

注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用本基金會網站所提供之各項試題及其解答。可直接下載而不須申請。

重版、系統地複製或大量重製這些資料的任何部分，必須獲得財團法人臺北市九章數學教育基金會的授權許可。

申請此項授權請電郵 [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)

**Notice:**

**Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the Chiuchang Mathematics Foundation.**

**Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN [ccmp@seed.net.tw](mailto:ccmp@seed.net.tw)**

# International Mathematics Tournament of Towns

## 環球城市數學競賽

### 2015 秋季賽 高中組 初級卷

※每題必須詳細寫下證明及理由，只寫答案不一定有分數。

1. 令  $p$  為一質數，請找出所有的正整數  $n$ ，使得  $pn$  是  $p+n$  的倍數。(三分)
2. 點  $C$  是以線段  $AB$  為直徑的半圓弧之中點，此半圓弧上另有一點  $D$ 。已知  $\angle ADB$  的平分線交直線  $AB$  於點  $K$ ，請證明三角形  $ACK$  的外心位於直線  $AD$  上。(四分)
3. 三個人玩「剪刀、石頭、布」猜拳遊戲，每一輪三人都同時出拳。石頭贏剪刀、剪刀贏布、布贏石頭。在同一輪中，若恰出現有二種不同的拳，意即恰有二人出同一種拳、另一人出其它的拳，此時贏的某一人得一分或某二人各得一分，其它的情況則為和局沒有人可得分。經玩過數輪後，三種不同的拳所出現的總次數都相同，請證明此時得分總和為 3 的倍數。(四分)
4. 某國有 100 個城市，任意二個城市之間都有直飛的往返航班，同一航線往返的票價相同。我希望搭飛機到其它 99 個城市旅遊，最後回到原來的城市，並且使得我行程中平均每一趟搭機的票價不大於所有航班票價的總平均。
  - (a) 我是否恆可以達成目的？(二分)
  - (b) 如果我只到其它 98 個城市旅遊，我是否也恆可以達成目的？(二分)
5. 請問是否存在一個無窮項的嚴格遞增等差數列，將它劃分為許多段，每段都有連續的項，而使得所有連續每一段內的數之總和構成一個等比數列？(五分)

《成績是取最高得分三題的總和，考試時間四小時。》