

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.

Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

International Mathematics Tournament of Towns

環球城市數學競賽

2012 秋季賽 國中組 初級卷

※每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。

1. 有五位學生的姓分別為 Clarkson、Donaldson、Jackson、Robinson、Stevenson，而他們的名字為 Clark、Donald、Jack、Robin、Steve (不一定依相同順序)。已知：

- (a) Clark 比 Clarkson 大一歲；
- (b) Donald 比 Donaldson 大二歲；
- (c) Jack 比 Jackson 大三歲；
- (d) Robin 比 Robinson 大四歲；

請問 Steve 與 Stevenson 誰年紀比較大？大幾歲？(三分)

2. 令 $C(n)$ 表示正整數 n 的質因數個數。(例如 $C(10)=2$ 、 $C(11)=1$ 、 $C(12)=2$ 。)
當 $a \neq b$ 時，請問滿足 $C(a+b)=C(a)+C(b)$ 的正整數對 (a, b) 為有限多對還是無限多對？(四分)

3. 在一個 10×10 方格表的踩地雷遊戲中，每個小方格內都可能藏有一枚地雷或沒有地雷。在每個沒有地雷的小方格內寫上與此小方格有公共邊或公共頂點的所有小方格內藏有地雷的總數。現若將所有的地雷移除，而在原沒有地雷的小方格內都放一枚地雷，然後在現在沒有地雷的小方格內寫上與此小方格有公共邊或公共頂點的所有小方格內藏有地雷的總數。請問有沒有可能使最後所有方格內所填的數之總和大於原來所有方格內所填的數之總和？(五分)

4. 一個圓與一個平行四邊形 $ABCD$ 的邊 AB 、 BC 、 CD 分別切於點 K 、 L 、 M 。
證明：直線 KL 平分由點 C 向平行四邊形 AB 邊上所作的高。(五分)

5. 有數項郊遊行程供全班 20 位學生參加，每項行程至少有一位學生參加。證明存在有一項行程使得參加此項行程的每位學生參加郊遊的項數至少為此班所有學生參加郊遊項數的 $\frac{1}{20}$ 。(五分)

《成績是取最高得分三題的總和，考試時間四小時。》