

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Tournament of Towns

環球城市數學競賽

2011 秋季賽 高中組 初級卷

※每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。

1. 有兩位以上的賓客圍坐在一張大圓桌前吃藍莓，桌上的藍莓共有 2011 顆。已知每位賓客吃掉藍莓的總顆數正好都是他左鄰那位賓客的兩倍或者少六顆。請證明桌上的藍莓最後沒有被吃光。(三分)
2. 老王購買一張彩券，彩券上他可以任意填入一個 n 位數，但此 n 位數不可以有 0 的數碼。開獎時，彩券公司會揭示一張 $n \times n$ 的方格表，每個小方格內包含有一個從 1 到 9 的數碼，從方格表上的每行或每列，由左到右、由右到左、由上往下、由下往上共可讀出 $4n$ 個 n 位數。如果彩券上的 n 位數與這些 n 位數全都不吻合，則可獲得獎金。老王想要賄賂彩券公司的職員，請他們洩漏將揭示的方格表中一些小方格內的數碼給老王。請問老王至少要知道幾個小方格內的數碼，才能保證可以獲得獎金？(四分)
3. 在一個凸四邊形 $ABCD$ 中，已知 $AB=10$ 、 $BC=14$ 、 $CD=11$ 、 $DA=5$ 。請問此凸四邊形兩條對角線的交角是多少度？(四分)
4. 設 a, b, c 為正整數，其中 $a < b < c$ ，滿足 $b+a$ 是 $b-a$ 的整數倍且 $c+b$ 是 $c-b$ 的整數倍。若 a 是一個 2011 位數、 b 是一個 2012 位數，請問 c 是多少位數？(四分)
5. 在平面上任意畫十條直線，沒有任何兩條直線互相平行、也沒有任何三條直線相交於同一點。對於在每兩條直線的交點上，我們度量並記錄四個夾角中最小角的度量。請問所有 45 個紀錄度數總和的最大值是多少度？(五分)

《成績是取最高得分三題的總和，考試時間四小時。》

International Mathematics Tournament of Towns

環球城市數學競賽

2011 秋季賽 高中組 初級卷

※每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。

1. 有兩位以上的賓客圍坐在一張大圓桌前吃藍莓，桌上的藍莓共有 2011 顆。已知每位賓客吃掉藍莓的總顆數正好都是他左鄰那位賓客的兩倍或者少六顆。請證明桌上的藍莓最後沒有被吃光。(三分)
2. 老王購買一張彩券，彩券上他可以任意填入一個 n 位數，但此 n 位數不可以有 0 的數碼。開獎時，彩券公司會揭示一張 $n \times n$ 的方格表，每個小方格內包含有一個從 1 到 9 的數碼，從方格表上的每行或每列，由左到右、由右到左、由上往下、由下往上共可讀出 $4n$ 個 n 位數。如果彩券上的 n 位數與這些 n 位數全都不吻合，則可獲得獎金。老王想要賄賂彩券公司的職員，請他們洩漏將揭示的方格表中一些小方格內的數碼給老王。請問老王至少要知道幾個小方格內的數碼，才能保證可以獲得獎金？(四分)
3. 在一個凸四邊形 $ABCD$ 中，已知 $AB=10$ 、 $BC=14$ 、 $CD=11$ 、 $DA=5$ 。請問此凸四邊形兩條對角線的交角是多少度？(四分)
4. 設 a, b, c 為正整數，其中 $a < b < c$ ，滿足 $b+a$ 是 $b-a$ 的整數倍且 $c+b$ 是 $c-b$ 的整數倍。若 a 是一個 2011 位數、 b 是一個 2012 位數，請問 c 是多少位數？(四分)
5. 在平面上任意畫十條直線，沒有任何兩條直線互相平行、也沒有任何三條直線相交於同一點。對於在每兩條直線的交點上，我們度量並記錄四個夾角中最小角的度量。請問所有 45 個紀錄度數總和的最大值是多少度？(五分)

《成績是取最高得分三題的總和，考試時間四小時。》