)
5. 在一個無限大的方格表上有許多個矩形，它們的邊都落在格線上，它們之間也互相都沒有共同的內點，且每個矩形的內部都包含有奇數個小方格。試證可以用四種顏色將這些矩形塗色，使得任意兩個塗上相同顏色的矩形都沒有共同的邊界點。(四分)

《成績是取最高得分三題的總和，考試時間四小時。》